

## Master-Thesis

### Convolutional Neural Networks auf Graphrepräsentationen von Bildern

Matthias Fey  
10. Mai 2017

**Gutachter:**

Prof. Dr. Heinrich Müller  
M.Sc. Jan Eric Lenssen

Lehrstuhl Informatik VII  
Graphische Systeme  
TU Dortmund



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>3</b>
1.1	Problemstellung . . . . .	3
1.2	Aufbau der Arbeit . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Grundlagen</b>	<b>5</b>
2.1	Mathematische Notationen . . . . .	5
2.2	Graphentheorie . . . . .	5
2.3	Convolutional Neural Networks . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Graphrepräsentationen von Bildern</b>	<b>7</b>
3.1	Gitter . . . . .	7
3.2	Superpixel . . . . .	7
3.2.1	Verfahren . . . . .	7
3.2.2	Adjazenzmatrixbestimmung . . . . .	7
3.2.3	Merkmalsextraktion . . . . .	7
<b>4</b>	<b>Räumliches Lernen auf Graphen</b>	<b>9</b>
4.1	Räumliche Graphentheorie . . . . .	9
4.2	Räumliche Faltung . . . . .	9
4.3	Erweiterung auf eingebettete Graphen . . . . .	9
4.4	Netzarchitektur . . . . .	9
<b>5</b>	<b>Spektrales Lernen auf Graphen</b>	<b>11</b>
5.1	Spektrale Graphentheorie . . . . .	11
5.1.1	Eigenwerte und Eigenvektoren reell symmetrischer Matrizen . . . . .	11
5.1.2	Laplace-Matrix . . . . .	12
5.2	Spektraler Faltungsoperator . . . . .	12
5.2.1	Graph-Fourier-Transformation . . . . .	12
5.2.2	Polynomielle Approximation . . . . .	12
5.3	Graph Convolutional Networks . . . . .	12
5.3.1	Faltungsoperator . . . . .	12

5.3.2	Erweiterung auf eingebettete Graphen . . . . .	12
5.4	Pooling auf Graphen . . . . .	12
5.4.1	Graphvergrößerung . . . . .	12
5.4.2	Erweiterung auf eingebettete Graphen . . . . .	13
5.5	Netzarchitektur . . . . .	13
<b>6</b>	<b>Evaluation</b>	<b>15</b>
6.1	Versuchsaufbau . . . . .	15
6.1.1	Datensätze . . . . .	15
6.1.2	Metriken . . . . .	15
6.1.3	Parameterwahl . . . . .	15
6.2	Merkmalsselektion . . . . .	15
6.3	Ergebnisse . . . . .	15
6.4	Laufzeitanalyse . . . . .	15
6.5	Diskussion . . . . .	15
<b>7</b>	<b>Ausblick</b>	<b>17</b>
<b>A</b>	<b>Weitere Informationen</b>	<b>19</b>
	<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>21</b>
	<b>Algorithmenverzeichnis</b>	<b>23</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>25</b>

# Mathematische Notationen

$$\|\cdot\|_2$$



# 1 Einleitung

Homepage<sup>1</sup>

N

„wdawd“

## 1.1 Problemstellung

## 1.2 Aufbau der Arbeit

---

<sup>1</sup>[https://github.com/rusty1s/embedded\\_gcnn](https://github.com/rusty1s/embedded_gcnn)





## **2 Grundlagen**

### **2.1 Mathematische Notationen**

### **2.2 Graphentheorie**

### **2.3 Convolutional Neural Networks**



## 3 Graphrepräsentationen von Bildern

### 3.1 Gitter

### 3.2 Superpixel

#### 3.2.1 Verfahren

**SLIC** [1]

*Simple Linear Iterative Clustering* (SLIC)

