

Лабораторная работа №5.

Выделение геологических объектов на основе Байесовской стратегии.

Пусть в рассматриваемом районе встречены две породы (продуктивный пласт и вмещающая порода) и, в соответствии с этим будем проверять справедливость одной из двух гипотез:

H1 – гипотеза о том, что в данной точке пространства находится продуктивный пласт;

H2 – гипотеза о том, что в данной точке пространства находится вмещающая порода.

Кроме того, имеются априорные вероятности гипотез:

$$P(H_1)=0.5; P(H_2)=0.5$$

$$\sum_{i=1}^2 P(H_i) = 1$$

Пусть проведен каротаж опорной скважины, в результате этого получено поле F.

Наблюдаемое поле есть аддитивная смесь полезного сигнала и помехи.

$$F=a(x) + v(x),$$

Где: a – средний уровень поля для продуктивного пласта.

Будем полагать, что помеха распределена по нормальному закону распределения:

$$V \rightarrow N(M = 0, \sigma)$$

т.е. с математическим ожиданием равным нулю и среднеквадратическим отклонением.

$$F = \begin{bmatrix} -4,36 \\ 6,36 \\ 8,36 \\ 6,36 \\ -7,44 \\ 13,86 \\ 4,81 \\ 5,82 \\ 3,85 \\ 5,48 \\ 1,8 \\ -7,32 \\ -7,25 \\ -2,27 \\ -8,82 \\ -5,32 \\ -11,83 \\ -10,28 \\ -10,86 \\ -13,88 \\ -11,12 \\ -7,15 \\ 12,62 \\ 17,18 \\ 10,12 \\ 5,18 \\ -5,29 \\ -3,92 \\ -6,26 \\ -6,72 \\ 5,38 \\ 3,81 \\ 4,22 \\ 5,32 \\ 6,28 \\ 12,25 \\ 5,66 \\ 14,28 \\ 13,27 \\ -9,4 \\ -6,23 \\ -6,4 \end{bmatrix}$$

Запишем дифференциальные функции распределения для каждой гипотезы:

$$f_j(F/H_1) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{\frac{-F-a_j^2}{2\sigma^2}}$$

$$f_j(F/H_2) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{\frac{-F}{2\sigma^2}}$$

Будем проводить анализ данных каротажа в окне длиной L, тогда дифференциальные функции в окне примут вид:

$$f_j(F/H_1) = \frac{1}{(\sigma\sqrt{2\pi})^L} \cdot \exp \sum_{i=1}^L \frac{(F_i - a)^2}{2\sigma^2}$$

$$f_j(F/H_2) = \frac{1}{(\sigma\sqrt{2\pi})^L} \cdot \exp \sum_{i=1}^L \frac{F_i^2}{2\sigma^2}$$

Найдем коэффициент правдоподобия по следующей формуле:

$$\lambda = \frac{f(F/H_1)}{f(F/H_2)}$$

Подставив формулы дифференциальных функций в это уравнение, получим:

$$\lambda = \frac{f(F/H_1)}{f(F/H_2)} = \exp \left\{ \sum_{i=1}^L \left[\frac{(2F_i - a_i) \cdot a_i}{2\sigma^2} \right] \right\}$$

Если $\lambda > 1$, тогда верна гипотеза H_2 ;
 $\lambda < 1$, тогда верна гипотеза H_1 .

