



# Designnotat

Tittel: Anti-Aliasing Filter

Forfattere: Eirik Mathias Silnes

Versjon: 1.0

Dato: 2. november 2023

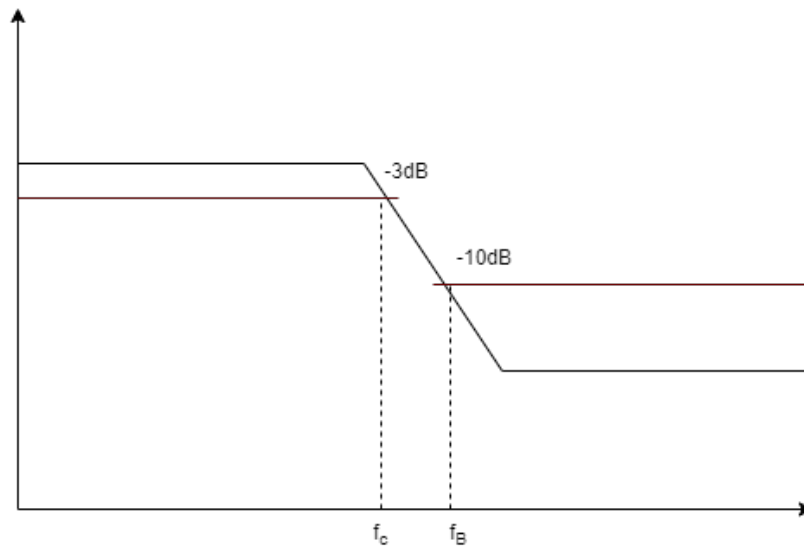
## Innhold

|          |   |          |
|----------|---|----------|
| <b>1</b> | <b>Problembeskrivelse</b>                                 | <b>2</b> |
| <b>2</b> | <b>Prinsipiell løsning</b>                                | <b>3</b> |
| 2.1      | Butterworth filter . . . . .                              | 3        |
| 2.2      | Finne orden av systemet . . . . .                         | 3        |
| 2.3      | Valg av komponenter . . . . .                             | 4        |
| <b>3</b> | <b>Realisering</b>  | <b>6</b> |
| 3.1      | Kretstopologi og bestemmelse av variabelverdier . . . . . | 6        |
| 3.2      | Resultater . . . . .                                      | 7        |
| <b>4</b> | <b>Konklusjon</b>   | <b>8</b> |
|          | <b>Referanser</b>   | <b>9</b> |

---

# 1 Problembeskrivelse

I dette designprosjektet så skal det designes et Anti-Aliasing filter med en prunktpørøvings frekvens på  $f_s = 3400\text{Hz}$ . Et Anti aliasing filter skal ha knekkfrekvens  $f_c = 75\%$  av båndbreddegrensen  $f_B$ , dvs at  $f_c \geq 0.75 \frac{f_s}{2}$ . I tillegg så skal filteret ha en dempning på minst 10dB ved  $f_B = \frac{f_s}{2}$ . Som et siste krav skal filteret påvirke signalet så lite som mulig i frekvensområdet  $0 \leq f \leq 0.75 \frac{f_s}{2}$ , dvs at filteret skal ha en maksimal dempning på 1dB i dette området. En visualisering av kravene til filteret er vist i figur 1.



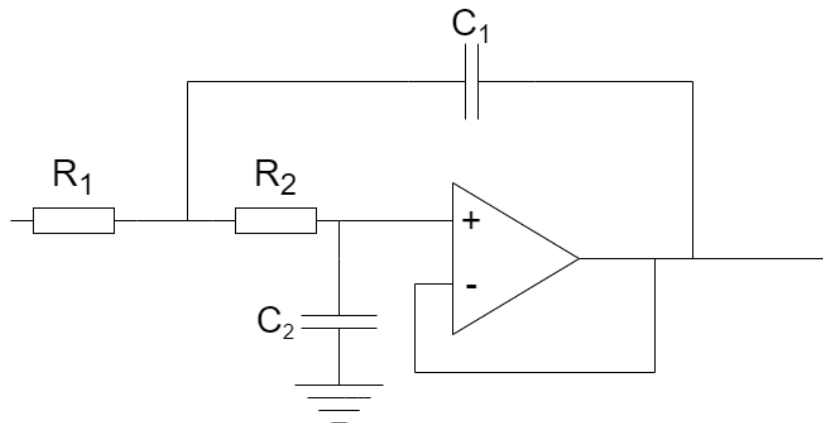
**Figur 1:** Et ideelt filter som tilfredstiller kravene til et Anti-Aliasing filter

