technische universität
dortmund

fakultät für informatik

# Master-Thesis

## Convolutional Neural Networks auf Graphrepräsentationen von Bildern

Matthias Fey

11. Februar 2017

**Gutachter:**
Prof. Dr. Heinrich Müller
M.Sc. Jan Eric Lenssen

Lehrstuhl Informatik VII
Graphische Systeme
TU Dortmund

fakultät für
informatik

# Inhaltsverzeichnis

# Kapitel 1

# Einleitung

$\mathbb{R}$ und $\mathbb{N}$ sind mathematische Symbole [1].

# Kapitel 2

# Graph Convolutional Networks

$$H^{(l+1)} = f(H^{(l)}, A) \tag{2.1}$$

$$f(H^{(l)}, A) = \sigma(AH^{(l)}W^{(l)}) \tag{2.2}$$

$$D_{ii} = \sum_j A_{ij} \tag{2.3}$$

Wir definieren unsere Adjazenzmatrix $\tilde{A} \in \mathbb{R}^{N \times N}$ aus $A \in \mathbb{R}^{N \times N}$ dann wie folgt:

$$\tilde{A}_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{wenn } i = j, \\ 1, & \text{wenn } 0 < a_{ij} \leq 1, \\ a_{ij}^{-1}, & \text{wenn } a_{ij} > 1, \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases} \tag{2.4}$$

Für die Potenz $x \in \mathbb{R}$ einer Diagonalmatrix $D \in \mathbb{R}^{N \times N}$ gilt:

$$D^x = \begin{pmatrix} d_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & d_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & d_{nn} \end{pmatrix}^x = \begin{pmatrix} d_{11}^x & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & d_{22}^x & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & d_{nn}^x \end{pmatrix} \tag{2.5}$$

## 2.1 Erweiterung für mehrere Kantenattribute

Graph Convolutional Networks berücksichtigen nur eine Adjazenzmatrix. Das bedeutet insbesondere, dass ein Graph nur über ein Kantenattribut verfügen kann. Das ist für ungewichtete Graphen die Markierung einer Kante ($a_{ij} \in \{0, 1\}$) oder für gewichte Graphen das Gewicht einer Kante ($a_{ij} \in \mathbb{R}^+$). Eine Menge von Kantenattributen kann über mehrere

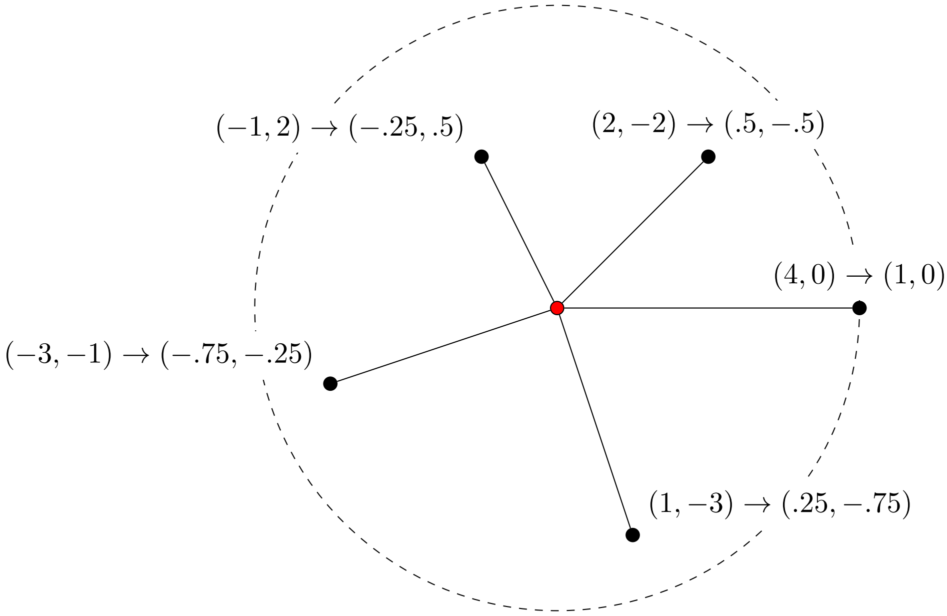


**Abbildung 2.1:** Abbildung der lokalen Nachbarschaftsknoten auf den Einheitskreis.

Adjazenzmatrizen definiert werden. Damit ist es ebenfalls möglich unterschiedliche Kanten für unterschiedliche Attribute zu definieren.

Eine Menge von Adjazenzmatrizen $\mathcal{A} = \{A_1, A_2, \dots, A_m\}$ mit $A_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$ beschreibt damit eine Menge von $m$ Graphen über der gleichen Knotenmenge $\mathcal{V}$ mit Kardinalität $n$.

