G.DARBOUX

论静力学中的力的构成

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques, vol. 9 (1875), pp.281-288

<http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1875_9 281_1>

MELANGES。

关于静力学中的力的组成。

PARM。G. DARBOUX。

在构成《*圣彼得堡评论*》*第一卷*一部分的1726年回忆录中，丹尼尔-
伯努利研究了牛顿和瓦里尼翁从它们产生的运动中推导出力的组成的证明。
<他批评了这种示威。他批评了这一证明，并特别指责它依赖于偶然的真理，也就是说，从经验中借用："他说，*Nilzil in illa dcmonstratione, ut falsum rejicio, sed qumdam ut obscura, qucedam ut non necessario vera*"。而且，在详细审查了人们可以提出的反对意见之后
他对牛顿所走过的道路进行了研究，并转向他的
的主要目标，即提供一个*几何学上的*证明。
部队的组成。

在不对伯努利的言论进行完整分析的情况下，我们可以看到，他的证明并不像

他认为它是几何学的。和牛顿的一样，它是基于从经验中借用的原则，特别是基于

结果者的概念本身。诚然，它没有采用运动的构成；但是，另一方面，如果不作进一步的解释，它不能扩展到力作用于运动点的情况(1)。

在任何情况下，D.

伯努利所遵循的路线都有许多模仿者。静力学常常被单独或独立于动力学来教授，它完全依赖于力的构成规律。因此，很自然地要寻求对这一规律的证明，完全从平衡的观察中得出，而这正是许多几何学家所做的。

对于所有涉及Ber

noulli*方法与*牛顿方法的比较，以及类似的证明

与伯努利在*分析力学之*前发表的那些文章相比，011

在这方面，读者可能希望阅读放在《*分析力学*》开头的《平行四边形法的通知》。在拉格朗日引用的各种著作中，我们将特别指出《*数学论文集*》第一卷中的Me moire de d' A lembert，其中伯努利有些冗长的论述被简化到最后的简单程度。

今天，很少有科学收藏品不包含至少一个di,iparaHelogramme规则的演示。*天体力学*》的第一章包含了一个

是基于对无限小的使用。泊松在他的*理性逻辑*中给出了另一个

导致一个 方程

职能部门。在最新一期的《*Sta-*

(-

)假设，事实上，在静力学中发现的结果，这里是我们如何在点是运动的情况下进行推理：给定两个力P，Q作用在一个材料点A上，让我们引入两个力-P，-Q和将使其平衡的力R。如果我们去掉P-P、*Q*-Q这两组，状态，即点的运动不会改变；剩下的是力R，它因此可以用来补偿力P、*Q*。但这个原则，可以加在从一个运动的物质点去除力的过程中，它将与静止的点保持平衡，基本上只是力产生的运动的构成规律的部分情况。

这是Cauchy的一个证明，转载于1826年的《*数学练习*》第一卷。这是一个非常有趣的问题，莫希斯在他的《*静态*》中对此作了说明。我们的《机械学论》中的那篇论文非常简单，但它是其中第一个是固体物体的静力学原理；我相信，它是由安培提出的。最后，为了完成我们的列举，让我们引用一下

