

	UNIVERSIDAD VERACRUZANA. Campus Facultad de Física	
	Disciplina: Licenciatura en Física.	
	Professor(a): E. Isaac J. Caballero	
	Alumno:	Matrícula:
	Curso: Fenomenología Cuántica Relativista	Semestre:
	Temas: : Problemario Segunda Parte del Curso.	

Radiación del cuerpo negro y fundamentos de física estadística.

1. Un problema con la ley de Stefan-Boltzmann

Los humanos regulan su temperatura corporal interna a través del metabolismo de los alimentos. Estos procesos metabólicos básicos ocurren continuamente en el cuerpo, incluso cuando el cuerpo está en reposo o durmiendo. Sin embargo, durante el ejercicio, los músculos del cuerpo convierten aún más la energía química almacenada en los alimentos en trabajo mecánico. Además, la conversión de energía metabólica del cuerpo es bastante pobre, donde el 60% de la energía disponible se convierte en calor. Como ejemplo, digamos que un corredor está haciendo un trabajo con una potencia de salida de 250 W. Ella está corriendo en un día en que la temperatura del aire es de 18 °C (291 K) y la temperatura de su piel es de 34 °C (307 K).

¿Cuánta agua debe evaporar por hora sudando si quiere mantener una temperatura de piel de 34 °C? Suponga que la superficie de su piel es de 1.4 m² con una emisividad de 0.65 y que solo pierde calor por radiación.

2. Demuestre que la función de distribución de Planck

$$u(\nu)d\nu = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3 d\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

coincide con la descripción propuesta por Ryleigh-Jeans.

$$u(\nu)d\nu \approx \frac{8\pi kT}{c^3} \nu^2 d\nu$$

3. La función de distribución de Bose e Einstein. A. Einstein y S.N. Bose desarrollaron esta- dística que se aplica para un sistema compuesto por un gran número de partículas interactuando débilmente, idénticas e indistinguibles, cada una con un espín entero. Estas partículas, llamadas *bosones*, no obedecen el principio de exclusión de Pauli. **Ejemplos de sistemas de bosones:** fotones, moléculas de H_2 y el Helio líquido.

La función de distribución de probabilidad de Bosé y Einstein proporciona el número prome-
dio de bosones en un sistema en equilibrio a temperatura T , que se encuentra en un estado
particular i con energía E_i .

$$\rho_{BE} = \frac{1}{e^{\alpha} e^{E_i/kT} - 1}$$

La función de distribución de probabilidad de Fermi y Dirac, en cambio considera a partículas
con espín semientero, y se describe como:

$$\rho_{FD} = \frac{1}{e^{\alpha} e^{E_i/kT} + 1}$$

Considere el caso $\alpha = 0$ en donde los números no se conservan, por ejemplo, fotones (para el caso de Bose-Einstein) y calcule las siguientes integrales:

$$\int_0^\infty \frac{p^2}{e^{p/T} \pm 1} dp,$$

que representa la energía promedio de una partícula con momento lineal p en un sistema de fermiones o bosones a una temperatura T , el signo - corresponde a la distribución de Bose-Einstein y el + a la distribución de Fermi-Dirac.

Estructura atómica, átomo de Hidrógeno y átomos hidrogenoides.

4. Efecto Compton:

Para la dispersión Compton, ¿cuál es la relación entre los ángulos de dispersión del fotón y el electrón?

$$\cot \phi = \left(1 + \frac{h\nu}{m_0 c^2} \right) \tan \frac{\theta}{2}$$

5. Determine el momento magnético de un electrón que se mueve en una órbita circular de radio r respecto a un protón (Átomo de hidrógeno).

6. Investigue los conceptos de precesión y nutación.

7. Calcule la frecuencia a la cual el momento orbital magnético $\vec{\mu}$ de un electrón da lugar a su precesión en un campo magnético \mathbf{B} .

Puntaje extra: Cree una simulación/gráfico mostrando el comportamiento de este fenómeno.

8. Para $l = 4$ calcula los ángulos posibles que \vec{L} forma respecto al eje z .

9. Determine la separación Zeeman normal en la línea de 4916 Å de H_g , cuando está en un campo magnético de 0.3 T.

10. Expresa $\vec{L} \cdot \vec{S}$ en términos de J, L, S .

11. Calcule los valores posibles de $\vec{L} \cdot \vec{S}$ para $L = 1$ y $S = \frac{1}{2}$

12. Si la longitud de onda que se necesita para hacer que el espín de un electrón se "invierta" es de 1.5 cm, calcule el campo magnético en que se encuentra el electrón. Respuesta: 0.714 T

13. De acuerdo a la mecánica cuántica únicamente una de las siguientes combinaciones del número cuántico principal n y el número cuántico de momento angular l es posible para el electrón en un átomo de hidrógeno. $n = 3, l = 3$, $n = 2, l = 3$, $n = 1, l = 2$, $n = 0, l = 0$, $n = 3, l = 1$.

14. Dos de tres electrones en un átomo de Litio tienen números cuánticos $n = 1, l = 0, m_l = 0, m_s = +\frac{1}{2}$ y $n = 1, l = 0, m_l = 0, m_s = -\frac{1}{2}$. Cuál de los números cuánticos puede tener el tercer electrón si:

- El átomo está en el estado base.
- El átomo está en su primer estado excitado.

15. En el estado fundamental, la capa más externa ($n = 1$) del helio (He) está llena de electrones, al igual que la capa más externa ($n = 2$) del neón (Ne). Las capas más externas completas de estos dos elementos los distinguen como los dos primeros gases nobles. Supongamos que el número cuántico de espín m_s tuviera tres valores posibles, en lugar de dos. Si ese fuera el caso, ¿cuáles elementos serían (a) el primer y (b) el segundo gases nobles? Asumamos que los posibles valores para los otros tres números cuánticos no han cambiado y que el principio de exclusión de Pauli todavía se aplica.

Propiedades ondulatorias de la materia y ecuación de Schrödinger

16. Proponga una descripción en términos de un Hamiltoniano para el átomo de Hidrógeno, identifique cada elemento energético y describa la contribución del mismo.
17. Considere la solución al problema de una partícula confinada en una caja de ancho L cuya solución está dada por $\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$.
- Encuentre el valor esperado de la función de onda en el espacio de configuraciones. $\langle \hat{x} \rangle$
 - Encuentre el valor esperado en el espacio de momentos $\langle \hat{p} \rangle$
 - Encuentre la dispersión de la función de onda en el espacio de configuraciones.
 - **Pista:** Considere que el operador de momento está determinado por $\hat{p} = -i\hbar \vec{\nabla}$ y que el valor esperado de un operador está dado por $\langle G(x, p) \rangle = \int_{\mathbb{R}} \bar{\psi} \hat{G} \psi dx$
18. Encuentra la probabilidad de que una partícula esté atrapada en una caja de longitud L que puede ser encontrada entre $0.45L$ y $0.55L$ para el estado base y el primer estado excitado.
19. Muestra que los valores esperados $\langle px \rangle$ y $\langle xp \rangle$ están relacionados por:

$$\langle px \rangle - \langle xp \rangle = -i\hbar$$

Este resultado se lee como que los operadores \hat{p} y \hat{x} **NO** conmutan y esta relación está íntimamente relacionada con el principio de incertidumbre.

20. Una partícula está descrita por la función de onda

$$\psi(x) = \left(\frac{\pi}{4a}\right)^{-\frac{1}{4}} e^{-ax^2/2}$$

- Calcula Δx
- Calcula Δp
- Calcula $\Delta x \Delta p$