NTNU elsys ELEKTRONISK SYSTEMDESIGN & INNOVASJON

# Teknisk notat

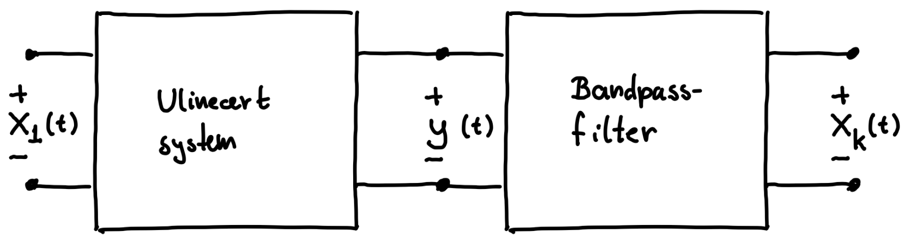
| | |
|---|---|
| Tittel: Frekvensmultiplikator | |
| Referanse: Elsys-2021-LL-1 | |
| Forfattar: L. Lundheim | |
| Versjon: 1.1 | Dato: 10.03.2021 |

## Ein ide

Av og til er det ynskjeleg å kunne endra frekvensen til eit sinusforma signal. Me ser her på ein mogeleg ide for å få dette til, meir spesifikt å kunne mulitplisera frekvensen med eit heiltal.

Me har altso eit signal $x_1 = A_1 \cos(2\pi f t)$ med kjent frekvens $f$ og me vil produsera et nytt signal $x_k = A_k \cos(2\pi k f t + \phi)$ der $k$ er eit heiltal.

Ideen er skissert i figur 1.

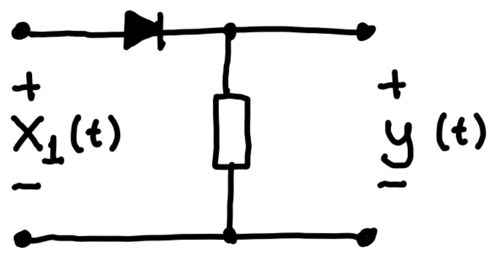



**Figur 1:** Ide til frekvensmultiplikator. Eit ulineært system forvrenger eit sinussignal slik at overharmoniske vert generert. Eit bandpassfilter filtrerer ut den $k$-te harmoniske.

Fyrst vert signalet $x_1(t)$ sendt gjennom eit ulineært system, som sender ut signalet $y(t)$ med same periode som $x_1(t)$. Men det ulineære systemet vil forvrenga signalet slik at det ikkje lenger er sinusforma. Sidan det har same periode som $x_1(t)$, vil det ha grunnfrekevens $f$, men i tillegg frekvenskomponentar ved frekvensane $2f, 3f, 4f, \ldots$. Dette signalet sender me so til eit smalt bandpassfilter som slepper gjennom den ynskte frekvenskomponenten $kf$ og dempar alle andre. Dersom filteret er tilstrekkeleg smalt, vil utgangen av filteret, $\hat{x}_k(t)$ vera eit tilnærma sinusforma signal med frekvensen $kf$.

## Eit enkelt ikkje-lineært system

Ei diode og ein motstand kopla som vist i figur 2 kan vera ein mogeleg ulinearitet for å realisera ideen.




**Figur 2:** Eit mogeleg ulineæart system. Eit periodisk signal $x(t)$ på inngangen gjev eit signal $y(t)$ med same periode på utgangen. Med $x(t)$ sinusforma vil $y(t)$ innehalda overharmoniske av denne.