同样，在*Liouville's Journal,* t. I中，证明了

M.Aime，与D.Bernoulli的作品相似，没有提供任何德-

阿莱姆赫特提出的对后者的优势。这些不同的示范是基于以下原则

他们的共同点，以及每个人所特有的其他问题。

的。这样一来，有些人承认结果的方向和大小随着成分的大小和方向连续变化；有些人则认为只有成分的大小和方向发生了变化。

结果的方向是在Forroe角内，由

组件，等等。

我建议把这个问题作为一个纯几何学的问题来研究，事实上它就是一个纯几何学问题。

并以这样的方式进行示范，以使

可使之成为真实的假设。

我将首先承认所有论证所共有的假设，以及那些必须承认的假设。我将首先承认所有论证的共同假说

并向我提出了以下几何问题。

给出*n*条直线OA1, OA2, ---, *OAn,* 其原点在某一点O，根据以下条件确定这些直线的组成Joi

I. 总的结果f'，独特的和确定的，将仍然是不成熟的，当对其中一些线，我们将减去他们的

结果c

partielle。她是独立的，是独立的，是独立的，是独立的，是独立的。

II. 它也将独立于系统在空间中的方向，也就是说，当围绕0点的任何位移被赋予这些线时，它将通过与这些线形成一个不变的系统而被拆分。

在提出问题的任何方式中，有必要很好地证明那些如果真的是力量就会显得最明显的观点；结论会更有<the ,alcm-，人们会有更少的肘部来获得它的<lmis。

从所承认的两个假设可以看出，两条相等且直接相对的线的结果OC为零。事实上，线段OA、OB的系统不会发生变化：1°是围绕AOB旋转任何角度；2°是围绕AOB旋转任何角度；3°是围绕AOB旋转任何角度。

围绕着垂直于AOB的轴*Ox旋转*180度，其中把OA带到OB，把*OB*带到OA。因此，这些旋转不应改变结果的方向，这是不可能的。因此，它必须是零。

反过来说，只有当两条直线OA, OB相等且直接相对时，它们的结果才是零。

事实上，假设两条直线OA, OB的结果为零。让

让我们推导出由三条线OA、OB和OB'组成的系统，它们同样与OB直接相对。 这三条线的结果是OA；可能。

因为OA和OB的结果是零，所以它也是OB'。因为，根据条件一，不可能有两个结果物

OB'必须等于并平行于OA，同样适用于OA。

有必要使OA、OB相等且方向相反。

第二，两条线OA、OB的结果是neccs

两条直线OA', OB'的结果与OA, OB相等且相反，其结果OC'与OC相等且相反。

事实上，在这一过程中

OA, OB, OA', OB'为零；因此，OC和OC'的结果c一定是零，因此OC和OC'一定是相等和相反的。

现在，如果我们将OA、OB在它们的平面上旋转180度，它们就会位于OA'、OB'上；因此，OC一定会位于它的延伸部分OC'上，这就要求OC位于平面BOA上。因此。

两条线的结果包含在这两条线的平面内。

既然接受了这一点，那么让P、Q是两条适用于以下情况的线让我们给它们加上不在其平面内的任何第三条线**R**，让我们寻求这三条线的结果S。设R'是P和Q的结果，Q'是P和R的结果，P'是R的结果。

森将由P和P'组成，或由Q和Q'组成，或由R组成。

R和R'。由此可见，Pet

P'的平面，Q和Q'的平面，R和R'的平面必须沿着一条直线相交。在Aura donc,_d'aprc上

Ull theo'l'emf' eonnu rclatif a l' angle triedre,

sinR'OP sinP'OQ sinQ'OR iuR'OQ
inl>'OH. inQ'oP=-r,

sinR'OP _ sinP'OR. sinQ'OR
iuQOH.-' inP'OQ. inQ'OP

假设OR垂直于POQ平面。比例sin P'OR,
.P'OQ只取决于演习R和 和它们的角度，即sm
假设的权利。11是做为R和Q的函数，Qi（R, Q Q). 党委书记
. sin Q'OR ,
类似的比例Sill Q'0 pest the meme fonetion of R and
P的。我们已经做了

sinR'OP _ c:p(R,Q)
inQ-OR'- qi(R,P)'。

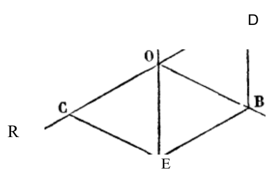
或者，通过给R一个数字值1，例如。

sinR'OP qi(Q)
iuQOR' y(P)。

这个方程表示，如果我们将P上的长度cp(P)向Pou的方向携带，取决于cp(P)是正还是负，并将Q 上的merne qi(Q)携带，结果是在Qi(P)和Qi(Q)构建的平行四边形的对角线*方向上*。

