



## 2.3 记号的识别—有限自动机

模式的描述—正规式

记号的识别—有限自动机（确定、不确定）

### 2.3.1 不确定的有限自动机

(Nondeterministic Finite Automaton, NFA)

定义2.4 NFA是一个五元组 (5-tuple) :

$M = (S, \Sigma, move, s_0, F)$  , 其中

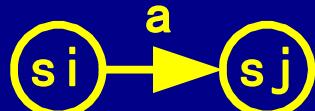
- (1)  $S$ 是有限个状态 (state) 的集合;
- (2)  $\Sigma$ 是有限个输入字符 (包括  $\epsilon$ ) 的集合;
- (3)  $move$ 是一个状态转移关系,  $move(s_i, ch)=s_j$  表示, 当前状态  $s_i$  下若遇到输入字符  $ch$ , 则转移到状态  $s_j$ ;
- (4)  $s_0$ 是唯一的初态 (又称开始状态) ;
- (5)  $F$ 是终态集 (又称接受状态集), 它是  $S$ 的子集, 包含了所有的终态。





## <1> 直观的表示方式

① 状态转换图：用一个有向图来直观表示NFA。



NFA中的每个状态，对应转换图中的一个节点；

NFA中的每个 $\text{move}(s_i, a) = s_j$ ，对应转换图中的一条有向边；  
它表示从 $s_i$ 节点出发，进入 $s_j$ 节点，字符 $a$ （或 $\epsilon$ ）是边上的标记。

② 状态转换矩阵：用一个二维数组来直观表示NFA。

矩阵中，一个状态对应一行，一个字符对应一列；

每个矩阵元素 $M[s_i, a]$ 中的内容，是从状态 $s_i$ 出发，经字符 $a$ （或 $\epsilon$ ）所到达的下一状态 $s_j$ 的集合；

在转换矩阵中，一般以矩阵第一行所对应的状态为初态，而终态需要特别指出。

	...	a
i	j	

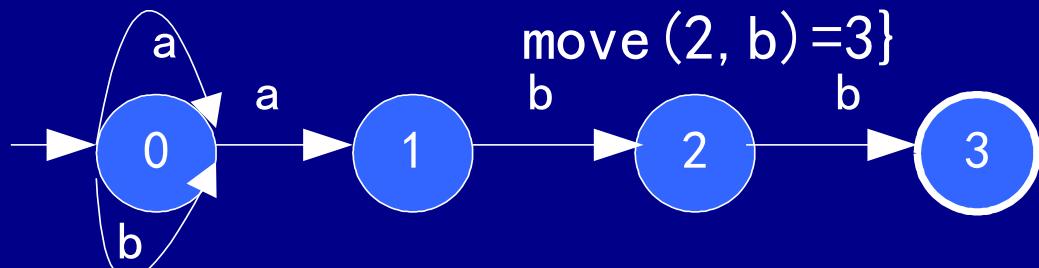


例2.7 析别正规式  $(a|b)^*abb$  所描述正规集的NFA的三种表示形式分别如下。 (其中, 转换矩阵表示中0为初态, 3为终态)

按定义:  $S=\{0, 1, 2, 3\}$ ,  $\Sigma=\{a, b\}$   $s_0 = 0$ ,  $F=\{3\}$

$move=\{ move(0, a)=0, move(0, a)=1, \dots\}$  按状态转换矩阵:

按状态转换图:



$move(0, b)=0, move(1, b)=2,$

$move(2, b)=3\}$

	a	b
0	{0, 1}	{0}
1	-	{2}
2	-	{3}
3	-	-

<2> 记号在NFA中的表现 (NFA如何识别记号)

