Лабораторная работа №6.

Построение математической модели продуктивного пласта на основе метода множественной регрессии.

Пусть имеется два поля, два вида каротажа опорной скважины (F_1;F_2).

Введем функцию Y, отражающую гипотезу H_0 о продуктивном пласте вдоль эталонного объекта. Это значит, что:

$$Y = \begin{cases} 10, \text{если в точке } z_1 \rightarrow \text{верна гипотеза } H_0 \\ 0, \text{если в точке } z_1 \rightarrow \text{верна гипотеза } H_k \end{cases}$$

Матрицы F и Y будет иметь следующий вид:

$$[F] = \begin{bmatrix} -4{,}36 & -5{,}64 \\ 6{,}36 & -3{,}64 \\ 8{,}36 & 7{,}36 \\ 6{,}36 & 3{,}36 \\ -7{,}44 & 6{,}9 \\ 13{,}86 & 13{,}12 \\ 4{,}81 & -4{,}82 \\ 5{,}82 & -2{,}83 \\ 3{,}85 & -1{,}58 \\ 5{,}48 & 9{,}81 \\ 1{,}8 & 9{,}88 \\ -7{,}32 & 8{,}22 \\ -7{,}25 & -9{,}14 \\ -2{,}27 & -9{,}25 \\ -8{,}82 & -9{,}41 \\ -5{,}32 & 8{,}22 \\ -11{,}83 & 12{,}88 \\ -10{,}28 & 3{,}78 \\ -10{,}86 & 14{,}89 \\ -13{,}88 & 19{,}12 \\ -11{,}12 & 11{,}19 \\ -7{,}15 & 8{,}45 \\ 12{,}62 & 5{,}12 \\ 17{,}18 & 11{,}85 \\ 10{,}12 & 8{,}53 \\ 5{,}18 & 16{,}22 \\ -5{,}29 & 7{,}81 \\ -3{,}92 & 11{,}82 \\ -6{,}26 & 10{,}38 \\ -6{,}72 & 4{,}28 \\ 5{,}38 & 2{,}84 \\ 3{,}81 & 4{,}55 \\ 4{,}22 & 9{,}62 \\ 5{,}32 & 2{,}92 \\ 6{,}28 & 12{,}28 \\ 12{,}25 & 6{,}27 \\ 5{,}66 & 18{,}22 \\ 14{,}28 & 5{,}64 \\ 13{,}27 & 7{,}27 \\ -9{,}4 & 9{,}64 \\ -6{,}23 & 8{,}61 \\ -6{,}4 & 8{,}67 \end{bmatrix} \quad [Y] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Будем полагать, что между полем Y и полями F_1 и F_2 существует

линейная корреляционная зависимость:

$$Y_1 = a_0 + a_1 F_1 + a_2 F_2$$

Отыщем уравнение, определяющее связь значений функции Y со значениями геологических полей F_1 и F_2 в каждой точке скважины.

В матричном виде эта зависимость примет вид:

Y = FA+ε = y+ε или y=FA

где Y – заданные значения функции, а y- вычисленные значения по уравнению регрессии y=FA.

Задача состоит в нахождении коэффициентов A,

$$[\mathrm{A}] = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$$

Для решения системы уравнений наберем следующее выражение:

$$A \coloneqq [F^T \cdot F]^{-1} \cdot F^T \cdot Y$$

Для начала к матрице с переменнымиFj добавляем единичный столбец. Получим матрицу F^T:

$$[F^T] = \begin{bmatrix} 1 & -4,36 & -5,64 \\ 1 & 6,36 & -3,64 \\ 1 & 8,36 & 7,36 \\ 1 & 6,36 & 3,36 \\ 1 & -7,44 & 6,9 \\ 1 & 13,86 & 13,12 \\ 1 & 4,81 & -4,82 \\ 1 & 5,82 & -2,83 \\ 1 & 3,85 & -1,58 \\ 1 & 5,48 & 9,81 \\ 1 & 1,8 & 9,88 \\ 1 & -7,32 & 8,22 \\ 1 & -7,25 & -9,14 \\ 1 & -2,27 & -9,25 \\ 1 & -8,82 & -9,41 \\ 1 & -5,32 & 8,22 \\ 1 & -11,83 & 12,88 \\ 1 & -10,28 & 3,78 \\ 1 & -10,86 & 14,89 \\ 1 & -13,88 & 19,12 \\ 1 & -11,12 & 11,19 \\ 1 & -7,15 & 8,45 \\ 1 & 12,62 & 5,12 \\ 1 & 17,18 & 11,85 \\ 1 & 10,12 & 8,53 \\ 1 & 5,18 & 16,22 \\ 1 & -5,29 & 7,81 \\ 1 & -3,92 & 11,82 \\ 1 & -6,26 & 10,38 \\ 1 & -6,72 & 4,28 \\ 1 & 5,38 & 2,84 \\ 1 & 3,81 & 4,55 \\ 1 & 4,22 & 9,62 \\ 1 & 5,32 & 2,92 \\ 1 & 6,28 & 12,28 \\ 1 & 12,25 & 6,27 \\ 1 & 5,66 & 18,22 \\ 1 & 14,28 & 5,64 \\ 1 & 13,27 & 7,27 \\ 1 & -9,4 & 9,64 \\ 1 & -6,23 & 8,61 \\ 1 & -6,4 & 8,67 \end{bmatrix}$$

