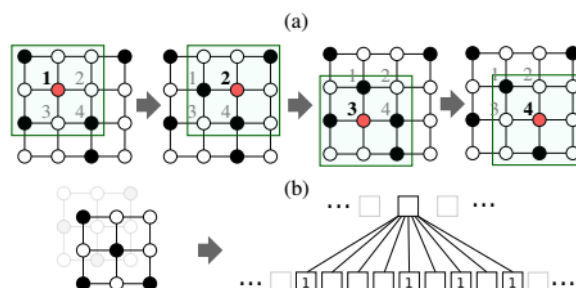


CNNs auf Graphen

11. November 2016

1 Einleitung

- Anwendungsfälle:
 1. Aus einer Menge von Graphen soll eine Funktion für Klassifizierungs- oder Regressionsprobleme gelernt werden, die auf nicht bekannte Graphen angewendet werden kann
 2. lerne Graph-Repräsentationen, um auf Graph-Eigenschaften (fehlende Kanten, Knodeigenschaften) unbekannter Graphen zu schließen
- Graphrepräsentation:
 - Graphen können gerichtet oder ungerichtet sein
 - Graphen können zyklisch sein
 - Graphen können mehrere unterschiedliche Kantentypen besitzen (mehrere Perceptive-Field-Layer)
 - Graphen können mehrere diskrete oder kontinuierliche Werte an ihren Knoten haben
- Methode berechnet lokal verbundene Nachbarschaften der Graphen und benutzt sie als die *Receptive Fields* des CNN
- die Methode kann für Graphen mit gewichteten Kanten erweitert werden



- Idee: repräsentiere Bilder als Graph

- ein Bild kann als Graph repräsentiert werden, indem die Knoten jeweils einen Pixel repräsentieren und es eine Kante zwischen zwei Knoten gibt, wenn deren Pixel benachbart sind
- die lokale Nachbarschaft eines Pixels wird repräsentiert als ein Quadrat um den Punkt (hier 3×3)
- Aus der Nachbarschaft kann ein Merkmal ermittelt werden
- üblicherweise gibt es keine räumliche Anordnung einer Graph-Repräsentation
- Probleme:
 1. Welche Nachbarschaften um welche Knoten und in welcher Reihenfolge bilden die Receptive Fields?
 2. Wie können die einzelnen Nachbarschafts-Graphen in einem Vektor repräsentiert werden (Normalisierung)?
- Verfahren:
 1. bestimme eine Knoten-Auswahl inklusive Reihenfolge
 2. bestimme den Nachbarschafts-Graphen um diesen Knoten mit genau k Knoten
 3. normalisiere die Nachbarschafts-Graphen
 4. füttere sie in ein CNN

2 Grundlagen

- Graph $G = (V, E)$ mit $V = \{v_1, \dots, v_n\}$ und $E \subseteq V \times V$, wobei n Anzahl der Knoten und m Anzahl der Kanten
- Adjazenzmatrix A mit Größe $n \times n$, wobei $A_{i,j} = 1$, falls eine Kante von v_i nach v_j existiert (sonst 0) $\Rightarrow v_i$ und v_j sind adjazent
- ein Weg ist eine Sequenz von Knoten, bei der benachbarte Knoten adjazent sind
- $d(u, v)$ beschreibt die minimale Distanz zwischen von u nach v
- $N_1(v)$ beschreibt die 1-Nachbarschaft um einen Knoten, d.h. alle Knoten die adjazent sind zu v

2.1 Beschriftung und Partitionierung

- eine Graph-Beschriftung $l : V \rightarrow S$ bildet einen Knoten auf eine sortierbare Einheit ab
- induziert ein *Ranking* $r : V \rightarrow \{1, \dots, |V|\}$ mit $r(u) < r(v)$ genau dann, wenn $l(u) > l(v)$
- falls l injektiv, dann gibt es eine totale Ordnung der Knoten in G und eine eindeutige Adjazenzmatrix A^l , bei der die Knoten die Position $r(v)$ haben
- eine Graph-Beschriftung induziert eine Partitionierung $\{V_1, \dots, V_k\}$ mit $u, v \in V_i$ falls $l(u) = l(v)$

3 Lernen von Graphen

3.1 Knotenauswahl

- Auswahl an Knoten, für die ein Receptive Field erstellt werden soll
- Graph-Beschreibung l – Metriken:
 - Grad der Knoten, d.h. Anzahl adjazenter Knoten (gewichtet: Auswärtsgrad – Einwärtsgrad)
 - *Betweenness centrality*: $g(v) = \sum_{s \neq v \neq t} \frac{\sigma_{st}(v)}{\sigma_{st}}$, wobei σ_{st} die Anzahl an kürzesten Pfaden von s nach t ist und $\sigma_{st}(v)$ die Anzahl dieser Pfade, die durch v gehen
 - *Weisfeiler-Lehman Algorithmus*
 - *Page-Rank*
 - *Eigenvektor-Zentralität*

was ist das?

- Gegeben: Graph-Beschreibung l , Abstand s , Anzahl w an Receptive Fields

1. sortiere die Knoten auf Basis von l
2. iteriere über die sortierte Knotenmenge mit Abständen s , bis w Knoten ausgewählt wurden

3.2 Nachbarschaftssuche

- Gegeben: Knoten v , Größe k des Receptive Fields
1. setze initiale Knotenmenge N auf v
 2. wiederhole bis $|N| > k$:
 - a) berechne für alle Knoten i in N die Nachbarschaften $N_1(i)$ und füge sie zu N hinzu
- Bemerkung: im Allgemein gilt $|N| \neq k$

3.3 Normalisierung

- Gegeben: Menge von Graphen \mathcal{G} mit k Knoten, Distanzmetriken für Matrizen d_A und Graphen d_G
- Optimierungsproblem: $\min_l \sum_{G \in \mathcal{G}} \sum_{G' \in \mathcal{G}} (d_A(A^l(G), A^l(G')) - d_g(G, G'))$
-

weitermachen

4 Auswertung

- CNNs mit Bildern können identisch über CNNs mit Graphen dargestellt werden
- Methode funktioniert teilweise deutlich besser als State-of-the-Art Graph-Kerne (z.B. bei Klasifizierungsproblemen)

5 Zukünftige Arbeiten

- gewichtete Kanten (oder allgemeiner Graphen mit Kanteneigenschaften)
- Graphen auf andere Netze übertragen, z.B. RNNs
- kombiniere unterschiedliche Receptive Field-Größen