对字符串, 从初态开始, 经一系列状态转移到达终态。

例如: 对于字符串abb, 有

定义:  $move(0, a)=1, move(1, b)=2, move(2, b)=3$

转换矩阵:  $m[0, a]=\{0, 1\}, m[1, b]=2, m[2, b]=3$

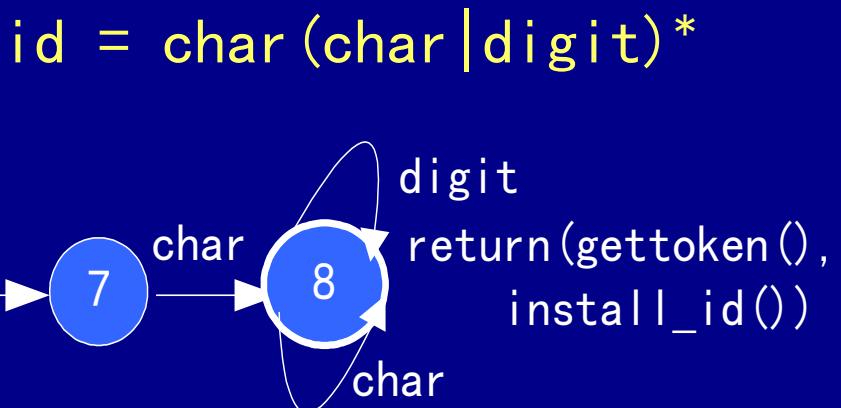
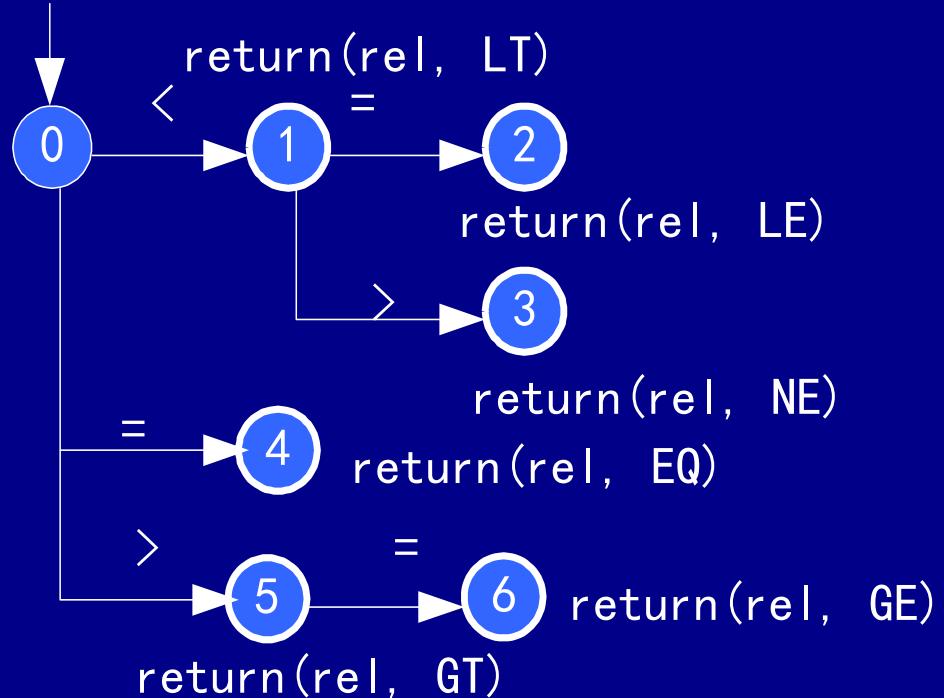
转换图:  $0\underline{a}1\underline{b}2\underline{b}3$