Умножим матрицы ($F^T \cdot F$):

$$F^T * F = \begin{pmatrix} N & \sum_{i=1}^{N} X_{i1} & \sum_{i=1}^{N} X_{i2} \\ \sum_{i=1}^{N} X_{i1} & \sum_{i=1}^{N} {X_{i1}}^2 & \sum_{i=1}^{N} X_{i1} * X_{i2} \\ \sum_{i=1}^{N} X_{i2} & \sum_{i=1}^{N} X_{i1} * X_{i2} & \sum_{i=1}^{N} {X_{i2}}^2 \end{pmatrix}$$

N=42

$\sum_{i=1}^{N} X_{i1} = (-4{,}36) + 6{,}36 + \cdots + (-6{,}23) + (-6{,}4) = 20{,}15,$

$\sum_{i=1}^{N} X_{i2} = (-5{,}64) + (-3{,}64) + \cdots + (8{,}61) + (8{,}67) = 263{,}41,$

$\sum_{i=1}^{N} X_{i1} * X_{i2} = (-4{,}36) * (-5{,}64) + \cdots + (-6{,}4) * (8{,}67) = 84{,}05,$

$\sum_{i=1}^{N} {X_{i1}}^2 = (-4{,}36)^2 + \cdots + (-6{,}4)^2 = 3041{,}36,$

$\sum_{i=1}^{N} {X_{i2}}^2 = (-5{,}64)^2 + \cdots + (8{,}67)^2 = 3722{,}80,$

$$F^T * F = \begin{pmatrix} 42 & 20{,}15 & 263{,}41 \\ 20{,}15 & 3041{,}36 & 84{,}05 \\ 263{,}41 & 84{,}05 & 3722{,}80 \end{pmatrix}$$

Умножим матрицы F^Tи Y:

$$F^T * Y = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^{N} Y_{i2} \\ \sum_{i=1}^{N} Y_i * X_{i1} \\ \sum_{i=1}^{N} Y_i * X_{i2} \end{pmatrix}$$

$\sum_{i=1}^{N} Y_{i2} = 6 * 10 = 60,$

$\sum_{i=1}^{N} Y_i * X_{i1} = (-7{,}25) * 10 + \cdots + (-11{,}83) * 10 = -457{,}7,$

$\sum_{i=1}^{N} Y_i * X_{i1} = (-9{,}14) * 10 + \cdots + (3{,}78) * 10 = 1366{,}70,$

$$F^T * Y = \begin{pmatrix} 60 \\ -457{,}7 \\ -29{,}20 \end{pmatrix}$$

Находим обратную матрицу $[F^T \cdot F]^{-1}$:

$$(F^T * F)^{-1} = \begin{pmatrix} 0{,}04229 & -0{,}0002 & -0{,}0030 \\ -0{,}0002 & 0{,}0003 & 6{,}74 * 10^{-6} \\ -0{,}0030 & 6{,}74 * 10^{-6} & 0{,}0005 \end{pmatrix}$$

Далее и находим коэффициенты А по ранее известной формуле:

$$A \coloneqq [F^T \cdot F]^{-1} \cdot F^T \cdot Y$$

$$A \coloneqq \begin{pmatrix} 0{,}04229 & -0{,}0002 & -0{,}0030 \\ -0{,}0002 & 0{,}0003 & 6{,}74 * 10^{-6} \\ -0{,}0030 & 6{,}74 * 10^{-6} & 0{,}0005 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 60 \\ -457{,}7 \\ -29{,}20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2{,}756 \\ -0{,}163 \\ -0{,}199 \end{pmatrix}$$

В результате получим вектор-столбец искомых коэффициентов А.

