

B-9

Задача №16. (Метод Ньютона-Рунсона)

$$f = 2x_1^2 + 3x_2^2 + x_3^2 + x_1x_2 + x_1x_3 - x_2x_3 - 5x_1 + x_2 + x_3$$

$$\text{grad } f(x) = (4x_1 + x_2 + x_3 - 5, x_1 + 6x_2 - x_3 + 1, x_1 - x_2 + 2x_3 + 1)$$

$$H(x) = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 1 & 6 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad H^{-1}(x) = \begin{pmatrix} \frac{11}{34} & -\frac{3}{34} & -\frac{7}{34} \\ -\frac{3}{34} & \frac{7}{34} & \frac{5}{34} \\ -\frac{7}{34} & \frac{5}{34} & \frac{23}{34} \end{pmatrix}$$

Выберем нач. точку $x^0 = (0, 0, 0)$ и по формуле $x^{1\pm} = x^{\pm} - H^{-1}(x) \text{grad } f(x)$ найдем:

$$x^{1\pm} = x^{0\pm} - H^{-1}(x^0) \text{grad } f(x^0) =$$

$$= x^{0\pm} - \begin{pmatrix} \frac{11}{34} & -\frac{3}{34} & -\frac{7}{34} \\ -\frac{3}{34} & \frac{7}{34} & \frac{5}{34} \\ -\frac{7}{34} & \frac{5}{34} & \frac{23}{34} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{65}{34} \\ -\frac{27}{34} \\ -\frac{63}{34} \end{pmatrix}$$

В точке x^1 имеем $\text{grad } f(\frac{65}{34}, -\frac{27}{34}, -\frac{63}{34}) = (0, 0, 0)$

\Rightarrow процесс вычисления можно остановить, ориентируясь на значение вектора градиента.
 $f(x^1) = -6,1$ и x^1 — та min.

Найденные координаты являются точными решением рассматриваемой задачи.