B-9   Задание №2.

$$f = 2(x_1 - 5)^2 + 3(x_2 - 4)^2$$

а) Найти стац-ю т-ку и вычислить в ней знач-е ф-и

Стац. т-ки рассматриваемой фр-и определяются уравнениями:

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x_1} = 4(x_1 - 5) = 0$$

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x_1} = 6(x_2 - 4) = 0$$

Единственная стац. т-ка равна $Y = (5; 4)$ и
$f(5; 4) = 0$.

б) Определить экстремумы, если он есть.

Найдем ч.п. 2го порядка:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} = 0 \; ; \; \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} = 4 \; ; \; \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} = 6$$

Вычислим значение ч.п. 2го порядка в стац. т-ке $(5; 4)$

$$A = \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} = 4$$

$$C = \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} = 6$$

$$B = \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} = 0$$

$\Rightarrow$

$$AC - B^2 = 24 > 0$$

$A > 0 \Rightarrow$ в т-ке $(5; 4)$

имеется min $f(5; 4) = 0$

в) Проверить ф-ю на выпуклость / вогнутость

Ф-я является выпуклой вниз

$$f = 2x_1^2 + 3x_2^2 + x_3^2 + x_1x_2 + x_1x_3 - x_2x_3 - 5x_1 + x_2 + x_3$$

а) Найти стац. т-ку и вычислить в ней значение ф-и.

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x_1} = 4x_1 + x_2 + x_3 - 5 = 0$$

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x_2} = 6x_2 + x_1 - x_3 + 1 = 0$$

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x_3} = 2x_3 + x_1 - x_2 + 1 = 0$$

Решение системы:

$$\begin{cases} 4x_1 + x_2 + x_3 - 5 = 0 \\ x_1 + 6x_2 - x_3 + 1 = 0 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{65}{34} \\ x_2 = -\dfrac{27}{34} \\ x_3 = -\dfrac{63}{34} \end{cases}$$

Стацион. т-ка

$$f = -6,102.$$

б) Определить экстремумы, если он есть.

$$M(x_1, x_2, x_3) = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 1 & 6 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$M_1(M) = 4 > 0$

$M_2(M) = 23 > 0$

$M_3(M) = 34 > 0$

$\Rightarrow$ М. Гессе положительно определена (т.к. все угловые миноры "+") $\Rightarrow$

$\left(\dfrac{65}{34}; -\dfrac{27}{34}; -\dfrac{63}{34}\right)$ — т-ка min.

в) Ф-я выпукл. вниз