Полученные на эталонном объекте значения коэффициентов a_e позволяют записать уравнение регрессии:

$$Y = 2{,}756 - 0{,}163 * F_1 - 0{,}199 * F_2$$

с помощью которого по заданным значениям полей F_1 и F_2 по скважине

можно вычислить и построить регрессионную модель продуктивного пласта.

$$
Y = \begin{pmatrix} 14,64 \\ -9,30 \\ -13,57 \\ -9,17 \\ 21,77 \\ -25,76 \\ -5,86 \\ -8,08 \\ -3,65 \\ 7,08 \\ 1,15 \\ 21,52 \\ 21,04 \\ 9,90 \\ 24,54 \\ 17,05 \\ 31,70 \\ 28,06 \\ 29,57 \\ 36,41 \\ 30,08 \\ 21,15 \\ -23,14 \\ -33,21 \\ -17,48 \\ -6,29 \\ 16,98 \\ 13,99 \\ 19,19 \\ 20,11 \\ -6,99 \\ -3,44 \\ -4,26 \\ -6,85 \\ -8,82 \\ -22,29 \\ -7,32 \\ -26,84 \\ -24,55 \end{pmatrix}
$$

На рисунке 1 изображен результат применения метода множественной регрессии.

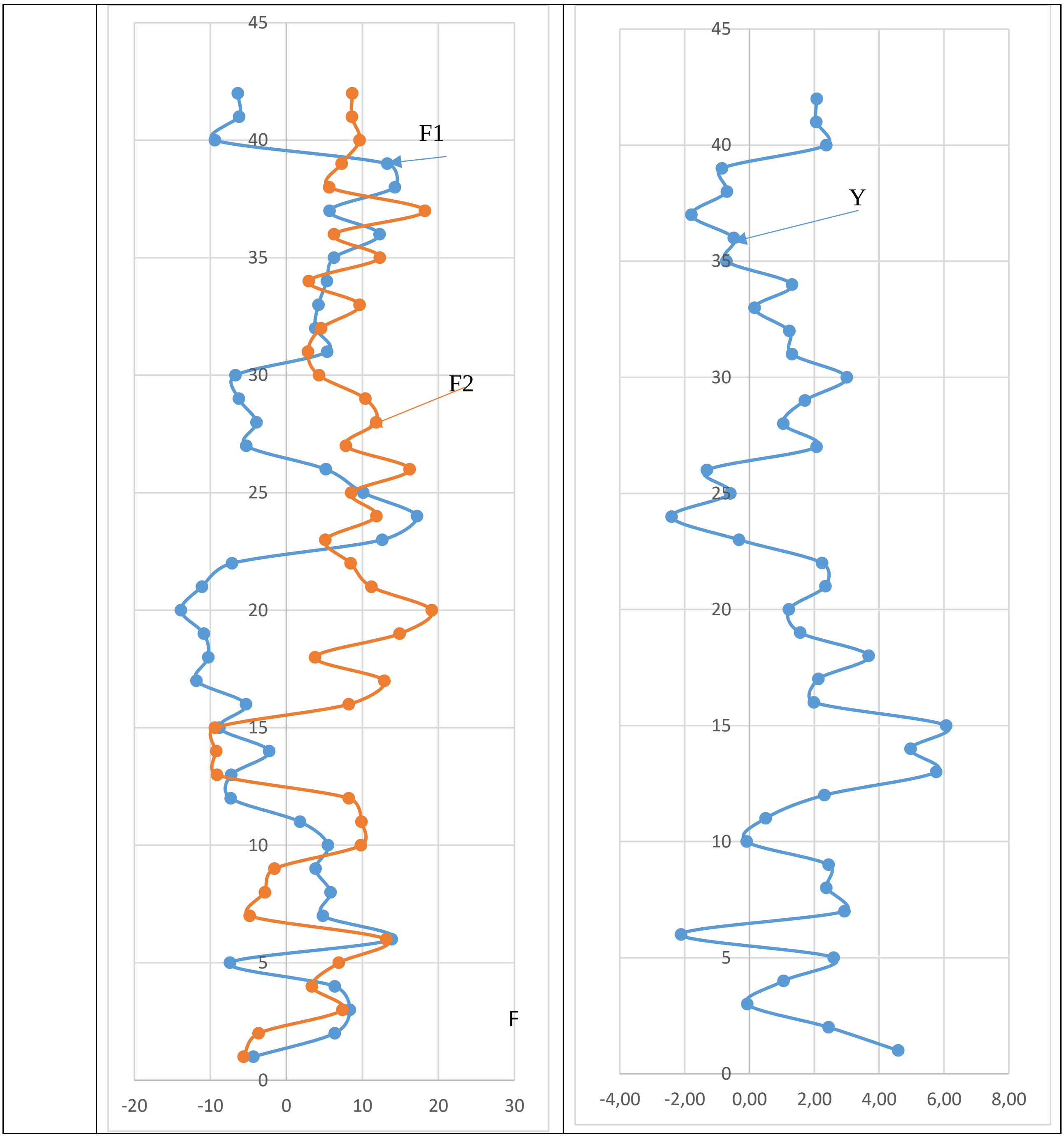

Рисунок 1 – Применение метода множественной регрессии