**Quickshift** [6]

**Weitere Verfahren** [3]

#### 3.2.2 Adjazenzmatrixbestimmung

#### 3.2.3 Merkmalsextraktion



# **4 Räumliches Lernen auf Graphen**

## **4.1 Räumliche Graphentheorie**

**Färbung von Knoten** awdawd

**Isomorphie und kanonische Ordnung** awdawd

## **4.2 Räumliche Faltung**

**Knotenauswahl** awdawd

**Nachbarschaftsgruppierung** awdawd

**Normalisierung** awdawd

## **4.3 Erweiterung auf eingebettete Graphen**

## **4.4 Netzarchitektur**



# 5 Spektrales Lernen auf Graphen

## 5.1 Spektrale Graphentheorie

### 5.1.1 Eigenwerte und Eigenvektoren reell symmetrischer Matrizen

$\mathbf{M} \in R^{N \times N}$ .  $\mathbf{u} \in R^N$ .  $\lambda \in R$ ,  $\lambda \neq 0$ . Eigenwertproblem  $\mathbf{M}\mathbf{u} = \lambda\mathbf{u}$ . Zu einem Eigenwert  $\lambda$  gibt es unendlich viele (skalierte) Eigenvektoren  $\mathbf{u}$ . Wir definieren den Eigenvektor  $\mathbf{u}$  eines Eigenwertes  $\lambda$  daher eindeutig über die Bedingung  $\|\mathbf{u}\|_2 = 1$ . Sei  $\mathbf{M}$  weiterhin reell symmetrisch, d.h.  $\mathbf{M} = \mathbf{M}^\top$ . Dann gilt für zwei unterschiedliche Eigenvektoren  $\mathbf{u}_1$  und  $\mathbf{u}_2$ , dass  $\mathbf{u}_1 \perp \mathbf{u}_2$ . Weiterhin hat  $\mathbf{M}$  genau  $N$  reelle Eigenwerte mit  $\{\lambda_i\}_{i=1}^N$ .

Wir definieren die orthogonale Eigenvektormatrix  $\mathbf{U} = [\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_N] \in R^{N \times N}$  mit  $\mathbf{U}\mathbf{U}^\top = \mathbf{I}$  und dessen korrespondierende Eigenwertdiagonalmatrix  $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}([\lambda_1, \dots, \lambda_N])$ . Dann gilt  $\mathbf{M}\mathbf{U} = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}$  und insbesondere ist  $\mathbf{M}$  diagonalisierbar über

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}\mathbf{U}\mathbf{U}^\top = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{U}^\top. \quad (5.1)$$

Weiterhin gilt für die  $k$ te Potenz von  $\mathbf{M}$ ,  $k \in N$ ,

$$\mathbf{M}^k = (\mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{U}^\top)^k = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}^k\mathbf{U}^\top. \quad (5.2)$$

Dieser Zusammenhang lässt sich leicht zeigen, wenn man die Potenz als ausschreibt:

$$(\mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{U}^\top)^k = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{U}^\top \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{U}^\top \prod_{i=1}^{k-2} \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{U}^\top = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}^2\mathbf{U}^\top \prod_{i=1}^{k-2} \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{U}^\top = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}^k\mathbf{U}^\top \quad (5.3)$$

Falls  $\mathbf{M}$  weiterhin *schwach diagonaldominant* ist, d.h.

$$\sum_{j=1}^n |\mathbf{M}_{ij}| \leq |\mathbf{M}_{ii}| \text{ für alle } i \in \{1, \dots, N\}, \quad (5.4)$$

sind ihre Eigenwerte  $\lambda_i$  positiv reell und es lässt sich auf diesen eine Ordnung definieren mit  $0 \leq \lambda_1 \leq \dots \leq \lambda_N$ . Insbesondere ist  $\mathbf{M}$  damit *positiv-semidefinit*, d.h.  $\mathbf{x}^\top \mathbf{M} \mathbf{x} \geq 0$  für alle  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^N$ .

elle, weil  
e eigen-  
ktoren  
ößer gleich  
ll

## 5.1.2 Laplace-Matrix

### Visuelle Interpretation

### Eigenschaften

## 5.2 Spektraler Faltungsoperator

### 5.2.1 Graph-Fourier-Transformation

### 5.2.2 Polynomielle Approximation

#### Tschebyschow-Polynome

## 5.3 Graph Convolutional Networks

### 5.3.1 Faltungsoperator

#### Weisfeiler-Lehman Analogie

### 5.3.2 Erweiterung auf eingebettete Graphen

#### B-Spline-Kurven

#### Faltungsoperator

## 5.4 Pooling auf Graphen

### 5.4.1 Graphvergrößerung

#### Clustering von Knoten



#### **5.4.2 Erweiterung auf eingebettete Graphen**

### **5.5 Netzarchitektur**



# **6 Evaluation**

## **6.1 Versuchsaufbau**

### **6.1.1 Datensätze**

MNIST [5]