显然, 转换图最直观, 即每一个记号, 实质上是从初态开始到某个终态的路径上的标记。



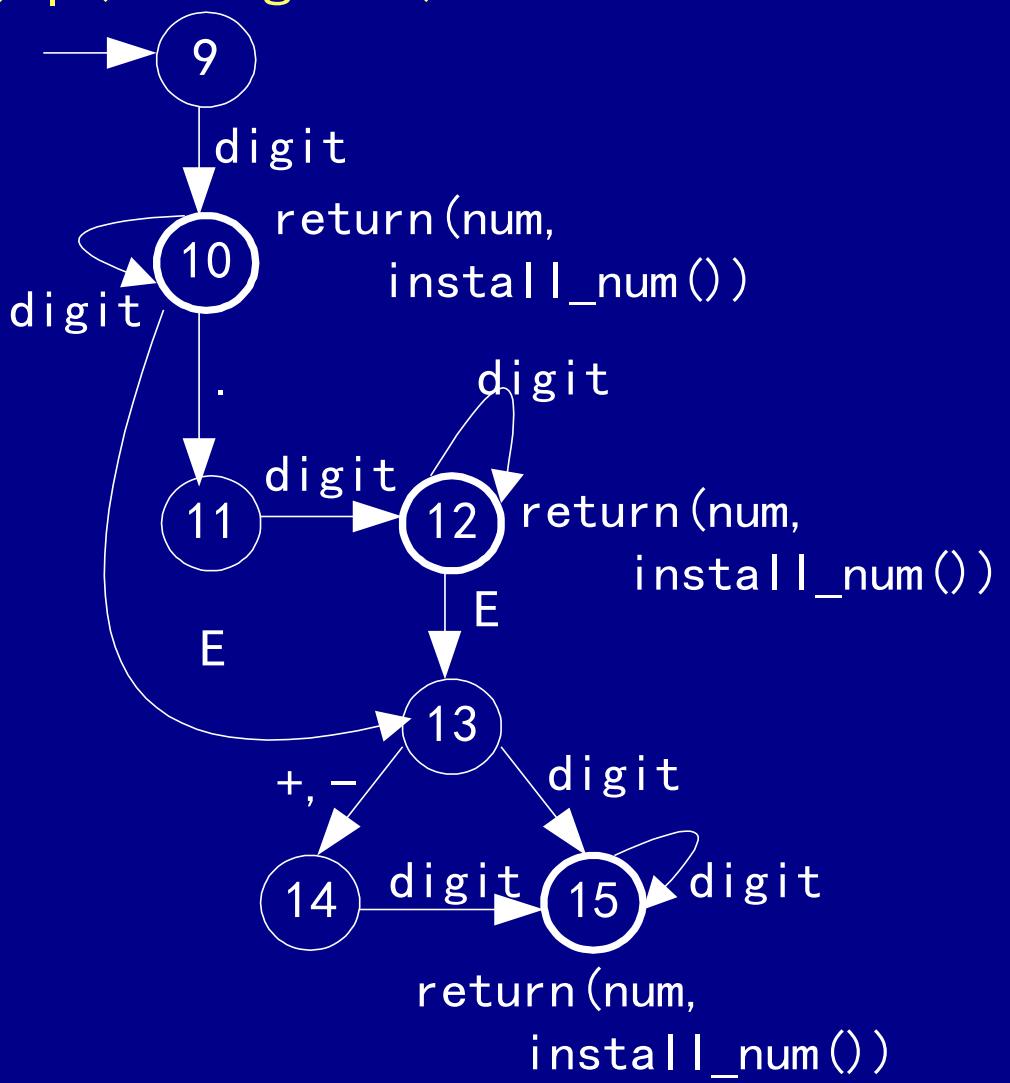
## 例2.8 识别表2.1中记号relation、id和num的转换图

relation = < | <= | ◇ | > | >= | =





```
optional_fraction = ( . digits )?
optional_exponent = ( E (+|-)? digits )?
num = digits
    optional_fraction
    optional_exponent
```





### 〈3〉 NFA（识别记号）的特点

NFA识别记号的最大特点是它的不确定性，即在当前状态下对同一字符有多于一个的下一状态转移。

### 〈4〉 不确定性的表现

- 定义：move是1对多的；
- 转换图：同一状态有多于一条边标记相同字符转移到不同的状态；
- 转换矩阵： $M[s_i, a]$ 是一个状态的集合。



正规式:  $a(a|b)^*abb$

按定义:

