Задача № 2.

$F = 3 - x_1 + x_2 \to max$

Стандарт. форма:

$2x_1 + 3x_2 \le 11$

$-x_1 - 3x_2 \le 2$

$2x_1 - x_2 \ge -1$

$2x_1 + 3x_2 \le 11$

$-x_1 - 3x_2 \le 2$

$-2x_1 + x_2 \le 1$

Канонический вид:

$2x_1 + 3x_2 = 11$

$-x_1 - 3x_2 = 2$

$-2x_1 + x_2 = 1$

$2x_1 + 3x_2 + y_1 = 11 \sim \lambda_1$

$-x_1 - 3x_2 + y_2 = 2 \sim \lambda_2$

$-2x_1 + x_2 + y_3 = 1 \sim \lambda_3$

Двойственная задача:

$min\ \varphi = 11\lambda_1 + 2\lambda_2 + \lambda_3 + 3$

$2\lambda_1 - 2\lambda_2 - 2\lambda_3 \ge -1$

$3\lambda_1 - 3\lambda_2 + \lambda_3 \ge 1$

$y_1 \sim \lambda_1 \ge 0$

$y_2 \sim \lambda_2 \ge 0$

$y_3 \sim \lambda_3 \ge 0$

Т.к. в полученном решении з. № 2 $x_1 = 1$; $x_2 = 3$, то:

$2x_1 + 3x_2 = 11$ $\qquad \lambda_1 \ge 0\ (y_1 \to \lambda_1)$

$-x - 3x_2 \le 2 \Rightarrow$ $\qquad \lambda_2 = 0\ (y_2 \to \lambda_2) \Rightarrow$ $\qquad 2\lambda_1 - 2\lambda_3 = -1$, $3\lambda_1 + \lambda_3 = 1$.

$-2x_1 + x_2 = 1$ $\qquad \lambda_3 \ge 0\ (y_3 \to \lambda_3)$

$\Downarrow$

Тогда решение двойственной задачи: $\lambda_1 = \frac{1}{8}$; $\lambda_3 = \frac{5}{8}$

$\varphi = 5$; $\lambda_1 = \frac{1}{8}$; $\lambda_2 = 0$; $\lambda_3 = \frac{5}{8}$.

Проверка:

$min\ \varphi = 11 \cdot \frac{1}{8} + 0 + \frac{5}{8} + 3 = 1,375 + 0,625 + 3 = 5$

Задача N 4.

$\min f = -2x_1 - 5x_2 + 3x_3$

$x_1 + x_2 \geq 2$
$3x_1 + x_2 \leq 4$
$x_1 + x_3 \geq 5$

Станд-й вид:

$x_1 + x_2 \geq 2$
$-3x_1 - x_2 \geq -4$
$x_1 + x_3 \geq 5$

Канонический вид:

$x_1 + x_2 = 2$
$-3x_1 - x_2 = -4$
$x_1 + x_3 = 5$

$x_1 + x_2 + y_1 = 2 \sim \lambda_1$
$-3x_1 - x_2 + y_2 = -4 \sim \lambda_2$
$x_1 + x_3 + y_3 = 5 \sim \lambda_3$

Двойственная задача:

$\max \varphi = 2\lambda_1 - 4\lambda_2 + 5\lambda_3$

$\lambda_1 - 3\lambda_2 + \lambda_3 \leq -2$
$\lambda_1 - \lambda_2 \leq -5$
$\lambda_3 \leq 3$

Т.к. в полученном решение з. N 4 $x_1 = 0; x_2 = 4; x_3 = 5$, то:

$x_1 + x_2 \geq 2$
$-3x_1 - x_2 = -4 \Rightarrow$
$x_1 + x_3 = 5$

$\lambda_1 = 0 \; (y_1 \to \lambda_1)$
$\lambda_2 \geq 0 \; (y_2 \to \lambda_2) \Rightarrow$
$\lambda_3 \geq 0 \; (y_3 \to \lambda_3)$

$\lambda_1 = 0$
$-\lambda_2 = -5 \Rightarrow$
$\lambda_3 = 3$

$\lambda_1 = 0$
$\lambda_2 = 5$
$\lambda_3 = 3$

Тогда решение двойственной задачи:

$\varphi = -5; \; \lambda_1 = 0; \; \lambda_2 = 5; \; \lambda_3 = 3$

Проверка:

$\max \varphi = 2 \cdot 0 - 4 \cdot 5 + 5 \cdot 3 = -20 + 15 = -5.$