$\mathcal{A} \in \mathbb{R}^{m \times n \times n}$ kann zu einer zweidimensionalen Matrix $A \in \mathbb{R}^{m \cdot n \times n}$ geglättet werden.

Dann ist $A \cdot H^{(l)} \in \mathbb{R}^{m \cdot n \times d}$. Reshape zu $\mathbb{R}^{n \times m \cdot d}$ und Gewichtsmatrix $G \in \mathbb{R}^{m \cdot d \times x}$.

### 2.1.1 Übertragung auf eingebettete Graphen

Graphknoten haben im allgemeinen Fall keine Position oder Lage im Raum. Knoten, die Regionen in einer vorhandenen Segmentierung darstellen, haben jedoch offensichtlich eine gewisse Lage im Raum, die zum Beispiel über das Zentrum der Region definiert werden kann. Diese Information ist vorhanden und wichtig und sollte demnach auch nicht verloren gehen. Anstatt diese lokal im Knoten zu speichern, bietet es sich eher an diese Information in den Kanten zu speichern um eine bessere Faltung zu garantieren. Die euklische Distanz zwischen zwei benacharten Regionszentren wahrt zwar die Information der Distanz zweier Knoten zueinander, verliert aber die Information der Position zweier Knoten zueinander. Es bietet sich daher an, die horizontalen und vertikalen Abstände in einer Koordinate an den Kanten zu speichern. Es ist zu beachten, dass wir dadurch zu einem gerichteten Graphen übergehen, bei dem jede Kante von $v$ nach $w$ auch eine Kante von $w$ nach $v$ besitzt, jedoch mit einem invertieren „Gewicht“.

Wir haben damit zwei Adjazenzmatrizen. Da Graph Convolutional Networks nicht mit negativen Gewichten funktionieren, müssen wir negative Koordinaten in eine weitere Adjazenzmatrix schreiben. Wir gelangen damit zu vier Adjazenzmatrizen, die die Verbindungen von einem Knoten beschreibt, die links, rechts, oben oder unten zu ihm liegen. Wir definieren diese Adjazenzmatrizen respektive als $A_{\text{links}}, A_{\text{rechts}}, A_{\text{oben}}$ und $A_{\text{unten}}$.

# Anhang A

# Weitere Informationen

# Symbolverzeichnis

$\mathbb{N}$ Menge der natürlichen Zahlen. 1

$\mathbb{R}^+$ Menge der positiven reellen Zahlen inklusive Null. 3

$\mathbb{R}$ Menge der reellen Zahlen. 1, 3, 4

# Abbildungsverzeichnis

# Algorithmenverzeichnis

# Literaturverzeichnis

[1] Nielsen, M. A.: *Neural Networks and Deep Learning.* Determination Press, 2015.

# Eidesstattliche Versicherung

______________________________ ____________________

Name, Vorname Matr.-Nr.

Ich versichere hiermit an Eides statt, dass ich die vorliegende Bachelorarbeit/Masterarbeit* mit dem Titel

______________________________________________________________________

______________________________________________________________________

______________________________________________________________________

selbstständig und ohne unzulässige fremde Hilfe erbracht habe. Ich habe keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt sowie wörtliche und sinngemäße Zitate kenntlich gemacht. Die Arbeit hat in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner Prüfungsbehörde vorgelegen.

__________________________ _______________________

Ort, Datum Unterschrift

*Nichtzutreffendes bitte streichen

**Belehrung:**

Wer vorsätzlich gegen eine die Täuschung über Prüfungsleistungen betreffende Regelung einer Hochschulprüfungsordnung verstößt, handelt ordnungswidrig. Die Ordnungswidrigkeit kann mit einer Geldbuße von bis zu 50.000,00 € geahndet werden. Zuständige Verwaltungsbehörde für die Verfolgung und Ahndung von Ordnungswidrigkeiten ist der Kanzler/die Kanzlerin der Technischen Universität Dortmund. Im Falle eines mehrfachen oder sonstigen schwerwiegenden Täuschungsversuches kann der Prüfling zudem exmatrikuliert werden. (§ 63 Abs. 5 Hochschulgesetz - HG - )

Die Abgabe einer falschen Versicherung an Eides statt wird mit Freiheitsstrafe bis zu 3 Jahren oder mit Geldstrafe bestraft.

Die Technische Universität Dortmund wird gfls. elektronische Vergleichswerkzeuge (wie z.B. die Software „turnitin“) zur Überprüfung von Ordnungswidrigkeiten in Prüfungsverfahren nutzen.

Die oben stehende Belehrung habe ich zur Kenntnis genommen:

_____________________________ _________________________

Ort, Datum Unterschrift