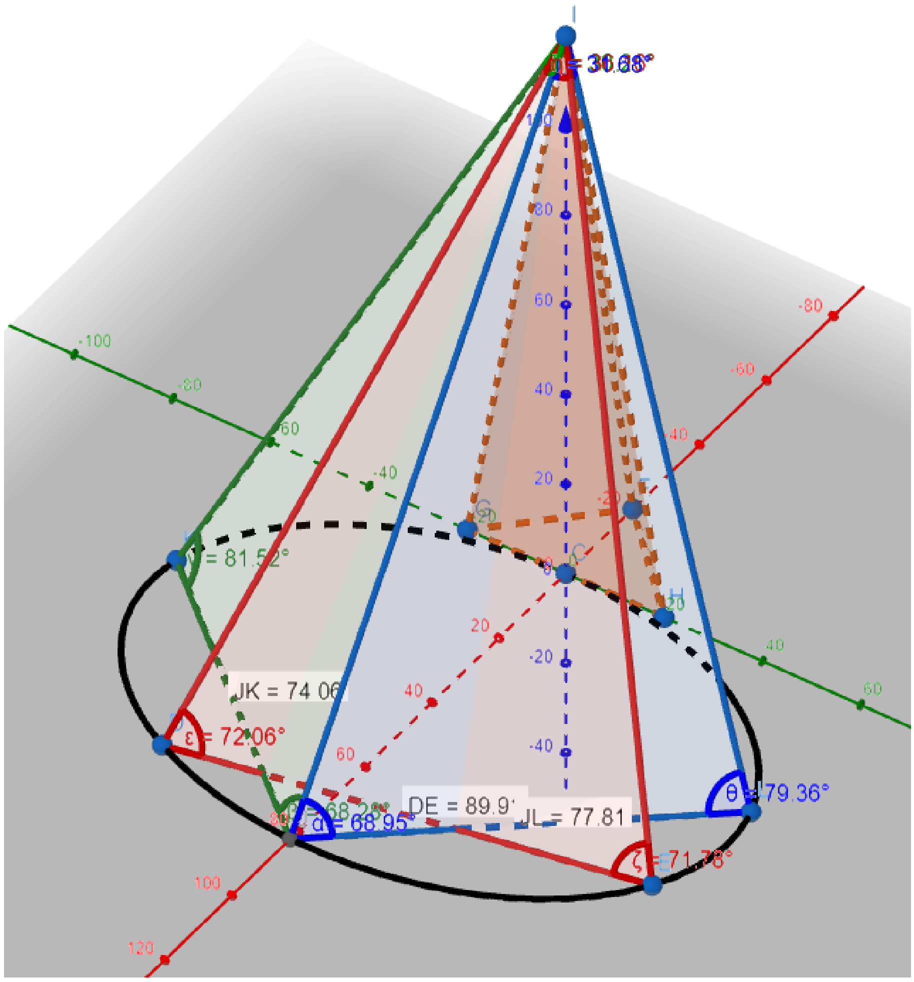
# Cálculo Avanzado - Cálculo desde la distancia

# Las Torres




Dennis Riffo
Bryan Silva
Enrique Cayupan

**02/04/2021**

# Introducción

El objetivo de esta actividad es determinar la altura de un objeto en este caso una montaña desde la distancia mediante la lectura de la novela “Las Torres”, para ello, específicamente iremos a la sección sobre “La caminata ”en la que se describe, como una chica llamada kamila realiza junto a su supervisor de práctica, una caminata hacia las torres y en donde el objetivo de aprendizaje era la de formular un método para medir la altura de las torres.
El instructor al dialogar con kamila acerca de cómo lograr el objetivo, este iba brindando pistas o ideas de cómo se podría desarrollar la fórmula, teniendo en consideración varios factores geográficos de la zona, como por ejemplo: que en frente de ellos había una laguna el cual significaba un obstáculo para poder determinar la altura de las torres.
Es por ello que analizando el diálogo presente en la novela entre kamilla y su instructor, tendremos que desarrollar una fórmula que nos permita poder calcular la altura de las torres teniendo en cuenta todos los datos que se entregan en el texto.

## Modelamiento del problema

El problema planteado a través de la novela “Las Torres”, consiste en que debemos calcular la altura de las torres desde la posición en la que se encuentra kamila con el supervisor, para ello se indica que si trazamos triángulos sabiendo 2 puntos con sus respectivos ángulos desde nuestro lado de la laguna hasta el otro lado donde se encuentra la base de las torres y posteriormente otro triángulo hasta el tope, podremos formular un sistema de ecuaciones con el cual podremos calcular con la distancia y altura de las torres con exactitud.