## Kva er eit "smalt" bandpassfilter?

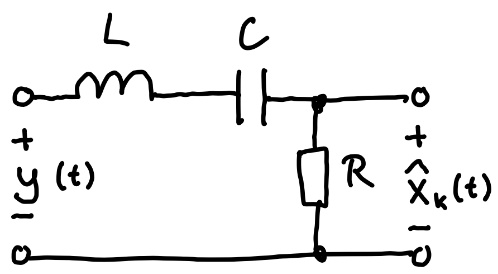
Den absolutte bandbreidda $B$ til eit bandpassfilter er avstanden mellom dei to frekvensane der amplitudresponsen har sunke med 3 dB. Smale bandpassfilter med senterfrekvens $f_0$ er ofte basert på ein eller annan form for resonans, og då er det den *relative bandbreidda* $B/f_0$ som ein prøver få so lita som råd. I praktis nyttar ein ofte det inverse av denne storleiken, den sokalla Q-faktoren:

$$Q = f_0/B.$$

Stor Q-faktor vil seia smalt filter. For bandpassfilteret i figur 3 kan ein visa[1] [1, Kap. 14.4] at Q-faktoren er gjeven ved

$$Q = \sqrt{\frac{L}{CR^2}}.$$

Dette resultatet kan vera greitt å hugsa når ein skal velja komponentar til eit slikt filter.




**Figur 3:** Eit enkelt 2. ordens bandpassfilter.

[1] Det er eigentleg ikkje so vanskeleg, og ei fin øving.

## Eit kvalitetsmål

Me innser at det ikkje er realistisk å få eit perfekt sinussignal med den føreslegne metoden. Men korleis skal me vurdera *kor god* tilnærminga er? Eit mogeleg måle er eit sokalla signal-til-distorsjonstilhøve.

Me tenkjer oss at det produserte signalet $\hat{x}_k(t)$ er gjeve som summen av det ynskte $x_k(t)$ og ei forstyrring (ein distorsjon) $d(t)$. Alle signala har ei periode som gjeng opp i $T = 1/f$, og me kan finna middeleffektene til dei respektive signala som høvesvis

$$P_{x_k} = \frac{1}{T}\int_0^T x_k^2(t)dt,$$

$$P_{\hat{x}_k} = \frac{1}{T}\int_0^T \hat{x}_k^2(t)dt$$

og

$$P_d = \frac{1}{T}\int_0^T d^2(t)dt.$$

Dermed kan me skriva signal-til-distorsjonstilhøvet som[2]

$$\text{SDR} = \frac{P_{\hat{x}_k}}{P_d}.$$

Ved Parsevals sats, veit me no at effekten til $\hat{x}_k(t)$ kan skrivast

$$P_{\hat{x}_k} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |c_n|^2 = |c_0|^2 + 2\sum_{n=1}^{\infty} |c_n|^2.$$

Signalet $x_k$ med ein $k$ gongar so stor frekvens som i $x_1$, er no den $k-$te-harmoniske til $\hat{x}_k(t)$ slik at me får

$$P_{x_k} = 2|c_k|^2$$

og

$$P_d = P_{\hat{x}_k} - P_{x_k}.$$

Dermed kan me estimera SDR ved hjelp av ein spektrums-analysator. Der kan me nemleg lesa av effektverdiane (RMS) til dei ulike spektralkomponentane i eit signal. Desse verdiane er

[2]Engelsk *Signal-to-Distortion-Ratio SDR.*

proporsjonale med dei tilhøyrande fourierkoeffisientane. Nemner me effektivverdiane (RMS) for signala som $V_{\hat{x}_k}$ for det signalet me faktisk får ut frå filteret (kan målast med oscilloskop) og $V_{x_k}$ for den frekvenskomponenten me er interessert i (kan lesast av i spektrumsanalysator) finn me:

$$\mathrm{SDR} = \frac{P_{x_k}}{P_{\hat{x}_k} - P_{x_k}} = \frac{V_{x_k}^2}{V_{\hat{x}_k}^2 - V_{x_k}^2}.$$

Sidan SDR kan variera stort, er det praktisk å nytta eit logaritmisk mål, for vår del decibel. Dermed får me

$$\mathrm{SDR[dB]} = 10 \lg \frac{V_{x_k}^2}{V_{\hat{x}_k}^2 - V_{x_k}^2}.$$

## Kva er eit “godt” SDR?

Det fins ikkje noko eintydig svar på kor stor SDR “bør” vera. Det kjem heilt an på kva applikasjon systemet skal inn i.

## Referanser


[1] J. W. Nilsson og S. A. Riedel, “Electric Circuits”, Tenth Edition, Prentice Hall, 2015.