我补充说，对角线的大小将等于1的字体。
cp (**R'**) 的结果R'。

设P，Q，R是三条直线，其结果为零。



一个将与其他两个的结果相等和相反。

让我们来看看

$$OA = cp(P)。\quad OB = cp(Q)。\quad OC = cp(R)。$$

在方向上，OP刮开OB、OC上构建的平行四边形的对角线；或者刮开OA、OB上构建的平行四边形的对角线。我们已经做了

$$OD = BE = OC。\quad 或 \quad OD = cp(R)。$$

由于R是两条线P，Q的结果的大小，我们看到建立在9（P），9（Q）上的平行四边形的对角线的大小为cp（R），正如我们所看到的：从以上所有的结果来看，有以下的组成规律。

给定n条线$P1$，$P2$，---，Pn，满足条件I，H的最一般的组成法则将是如下。将选择一个函数$qi(x)°$，长度等于9(Pt)，9(J/)，...。9（P n）分别在$P1$，$P2$，---，Pn上，以这些函数的符号为方向结束。**我们**将编撰所有这些线根据力的多边形的规则，即通过把它们一个接一个地连续进行；将形成这个多边形的一面将给出主导**R**的方向，它的大小将等于Qi(R)。

让我们补充一下，为了使R是已知的二进制，我们有必要取消扣除9（R）的值，不含阿利吉特。我们还注意到，如果我们不取9(x)，而取$mgi(x)$，m是任何数字1--

这两个条件l，II

nc就足以让我们在力量构成的法律下进行雕塑。我们将在所有平行四边形的演示中承认这一事实，并将其定义归结为巨大的力量。

III. 线路组成的规律必须被还原为

! 相同方向的线的代数加法。

让我们来看看这个假设对形状的影响。

函数 qi(**P**)。

将两根连接线P、Q，按相同的方向连接起来，再将其他的连接线S、T连接起来。

....在这篇文章中

组成的线的hgone代表两个平行边，gi(P)和::p(Q)。但是，如果将P、Q组合成另一个

在直线P--+-
Q中， 两个维度qi(P)、rp(Q)将被一个单一的qi(P+Q)所取代，这将与它们平行。由于总的结果必须不被改变，我们必须有

$$Ci(P+Q)=9(P)+9(Q)。$$

因此，这个函数方程是我们的新条件Ill的翻译。

前面的方程可以通过假设qi (P) con
tinue来求解。我们得到的函数是

$$9(P)=aP。$$

但我们将证明，假设'P（P）简单地在，-
• 可以达到同样的效果。

因此，在方程中

$$cp(P+Q)-9(P)=9(Q)$$

可以推断出，函数*qi(x)*如果是正的，总是增加的。此外，这是一个众所周知的函数方程的结果，我们有

$$\varphi\left(\frac{p}{q}\right)=\frac{p}{q}\varphi(1),$$

即9(*x)* = *ax*，对于*x*的所有可交换的值。

由于该函数是递增的，同样的公式显然也适用于以下情况，而不需要假设它是连续的
!"他是*x*的不可测量的值(1)。

根据之前的评论，我们除以*a*并取cp(x)=*x*，这就得出了平行四边形的规律。

因此，为了获得这一规律，有必要在已经提出的三个假设中增加以下两个假设之一。

IV. qi (P) 总是正的，即 *q;* (P) 和 qi (Q) 是同样的标志。

---

(1) 因为，让*x*在 *!* *!* 和p+1之间是一个不可比的，我们有 $\frac{}{q}$ $\frac{-}{q}$ -

$$_q\underline{1'(£)<,i(x)<,'(p+i)}_q,\text{或}_q^a\ !\ \underline{'<?(.x)a(p+I)。}_q$$

*? (x)*将在两个具有极限*ax*的量之间进行。

[Va. qi(P)是一个连续函数。

让我们研究一下这两个假设的机械意义。

IV.如果qi(

P)总是具有相同的符号，那么力**P、 Q**的结果将总是以它们的角度指向。

IVa.如果rp（P）

是连续的，结果大小的方向将是两个力的连续函数。

因此，必须接受这两个假设中的一个或另一个。

任 何 示威都 无 法 逃脱我们在这里设定的条件。从所做的假设最少的角度来看，伯努利的那个经达勒修改的假设似乎仍然是最好的，而且还因为它只使用了锥体。

11.在我们看来，抛开一个教学中的区别，人们可以从上述内容中得出一个相当简单的方法，在Statiquc中获得力量的构成。