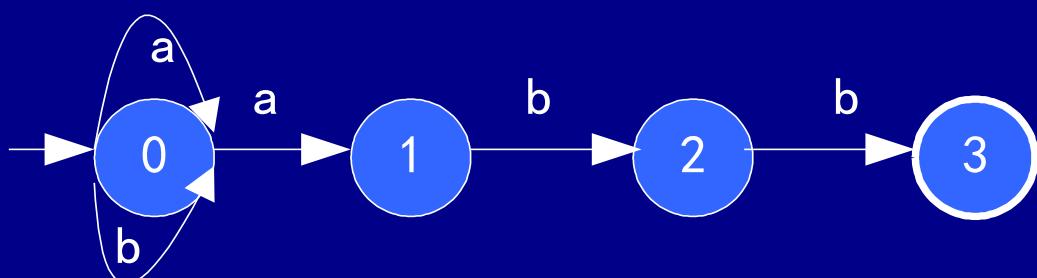
$$S = \{0, 1, 2, 3\}, \quad \Sigma = \{a, b\} \quad s_0 = 0, \quad F = \{3\}$$

$$\text{move} = \{ \begin{array}{l} \text{move}(0, a) = 0, \quad \text{move}(0, a) = 1, \\ \text{move}(0, b) = 0, \quad \text{move}(1, b) = 2, \\ \text{move}(2, b) = 3 \end{array} \}$$

按状态转换矩阵:

	a	b
0	{0, 1}	{0}
1	-	{2}
2	-	{3}
3	-	-

按状态转换图:



0是初态, 3是终态



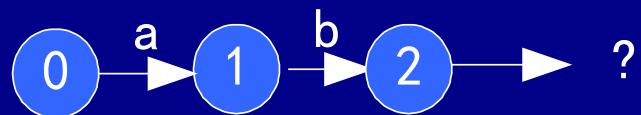
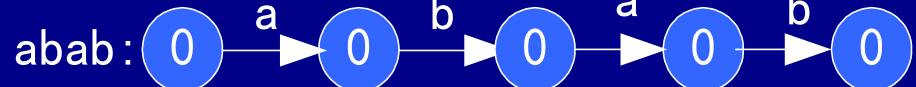
## <5> NFA识别输入序列的一般方法

反复试探所有路径，直到到达终态，或者到达不了终态。

## <6> 不确定性识别记号的困惑

识别输入序列时，在当前状态下遇到同一字符，应转移到哪个下一状态？

例2.9 在正规式  $(a|b)^*abb$  的NFA上识别输入序列abb和abab：





## <7> NFA识别记号存在的问题

1. 只有尝试了全部可能的路径，才能确定一个输入序列不被接受，而这些路径的条数随着路径长度的增长成指数增长。
2. 识别过程中需要进行大量回溯，时间复杂度升高且算法趋于复杂。

问题：

是否可以构造这样的有限自动机，它识别正规式所描述的字符串，且在任何一个状态下遇到同一字符最多有一个状态转移？



## 2.3.2 确定的有限自动机 (Deterministic Finite Automaton, DFA)

定义2.5 DFA是NFA的一个特例，其中：

- (1) 没有状态具有  $\epsilon$  状态转移 ( $\epsilon$ -transition)，即状态转换图中没有标记  $\epsilon$  的边；
- (2) 对每个状态  $s$  和每个字符  $a$ ，最多有一个下一状态。