Вычислим вероятности гипотез по теореме Байеса:

$$P(H_1/F) = \frac{\lambda}{\lambda + 1}$$

Если $P(H_1/F) > 0,5$, верна гипотеза H_1 о продуктивном пласте;
 По данным значениям поля F, заполним таблицу 1 ниже ($\sigma=5,0$; $a=-13$; $L=5$):

Таблица 1 – Вспомогательная таблица

F	2F	2F-a	(2F-a)a	$\Sigma(2F-a)a$	$\Sigma(2F-a)a/2\sigma^2 = C$	$\exp(C)=\lambda$	$P(H_1/F) = \lambda/(\lambda + 1)$
-4,36	-8,72	4,28	-55,64				
6,36	12,72	25,72	-334,36				
8,36	16,72	29,72	-386,36	-217,26	-4,35	0,013	0,013
6,36	12,72	25,72	-334,36	-312,00	-6,24	0,002	0,002
-7,44	-14,88	-1,88	24,44	-303,94	-6,08	0,002	0,002
13,86	27,72	40,72	-529,36	-290,73	-5,81	0,003	0,003
4,81	9,62	22,62	-294,06	-277,68	-5,55	0,004	0,004
5,82	11,64	24,64	-320,32	-344,86	-6,90	0,001	0,001
3,85	7,7	20,7	-269,1	-282,15	-5,64	0,004	0,004
5,48	10,96	23,96	-311,48	-219,08	-4,38	0,013	0,012
1,8	3,6	16,6	-215,8	-151,11	-3,02	0,049	0,046
-7,32	-14,64	-1,64	21,32	-119,29	-2,39	0,092	0,084
-7,25	-14,5	-1,5	19,5	-44,93	-0,90	0,407	0,289
-2,27	-4,54	8,46	-109,98	-7,90	-0,16	0,854	0,461
-8,82	-17,64	-4,64	60,32	15,55	0,31	1,365	0,577
-5,32	-10,64	2,36	-30,68	31,30	0,63	1,870	0,652
-11,83	-23,66	-10,66	138,58	75,97	1,52	4,570	0,820
-10,28	-20,56	-7,56	98,28	102,28	2,05	7,734	0,886
-10,86	-21,72	-8,72	113,36	132,44	2,65	14,138	0,934
-13,88	-27,76	-14,76	191,88	108,11	2,16	8,690	0,897
-11,12	-22,24	-9,24	120,12	-10,97	-0,22	0,803	0,445
-7,15	-14,3	-1,3	16,9	-156,78	-3,14	0,043	0,042
12,62	25,24	38,24	-497,12	-281,58	-5,63	0,004	0,004
17,18	34,36	47,36	-615,68	-366,34	-7,33	0,001	0,001
10,12	20,24	33,24	-432,12	-376,01	-7,52	0,001	0,001
5,18	10,36	23,36	-303,68	-290,00	-5,80	0,003	0,003
-5,29	-10,58	2,42	-31,46	-168,12	-3,36	0,035	0,033
-3,92	-7,84	5,16	-67,08	-80,55	-1,61	0,200	0,166
-6,26	-12,52	0,48	-6,24	-81,59	-1,63	0,196	0,164
-6,72	-13,44	-0,44	5,72	-128,91	-2,58	0,076	0,071
5,38	10,76	23,76	-308,88	-171,24	-3,42	0,033	0,032
3,81	7,62	20,62	-268,06	-231,45	-4,63	0,010	0,010
4,22	8,44	21,44	-278,72	-299,05	-5,98	0,003	0,003
5,32	10,64	23,64	-307,32	-334,78	-6,70	0,001	0,001
6,28	12,56	25,56	-332,28	-344,40	-6,89	0,001	0,001
12,25	24,5	37,5	-487,5	-396,71	-7,93	0,000	0,000
5,66	11,32	24,32	-316,16	-438,05	-8,76	0,000	0,000
14,28	28,56	41,56	-540,28	-356,51	-7,13	0,001	0,001
13,27	26,54	39,54	-514,02	-260,42	-5,21	0,005	0,005
-9,4	-18,8	-5,8	75,4	-197,70	-3,95	0,019	0,019
-6,23	-12,46	0,54	-7,02				
-6,4	-12,8	0,2	-2,6				

По данным каротажа опорной скважины и результатам вычисления вероятности первой гипотезы $P(H_1/F_k)$ о наличии породы №1 построим геологоматематическую модель продуктивного пласта.