## 2 Prinsipiell løsning

Et anti-aliasing filter brukes for å minske aliasing når man konverterer signalet fra et analogt til digitalt signal. Nyquist raten sier at samplingsfrekvensen må være minst dobbelt så høy som den høyeste frekvensen i signalet, for å kunne rekonstruere signalet etter konvertering[4]. De Ideele egenskapene til et anti aliasing filter er at amplituderesopnsen er flat i passbåndet, og at den har en bratt overgang fra passbåndet til stoppbåndet. Jo, brattere overgangen er, jo bedre er filteret. Et anti-aliasing filter realiseres derfor med et veldig agresivt lavpassfilter. Et Butterworth filter vil ha bratt nok overgang til å tilfredstille kravene til et anti-aliasing filter uten å påvirke signalet for mye i passbåndet i motsetning til et Chebyshev filter som skaper ripples i passbåndet.

### 2.1 Butterworth filter

Et Butterworth filter er et aktivt filter som kun benytter seg av kondensatorer som frekvens-avhengige komponenter. Kretstopologien er basert på Sallen-Key filteret som er vist i figur 2. Sallen-Key filteret er et aktivt filter som bruker to operasjonsforsterkere, to kondensatorer og to motstander[3]. Filteret kan realisere et andre ordens lavpassfilter med en Butterworth karakteristikk. Kretsen er vist i figur 2.



Figur 2: Sallen-Key filteret

### 2.2 Finne orden av systemet

For å finne orden til systemet kan vi bruke samme fremgangsmåte som vist av Lars Lundheim i videoen KS3. Systemets orden kan indentefiseres ved å ta absoluttverdien av systemfunksjonen  $H(j2\pi f_c)$  sammen med formelen:  $A = |H(j\pi f_c)| = 10^{\frac{A[dB]}{20}}$  hvor vi gjør om systemfunksjonen fra en logaritmisk til en linær skala. For å finne den minimale orden til systemet kan man anvende formel 1. Formelen er hentet fra et designeksempel av Dr. Lundheim [2] og benyttes for å tilfredstille kravet om -10dB dempning ved  $f_B$ .

$$n \geq \frac{1}{2} \frac{\ln(A^{-2} - 1)}{\ln(\frac{f_B}{f_c})} \quad (1)$$

Dersom vi setter inn for frekvensene gitt i dette designet får vi en orden  $n \geq 3.82$  som vi runder opp til  $n = 4$ . Dette betyr at vi må bruke et fjerde ordens Butterworth filter for å tilfredstille kravene til filteret. For å forbedre egenskapene til filteret så kan man benytte seg av høyere orden enn det som oppgis av formel 1. Dette vil gi et filter med en brattere overgang fra passbåndet til stoppbåndet.

## 2.3 Valg av komponenter

For å kunne implementere et  $n$ -te ordens Butterworth filter med ønske amplituderespons så er det nødvendig å vite den relative dempningsfaktoren  $\zeta$  for hver individuelle Butterworth filter i kaskadekoblingen. En oversikt over disse verdiene er hentet fra Dr. Lundheim sin video og vises i tabell 1

**Tabell 1:**  $\zeta$ -verdier for polpar,  $i$ , og systemorden,  $n$ .

|     | Polpar $i$ |         |         |         |         |
|-----|------------|---------|---------|---------|---------|
| $n$ | 1          | 2       | 3       |         |         |
| 1   | 1          |         |         |         |         |
| 2   | 0.70711    |         |         |         |         |
| 3   | 1          | 0.5     |         |         |         |
| 4   | 0.92388    | 0.38268 |         |         |         |
| 5   | 1          | 0.80902 | 0.30902 |         |         |
| 6   | 0.96593    | 0.70711 | 0.25882 |         |         |
| 7   | 1          | 0.90097 | 0.62349 | 0.22252 |         |
| 8   | 0.98079    | 0.83147 | 0.55557 | 0.19509 |         |
| 9   | 1          | 0.93969 | 0.76604 | 0.5     | 0.17365 |
| 10  | 0.98769    | 0.89101 | 0.70711 | 0.45399 | 0.15643 |