与NFA相比，DFA的特征（确定性）

定义： move ( $s_i, a$ ) 是一个状态转移函数；

转换图： 从一个节点出发的边上标记均不相同；

转换矩阵：  $M[s_i, a]$  是一个状态。

且字母表不包括  $\epsilon$ 。



对NFA施加两条限制：

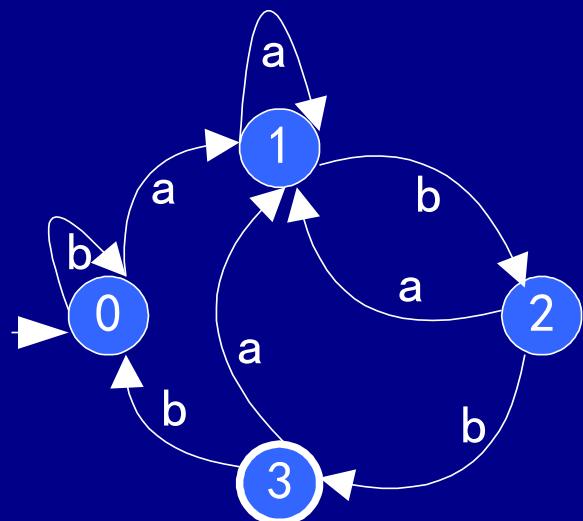
限制1：没有 $\epsilon$ 状态转移

限制2：同一状态下没有重复字符的状态转移

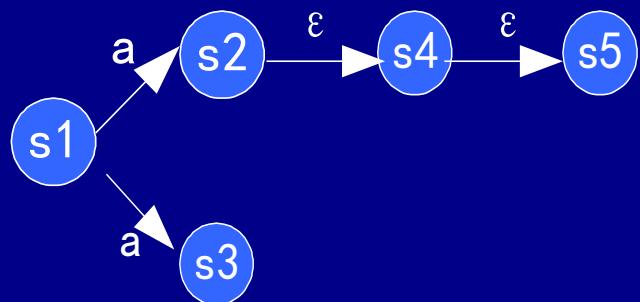
例2.10 正规式  $(a|b)^*abb$  的DFA和识别输入序列 abb 和 abab：

识别abb: 0a1b2b3, 状态，接受

识别abab: 0a1b2a1b2, ?



	a	b
0	1	0
1	1	2
2	1	3
3	1	0





将在DFA上识别输入序列的过程形式化为算法，该算法被称为模拟器（模拟DFA的行為）或驱动器（用DFA的数据驱动分析动作）。

算法与DFA一起，即构成识别记号的词法分析器的核心。它的最大特点是算法与模式无关，仅DFA与模式相关。



## 算法2.1 模拟DFA

**输入** DFA D和输入字符串x (eof)。D的初态为s0，终态集为F。

**输出** 若D接受x，回答“yes”，否则回答“no”。

**方法** 用下述过程识别x：

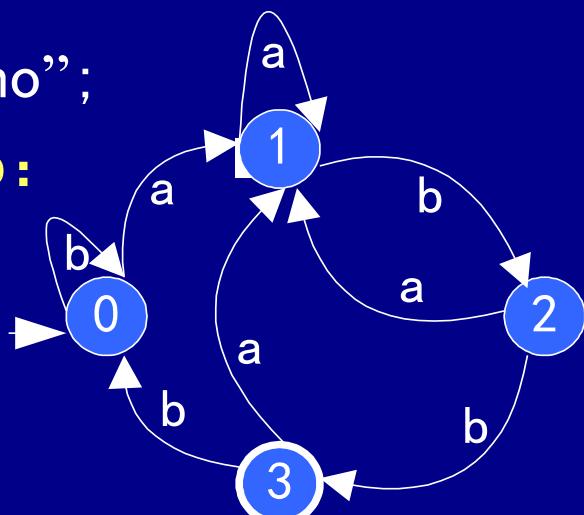
```
s:=s0; ch:=nextchar;           -- 初值
while ch≠eof                  -- 循环
    loop s:=move(s, ch); ch:=nextchar;
end loop;
if s is in F                  -- 返回
then return "yes"; else return "no";
end if;
```

用算法2.1识别abb：

1. s=0, ch=a
2. s=1, ch=b
3. s=2, ch=b
4. s=3, ch=eof
5. yes

用算法2.1识别abab：

1. s=0, ch=a
2. s=1, ch=b
3. s=2, ch=a
4. s=1, ch=b
5. s=2, ch=eof
6. no





## 2.3.3 有限自动机的等价

定义2.6 若有限自动机 $M$ 和 $M'$ 识别同一正规集，则称 $M$ 和 $M'$ 是等价的，记为 $M=M'$ 。 ■

特别提示：

正规式与有限自动机从两个侧面表示正规集。正规式是描述，自动机是识别。

因此，当它们表示相同集合时，均存在等价的问题。



想一想，有几种可能的等价？