Cifar-10 [4]

Pascal VOC [2]

### **6.1.2 Metriken**

### **6.1.3 Parameterwahl**

Vorstellung aller Parameter Superpixelalgorithmen Parameterwahl

## **6.2 Merkmalsselektion**

## **6.3 Ergebnisse**

Vergleich mit anderen Implementierungen

## **6.4 Laufzeitanalyse**

Vergleich mit anderen Implementierungen

## **6.5 Diskussion**



# **7 Ausblick**

**Weitere Anwendungsgebiete**

**Augmentierung von Graphen**

**Spatial-Pyramid-Pooling**

**Attention-Algorithmus**



## **A Weitere Informationen**





# **Abbildungsverzeichnis**



# **Algorithmenverzeichnis**



# Literaturverzeichnis

- [1] ACHANTA, Radhakrishna; SHAJI, Appu; SMITH, Kevin; LUCCHI, Aurelien; FUA, Pascal; SUSSTRUNK, Sabine: SLIC Superpixels Compared to State-of-the-Art Superpixel Methods. In: *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* (2012), S. 2274–2282
- [2] EVERINGHAM, Mark; ESLAMI, S.M. Ali; VAN GOOL, Luc; WILLIAMS, Christopher K. I.; WINN, John; ZISSERMAN, Andrew: The Pascal Visual Object Classes Challenge: A Retrospective. In: *International Journal of Computer Vision* (2015), S. 98–136
- [3] FELZENSZWALB, Pedro F.; HUTTENLOCHER, Daniel P.: Efficient Graph-Based Image Segmentation. In: *International Journal of Computer Vision* (2004), S. 167–181
- [4] KRIZHEVSKY, Alex: *Learning Multiple Layers of Features from Tiny Images*, Department of Computer Science, University of Toronto, Diplomarbeit, 2009
- [5] LECUN, Yann; CORTES, Corinna; BURGESS, Christopher J.C.: The MNIST Database of Handwritten Digits. (2010)
- [6] VEDALDI, Andrea; SOATTO, Stefano: Quick Shift and Kernel Methods for Mode Seeking. In: *European Conference on Computer Vision*, 2008, S. 705–718



# Eidesstattliche Versicherung

---

Name, Vorname

---

Matr.-Nr.

Ich versichere hiermit an Eides statt, dass ich die vorliegende Bachelorarbeit/Masterarbeit\* mit dem Titel

---

---

---

selbstständig und ohne unzulässige fremde Hilfe erbracht habe. Ich habe keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt sowie wörtliche und sinngemäße Zitate kenntlich gemacht. Die Arbeit hat in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner Prüfungsbehörde vorgelegen.

---

Ort, Datum

---

Unterschrift

\*Nichtzutreffendes bitte streichen

## Belehrung:

Wer vorsätzlich gegen eine die Täuschung über Prüfungsleistungen betreffende Regelung einer Hochschulprüfungsordnung verstößt, handelt ordnungswidrig. Die Ordnungswidrigkeit kann mit einer Geldbuße von bis zu 50.000,00 € geahndet werden. Zuständige Verwaltungsbehörde für die Verfolgung und Ahndung von Ordnungswidrigkeiten ist der Kanzler/die Kanzlerin der Technischen Universität Dortmund. Im Falle eines mehrfachen oder sonstigen schwerwiegenden Täuschungsversuches kann der Prüfling zudem exmatrikuliert werden. (§ 63 Abs. 5 Hochschulgesetz - HG - )

Die Abgabe einer falschen Versicherung an Eides statt wird mit Freiheitsstrafe bis zu 3 Jahren oder mit Geldstrafe bestraft.

Die Technische Universität Dortmund wird gfls. elektronische Vergleichswerkzeuge (wie z.B. die Software „turnitin“) zur Überprüfung von Ordnungswidrigkeiten in Prüfungsverfahren nutzen.

Die oben stehende Belehrung habe ich zur Kenntnis genommen:

---

Ort, Datum

---

Unterschrift