“Sallen-Key-byggeklussen” bruker en opamp, og da er det hensynsmessig å la

$$1\text{k}\Omega \leq R \leq 100\text{k}\Omega \quad (2)$$

Knekkfrekvensen gitt i radianer vil være

$$w_0 = 2\pi f_0 \quad (3)$$

Hvert kondensatorpar per “Sallen-Key-byggekluss” vil ha egne tidskonstanter  $\tau = RC$  gitt ved

$$\tau_1 = \frac{1}{w_0 \zeta_1}, \quad \tau_2 = \frac{1}{w_0^2 \tau_1} \quad (4)$$

Her er det vanelig å sette motstandene til noe mellom  $1k\Omega - 100k\Omega$  for å så beregne kondensatorverdiene utifra dette. Men ettersom det finnes flere motstandsverdier og de er lettere å kombinere så kan man sette kondensatorene til noen faste verdir og så beregne motstandene utifra dette ved hjelp av linking 5. Dette er en mer hensynsmessig måte å gjøre det på. Normale kondensatorverdier å benytte seg av i dette tilfellet vil være  $100nF$ ,  $1\mu F$  og  $1.5\mu F$ . For å kompensere for tilnærmingen kan man legge til et orden høyere på filteret.

$$R = \frac{\tau_1}{C_1}, \quad R = \frac{\tau_2}{C_2} \quad (5)$$

### 3 Realisering

#### 3.1 Kretstopologi og bestemmelse av variabelverdier

Beregna variabelverdier til det endelige systemet vises i tabell 2.

**Tabell 2:** Beregna verdier.

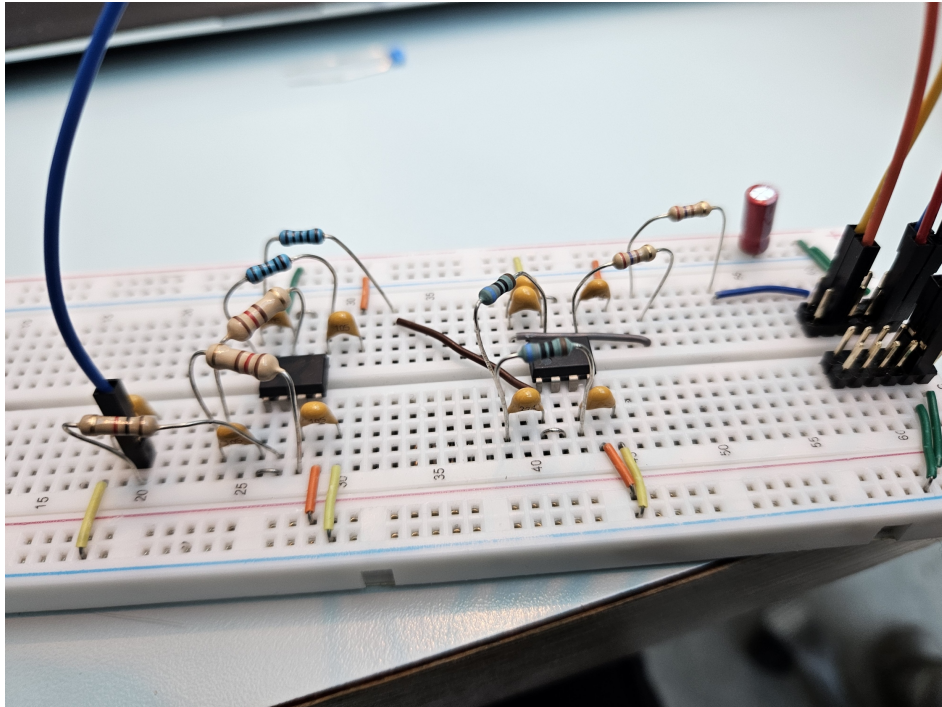
| Variabel/komponent | Beregna verdi |
|--------------------|---------------|
| $f_s$              | 3.4 kHz       |
| $f_B$              | 1.7 kHz       |
| $f_c$              | 1.275 kHz     |
| $n$                | 4             |

Ettersom vi kommer til å fastsette kondensatorene og beregne motstandene så setter vi opp et sjette ordens system. Vi benytter oss da av 3 SallenKey-koblinger i kaskade med verdier som gitt i tabell 3.

