

**Карантин–2020**  
**КН — практическое занятие № 2**  
*Определённый интеграл*

**Упражнение 1.** Вычислить интеграл по определению:

$$1. \int_0^{\pi/2} \cos x \, dx =$$

$$2. \int_a^b x^m \, dx, \quad 0 < a < b, \, m \neq -1.$$

**Упражнение 2.** Вычислить предел:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \cdots + \frac{n-1}{n^2} \right)$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n}{n^2 + 1^2} + \frac{n}{n^2 + 2^2} + \cdots + \frac{n}{n^2 + n^2} \right) =$$

**Упражнение 3.** Вычислить интеграл:

$$1. \int_0^2 |1 - x| \, dx$$

$$2. \int_0^{2\pi} \frac{dx}{1 + \varepsilon \cos x} \quad (0 \leq \varepsilon < 1) \quad \left[ t = \operatorname{tg} \frac{x}{2}, \quad \cos x = \frac{1 - t^2}{1 + t^2} \right]$$

$$\begin{aligned} \int \frac{dx}{1 + \varepsilon \cos x} &= \int \frac{2dt}{1 + \varepsilon + t^2(1 - \varepsilon)} = \frac{2}{\sqrt{(1 + \varepsilon)(1 - \varepsilon)}} \operatorname{arctg} \left( t \sqrt{\frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon}} \right) = \\ &= \frac{2}{\sqrt{(1 - \varepsilon^2)}} \operatorname{arctg} \left( \operatorname{tg} \frac{x}{2} \sqrt{\frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon}} \right) \end{aligned}$$

$$F(x) = \frac{2}{\sqrt{(1 - \varepsilon^2)}} \begin{cases} \operatorname{arctg} \left( \operatorname{tg} \frac{x}{2} \sqrt{\frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon}} \right) + C, & 0 \leq x < \pi \\ \operatorname{arctg} \left( \operatorname{tg} \frac{x}{2} \sqrt{\frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon}} \right) + C_1, & \pi < x \leq 2\pi \end{cases}$$

$$F(\pi - 0) = \frac{\pi}{2} + C, \quad F(\pi + 0) = -\frac{\pi}{2} + C_1 \quad \Rightarrow \quad C_1 = \pi + C$$

$$F(x) = \frac{2}{\sqrt{(1 - \varepsilon^2)}} \begin{cases} \operatorname{arctg} \left( \operatorname{tg} \frac{x}{2} \sqrt{\frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon}} \right) + C, & 0 \leq x < \pi \\ \operatorname{arctg} \left( \operatorname{tg} \frac{x}{2} \sqrt{\frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon}} \right) + \pi + C, & \pi < x \leq 2\pi \end{cases}$$

$$\int_0^{2\pi} \frac{dx}{1 + \varepsilon \cos x} = F(2\pi) - F(0) = \frac{2\pi}{\sqrt{(1 - \varepsilon^2)}}$$

$$3. \int_{-1}^1 \frac{d}{dx} \left( \frac{1}{1 + 2^{1/x}} \right) dx$$

**Домашнее задание:**

№№ 2189, 2191, 2220, 2223, 2225, 2212, 2215, 2216