

# Образование планетных систем

Алгоритмы решения задачи

---

Тимофеева Е. Н.   Оширова Ю. Н.   Сидорова Н. А.   Пронякова О. М.

9 апреля 2025

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

## Информация

---

Студенты группы НФИбд-01-22

- Тимофеева Екатерина Николаевна
- Оширова Юлия Николаевна
- Пронякова Ольга Максимовна
- Сидорова Наталья Андреевна



## Вводная часть

---

Образование планетных систем — сложный процесс, включающий гравитационную динамику, газовую аккрецию и столкновения частиц. Для его изучения применяются численные алгоритмы, позволяющие симулировать эволюцию протопланетных дисков. В этом докладе подробно разбираются три ключевых алгоритма, их математическая основа и примеры расчетов.

Необходимо смоделировать:

1. Гравитационное взаимодействие между частицами пыли и газа.
2. Динамику вращающегося диска (распределение вещества, влияние турбулентности).
3. Процесс слипания частиц с учетом критических скоростей и разрушений.

Основан на законе всемирного тяготения Ньютона. Каждая частица притягивает другие, что приводит к их движению по сложным траекториям.

### Пошаговая реализация:

#### 1. Задать начальные параметры:

- Количество частиц  $N$ .
- Массы  $m_i$ , начальные координаты  $(x_i, y_i, z_i)$  и скорости  $(v_{xi}, v_{yi}, v_{zi})$ .

#### 2. Вычислить силы для каждой пары частиц:

$$\vec{F}_{ij} = G \cdot \frac{m_i \cdot m_j}{r_{ij}^3} \cdot \vec{r}_{ij}, \quad \text{где } \vec{r}_{ij} = \vec{r}_j - \vec{r}_i.$$

#### 3. Суммировать все силы, действующие на частицу $i$ :

$$\vec{F}_i = \sum_{j \neq i} \vec{F}_{ij}.$$

### 4. Обновить скорости и координаты (интегрирование методом Верле):

$$\vec{v}_i(t + \Delta t) = \vec{v}_i(t) + \frac{\vec{F}_i}{m_i} \Delta t, \quad \vec{r}_i(t + \Delta t) = \vec{r}_i(t) + \vec{v}_i(t) \Delta t.$$

#### Пример:

Рассмотрим 3 частицы с массами  $m_1 = 1$ ,  $m_2 = 2$ ,  $m_3 = 3$  (в условных единицах).

- Координаты:  $\vec{r}_1 = (0, 0, 0)$ ,  $\vec{r}_2 = (1, 0, 0)$ ,  $\vec{r}_3 = (0, 1, 0)$ .
- Сила, действующая на частицу 1:

$$\vec{F}_1 = G \left( \frac{2 \cdot 1}{1^3} \cdot (1, 0, 0) + \frac{3 \cdot 1}{1^3} \cdot (0, 1, 0) \right) = G(2, 3, 0).$$

- Новая скорость:  $\vec{v}_1 = (0, 0, 0) + G(2, 3, 0) \cdot 0.01$ .



## Алгоритм гидродинамики вращающегося диска:

Протопланетный диск можно описать уравнениями Навье-Стокса с учетом вращения и турбулентности.

### Пошаговая реализация:

1. **Разбить диск на ячейки** (сетка в цилиндрических координатах).

2. **Задать начальные параметры:**

- Плотность газа  $\rho(r)$ .
- Давление  $P(r) = \rho c_s^2$ , где  $c_s$  — скорость звука.

3. **Учесть вращение (уравнение баланса сил):**

$$v_\phi(r) = \sqrt{\frac{GM}{r}} \quad (\text{кеплеровская скорость}).$$

4. **Добавить вязкость (модель  $\alpha$ -диска Шакуры-Сюнчева):**

$$\nu = \alpha c_s H, \quad \text{где } H \text{ — толщина диска.}$$

### Пример:

Пусть диск вокруг звезды массой  $M = 1M_{\odot}$  имеет:

- Радиус  $r = 1$  а.е.
- Кеплеровская скорость:

$$v_{\phi} = \sqrt{\frac{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{30}}{1.5 \cdot 10^{11}}} \approx 30 \text{ км/с.}$$

- При  $\alpha = 0.01$ ,  $c_s = 1$  км/с,  $H = 0.1$  а.е.:

$$\nu = 0.01 \cdot 1000 \cdot 0.1 \cdot 1.5 \cdot 10^{11} \approx 1.5 \cdot 10^{11} \text{ м}^2/\text{с.}$$

### Теория:

При столкновении частицы могут слипаться или разрушаться в зависимости от скорости.

### Пошаговая реализация:

#### 1. Проверить расстояние между частицами:

$$d = |\vec{r}_1 - \vec{r}_2| < R_1 + R_2.$$

#### 2. Вычислить относительную скорость:

$$v_{\text{отн}} = |\vec{v}_1 - \vec{v}_2|.$$

#### 3. Применить критерий слияния:

- Если  $v_{\text{отн}} < v_{\text{кр}}$ , частицы сливаются:

$$m_{\text{новая}} = m_1 + m_2, \quad \vec{v}_{\text{новая}} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2}.$$

- Если  $v_{\text{отн}} > v_{\text{кр}}$ , происходит фрагментация.

### Пример:

Пусть две частицы массой  $m_1 = 1$  кг,  $m_2 = 2$  кг сталкиваются:

- Скорости:  $\vec{v}_1 = (1, 0, 0)$ ,  $\vec{v}_2 = (-0.5, 0, 0)$ .
- Относительная скорость:  $v_{\text{отн}} = 1.5$  м/с.
- Если  $v_{\text{кр}} = 2$  м/с, то слияние:

$$\vec{v}_{\text{новая}} = \frac{1 \cdot 1 + 2 \cdot (-0.5)}{3} = 0 \text{ м/с.}$$

1. N-тел алгоритм позволяет моделировать гравитационную динамику, но требует больших вычислительных ресурсов.
2. Гидродинамический подход эффективен для газовых дисков, но сложен в реализации.
3. Алгоритм слияния критически важен для моделирования роста планетезималей.

Численные алгоритмы позволяют воспроизвести ключевые этапы формирования планет, что помогает понять происхождение Солнечной системы и экзопланет.