-sabemos la distancia que hay entre dos puntos dados en nuestro lado de la laguna.

-Los ángulos que forma el triángulo entre los 2 puntos de la laguna y el punto tope que está en la zona más alta de la torre.

Para poder hacer un modelo sobre lo que aparece en el planteamiento, hemos utilizado la herramienta de geogebra, en donde con este programa podremos definir todas las variables que utilizaremos con sus respectivos ángulos para posteriormente poder formular nuestro sistema de ecuaciones.

para ello ocuparemos lo siguiente:

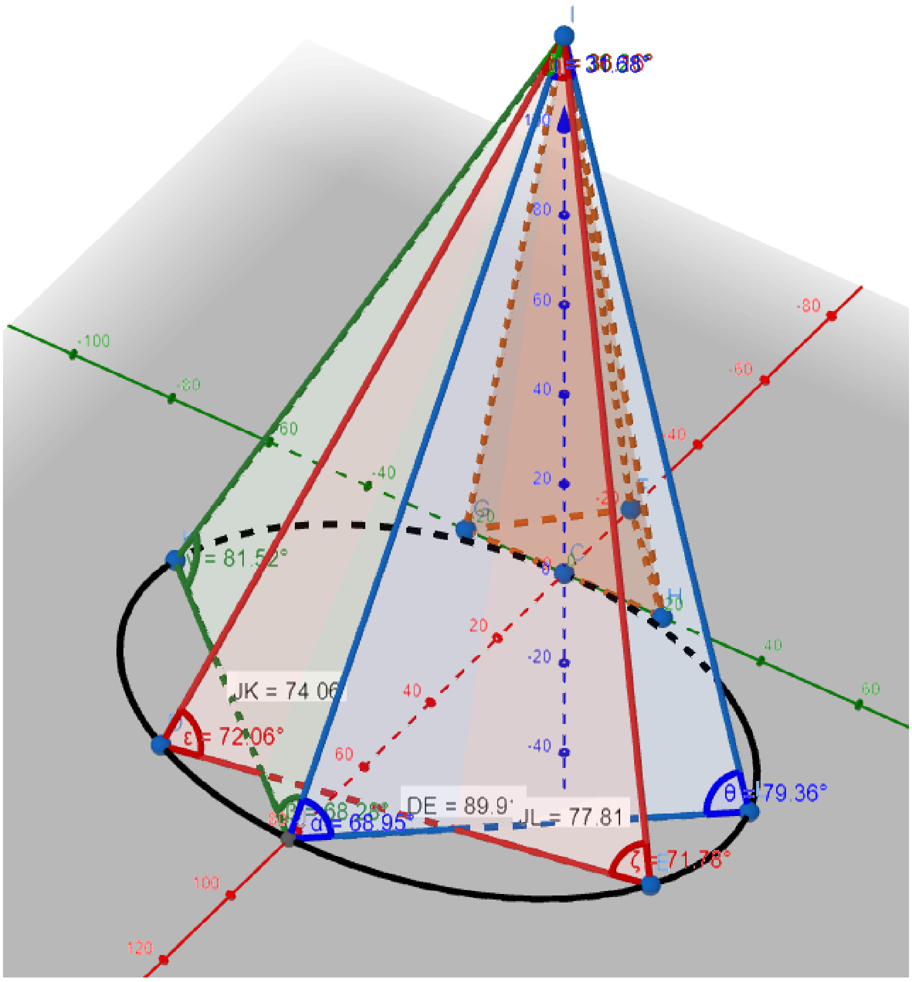
ley de senos:

**LEY DE SENOS**

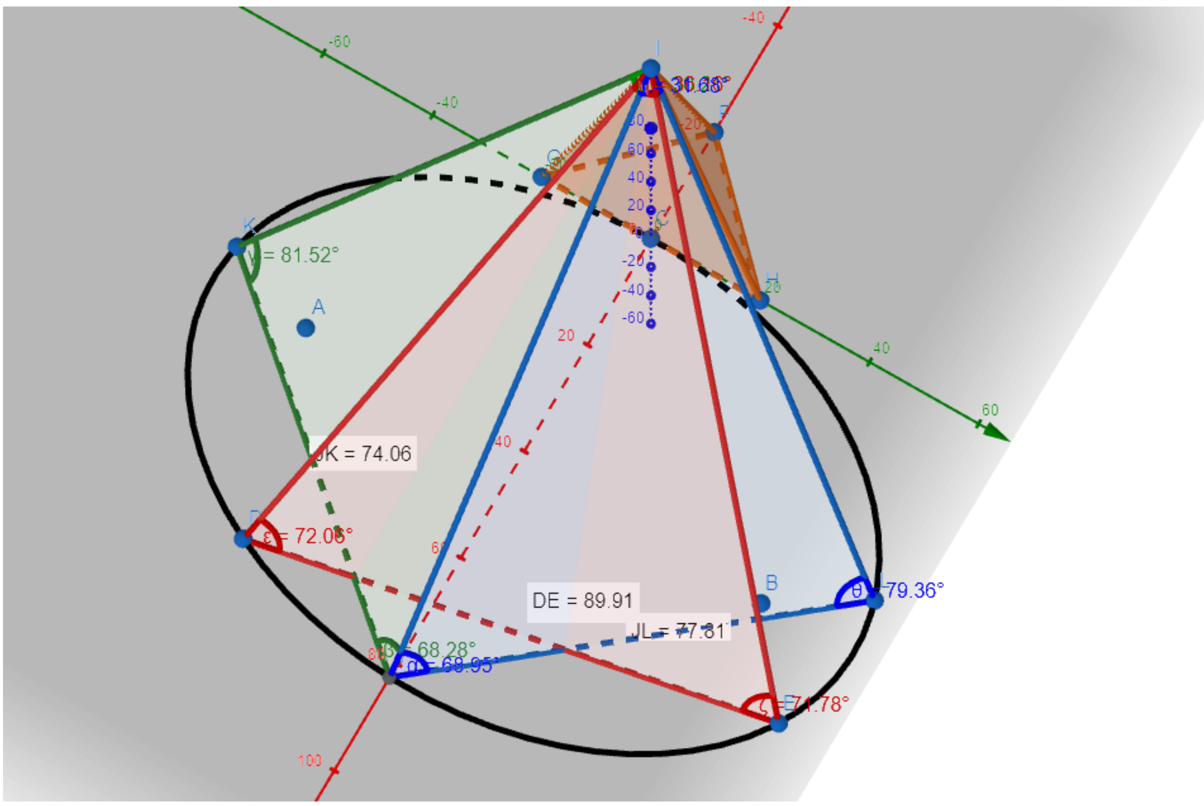
$$\frac{a}{\text{sen}\ \alpha} = \frac{b}{\text{sen}\ \beta} = \frac{c}{\text{sen}\ \theta}$$

y distancia entre 2 puntos en un plano tridimensional.

$$|P_1P_2| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$



I
36.68°
ν = 81.52°
JK = 74.06
ε = 72.06°
68.28°
α = 68.95°
DE = 89.9
JL = 77.81
θ = 79.36°
ζ = 71.78°

I
36.68°
K
ν = 81.52°
A
JK = 74.06
ε = 72.06°
DE = 89.91
JL = 77.81
B
θ = 79.36°
68.28°
α = 68.95°
ζ = 71.78°

El punto tope de la torre, es un valor que no conocemos al cual se le designó la letra “I”, y es donde estarán unidos todos los demás puntos para formar los respectivos triángulos. Para modelar este caso, expresaremos nuestra unidad de medida en metros (m) para tener una referencia.

Para el primer triangulo de color verde, tenemos dos puntos KJ a los pies de la laguna entre los cuales existe una distancia 74.06m, el punto K posee un angulo de 81.52° mientras que el punto J posee un angulo de 68.28°, por ende el angulo del punto “I” para ese triangulo adquiere un valor de 30.2°

Para el segundo triangulo de color rojo, tenemos dos puntos DE a los pies de la laguna entre los cuales existe una distancia 89.91m, el punto D posee un angulo de 72.06° mientras que el punto E posee un angulo de 71.78°, por ende el angulo del punto “I” para ese triangulo adquiere un valor de 36.16°

Para el tercer triangulo de color rojo, tenemos dos puntos J’L a los pies de la laguna entre los cuales existe una distancia 77.81m, el punto D posee un angulo de 68.95° mientras que el punto E posee un angulo de 79.36°,por ende el angulo del punto “I” para ese triangulo adquiere un valor de 31.69°

$$|P_1P_2| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

\left | P_1P_2 \right | = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}

La ubicación de los puntos dentro del plano tridimensional, son:
Triangulo verde:

K=(34.05,-56.05,0)
J=(82.46,0,0)
| JK | = 74.26

Triángulo rojo:

D=(74.63,-31.35,0)
E=(58.02,57.02,0)
| DE | = 89.91

Triángulo azul:

J=(82.46,0,0)
L=(33.11,60,16,0)
| JL | = 77.81

$$|KI| = \frac{74.26 * \sin(68.28)}{\sin(30.21)} = 137.10$$

$$|JI| = \frac{74.26 * \sin(81.52)}{\sin(30.21)} = 145,97$$

$$|DI| = \frac{89.91 * \sin(71.78)}{\sin(36.16)} = 144.93$$

$$|EI| = \frac{89.91 * \sin(72.06)}{\sin(36.16)} = 144.97$$

$$|JI| = \frac{77.81 * \sin(79.36)}{sin(31.68)} = 145.61$$

$$|LI| = \frac{77.81 * \sin(68.95)}{\sin(31.68)} = 138.27$$

Ya una vez teniendo las distancias de los respectivos puntos, podemos formular nuestro sistema.

$$f_1(i_1, i_2, i_3) = (i_1 - k_1)^2 + (i_2 - k_2)^2 + (i_3 - k_3)^2 - (|KI|)^2$$
$$f_2(i_1, i_2, i_3) = (i_1 - j_1)^2 + (i_2 - j_2)^2 + (i_3 - j_3)^2 - (|JI|)^2$$
$$f_3(i_1, i_2, i_3) = (i_1 - d_1)^2 + (i_2 - d_2)^2 + (i_3 - d_3)^2 - (|DI|)^2$$
$$f_4(i_1, i_2, i_3) = (i_1 - e_1)^2 + (i_2 - e_2)^2 + (i_3 - e_3)^2 - (|EI|)^2$$
$$f_5(i_1, i_2, i_3) = (i_1 - j_1)^2 + (i_2 - j_2)^2 + (i_3 - j_3)^2 - (|JI|)^2$$
$$f_6(i_1, i_2, i_3) = (i_1 - l_1)^2 + (i_2 - l_2)^2 + (i_3 - l_3)^2 - (|LI|)^2$$

ahora simplemente reemplazamos los valores y quedaremos con un sistema funcional..

$$F_1 = (i_1 - 34.05)^2 + (i_2 + 56.05)^2 + (i_3 - 0)^2 - (137.10)^2$$
$$F_2 = (i_1 - 82.46)^2 + (i_2 - 0)^2 + (i_3 - 0)^2 - (145.97)^2$$
$$F_3 = (i_1 - 74.63)^2 + (i_2 + 31.35)^2 + (i_3 - 0)^2 - (144.93)^2$$
$$F_4 = (i_1 - 58.02)^2 + (i_2 + 57.02)^2 + (i_3 - 0)^2 - (144.97)^2$$
$$F_5 = (i_1 - 82.46)^2 + (i_2 - 0)^2 + (i_3 - 0)^2 - (145.61)^2$$
$$F_6 = (i_1 - 33.11)^2 + (i_2 - 60.16)^2 + (i_3 - 0)^2 - (138.27)^2$$

Aplicación de método Newton en python 3.8

d_newton.py

```python
import numpy as np

a=lambda x1,x2,x3:[
    (((x1-34.05)**2)+((x2+56.05)**2)+((x3-0)**2)-137.10**2),
    (((x1-82.46)**2)+((x2-0)**2)+((x3-0)**2)-145.97**2),
    (((x1-74.63)**2)+((x2+31.35)**2)+((x3-0)**2)-144.93**2)
    ]
b=lambda x1,x2,x3:[
    [2*(x1-34.05),2*(x2+56.05),2*(x3)],
    [2*(x1-82.46),2*(x2-0),2*(x3)],
    [2*(x1-74.63),2*(x2+31.35),2*(x3)]
    ]

def metodo_new(a,b,ini,tol):
    x=ini
    error=1*10**3
    n=0
    while error>tol:
        dx=-np.linalg.solve(b(*x),a(*x))
        error=np.linalg.norm(dx)/np.linalg.norm(x)
        x+=dx
        n+=1
    print(round(x[0],2),"|",round(x[1],2),"|",round(x[2],2))

ini=[1,1,1]
tol=1*10**-5
metodo_new(a,b,ini,tol)
```

```
Python 3.8.5 (default, Sep  3 2020, 21:29:08) [MSC v.1916 64 bit (AMD64)]
Type "copyright", "credits" or "license" for more information.

IPython 7.19.0 -- An enhanced Interactive Python.

In [1]: runfile('C:/Users/Bryan/Desktop/d_newton.py', wdir='C:/Users/Bryan/Desktop')
1.26 | -1.2 | 121.3

In [2]:
```