

В-9 Задача N18

Госыра В.
ГМ-1901

$$f = 4x_1^2 + 5x_2^2 + 9x_3^2 + 8x_1x_2 - 9x_1x_3 - 2x_2x_3 - 5x_1 - 6x_2 + 2x_3$$

$$3x_1 - x_2 + 2x_3 = 150 \quad , \quad 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 200$$

Запишем функцию штраф-но штраф-но φ -но

$$\varphi_i(x, c) = \sum_{j=1}^n \exp(c\psi_j(x))$$

Обобщенная целевая ф-я имеет след-й вид:

$$F(x, v) = f(x) + v\varphi_i(x)$$

Итак, перейдем к неравенствам:

$$3x_1 - x_2 + 2x_3 - 150 < \varepsilon$$

$$3x_1 - x_2 + 2x_3 - 150 > -\varepsilon$$

$$2x_1 + 3x_2 - 2x_3 - 200 < \varepsilon$$

$$2x_1 + 3x_2 - 2x_3 - 200 > -\varepsilon$$

$$F(x, v) = 4x_1^2 + 5x_2^2 + 9x_3^2 + 8x_1x_2 - 9x_1x_3 - 2x_2x_3 - 5x_1 - 6x_2 + 2x_3 + \\ + v(\exp(3x_1 - x_2 + 2x_3 - 150 - \varepsilon) + \exp(-3x_1 + x_2 - 2x_3 + 150 + \varepsilon) + \\ + \exp(2x_1 + 3x_2 - 2x_3 - 200 - \varepsilon) + \exp(-2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 200 + \varepsilon))$$

Возьмем $x^0 = (52, 34, 10)$, удовлетворяющую всем ограничениям, $\varepsilon = 0.0001$.

Воспользуемся методом Ньютона – Рафсона для нахождения следующих приближений.

v	X_1	X_2	X_3	f
10	53.8001	36.7933	11.0304	33 948
2	54.7239	37.266	11.2526	154 507
0.4	54.9557	37.4958	11.2844	46 003
0.08	54.9835	37.5301	11.2868	38 953

Точный ответ: $X^* = (54.9, 37.5, 11.29)$, $f = 38\,955$

B-9 Задача N19

$$f = 7x_1^2 + 5x_2^2 + 9x_3^2 + 8x_1x_2 - 9x_1x_3 - 2x_2x_3 - 5x_1 - 6x_2 + 2x_3$$

$$3x_1 - x_2 + 2x_3 = 150$$

$$2x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 200$$

Запишем следующую внешнюю штрафную ф-ю:

$$\Phi_\epsilon(x, c) = c \sum_{j=1}^m (\max\{\Psi_j(x), 0\})^2, \quad c > 0$$

Обобщенная целевая ф-я имеет следующий вид:

$$F(x, \tau) = f(x) + \tau \Phi_\epsilon(x)$$

$$\begin{aligned} F(x, \tau) = & 7x_1^2 + 5x_2^2 + 9x_3^2 + 8x_1x_2 - 9x_1x_3 - 2x_2x_3 - 5x_1 - \\ & - 6x_2 + 2x_3 + \tau (\max\{3x_1 - x_2 + 2x_3 - 150 - \epsilon, 0\})^2 + \\ & + (\max\{-3x_1 + x_2 - 2x_3 + 150 - \epsilon, 0\})^2 + \\ & + (\max\{2x_1 + 3x_2 - 2x_3 - 200 - \epsilon, 0\})^2 + \\ & + (\max\{-2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 200 - \epsilon, 0\})^2 \end{aligned}$$

Возьмем $x^0 = (100, 100, 10)$, $\epsilon = 0.0001$.

Воспользуемся методом Ньютона - Фадеева для нахождения следующих приближений.

v	X_1	X_2	X_3	f
10	49.8661	31.7416	10.7376	30 225.4
100	54.6988	37.2053	11.2569	38 432.5
1000	54.9575	37.5006	11.284	38 902.5
10000	54.9862	37.5334	11.2871	38 954.7

Точный ответ: $X^* = (54.9, 37.5, 11.29)$, $f = 38\,955$