**Tabell 3:** Verdier for Sallen-Key-koblingene.

| Sallen Key | R1           | C1          | R2           | C2        |
|------------|--------------|-------------|--------------|-----------|
| 1          | 220 $\Omega$ | 2.5 $\mu$ F | 220 $\Omega$ | 100nF     |
| 2          | 680 $\Omega$ | 330nF       | 680 $\Omega$ | 100nF     |
| 3          | 100 $\Omega$ | 1.5 $\mu$ F | 100 $\Omega$ | 1 $\mu$ F |

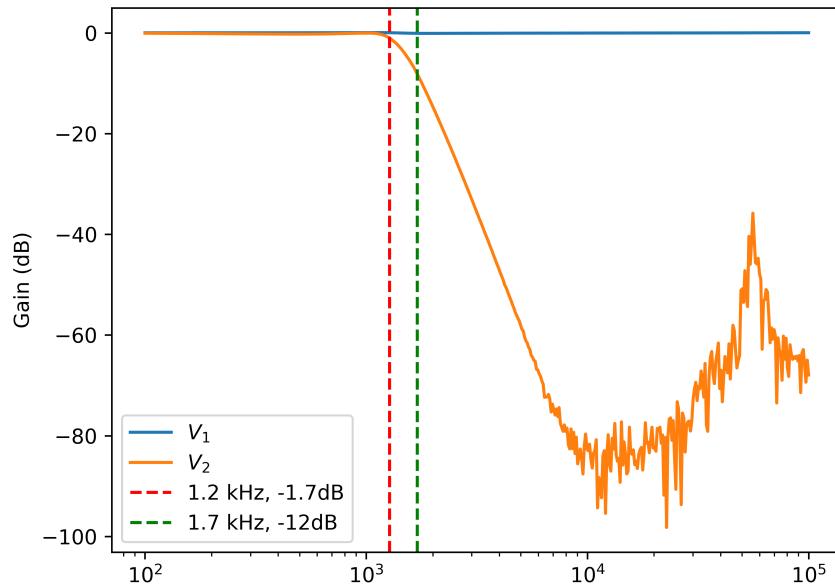
Den oppkoblete kretsen kan sees i figur 3.



**Figur 3:** Oppkobling av kretsen.

### 3.2 Resultater

Etter at kretsen var koblet opp ble det målt på amplituderesponsen til filteret. Dette ble gjort ved å sende inn et signal med frekvenser fra 0 til 100 kHz ved hjelp av en netverksanalysator. Resultatet av målingene kan sees i figur 4.



**Figur 4:** Amplituderesponsen til filteret.

## 4 Konklusjon

Kretsen som var designet i dette prosjektet fungerte som forventet. Ved knekkfrekvensen på 1.275 kHz hadde den en dempning på  $-1.6\text{dB}$  og en dempning på  $-12\text{ dB}$  ved 1.7 kHz. Dette er innenfor kravene som ble satt i oppgaven.



## Referanser

- [1] L. Lundheim, *Designprosjekt 7*, Institutt for elektronisk systemdesign NTNU 2023.
- [2] L. Lundheim, *KS3 - Butterworth filter*, Institutt for elektronisk systemdesign NTNU 2023.
- [3] Wikipedia, 19.08.2023, *Sallen-Key topology*, [https://en.wikipedia.org/wiki/Sallen-Key\\_topology](https://en.wikipedia.org/wiki/Sallen-Key_topology)
- [4] Wikipedia, 19.08.2023, *Nyquist rate*, [https://en.wikipedia.org/wiki/Nyquist\\_rate](https://en.wikipedia.org/wiki/Nyquist_rate)