

Обработка данных:

Размеры тел

	a_k	a	b	c	$h_{\text{ц}}$	$r_{\text{ц}}$	$h_{\text{д}}$	$r_{\text{д}}$
значение, см	9.2	9.9	4.9	14.9	9.6	4.3	1.6	6.15
ε	0.005	0.005	0.01	0.003	0.005	0.012	0.031	0.008

Таблица 1: Размеры исследуемых тел и их погрешности

Абсолютная погрешность измерения размеров линейкой составляет 0.05 см.

Периоды колебаний

T	T_{1z}	T_{1x}	T_{1y}	T_{1d}	T_{1e}	T_{1p}	T_{1m}	T_{2x}	T_{2y}	T_{2z}
$T_{\text{ср}}, \text{ с}$	3.053	3.058	3.061	3.06	3.064	3.063	3.064	3.8	4.102	3.255
$\sigma_{\text{случ}}, \text{ с}$	0.01	0.004	0.008	0.007	0.008	0.005	0.007	0.026	0.009	0.01
$\sigma_{\text{полн}}, \text{ с}$	0.13	0.13	0.13	0.13	0.13	0.13	0.13	0.133	0.13	0.13
$\varepsilon_{\text{полн}}$	0.043	0.043	0.043	0.043	0.043	0.042	0.042	0.035	0.032	0.04

T	T_{2d}	T_{2e}	T_{2m}	T_{2p}	T_p	T_{3x}	T_{3y}	T_{4x}	T_{4y}
$T_{\text{ср}}, \text{ с}$	3.492	3.358	3.878	3.446	2.557	3.606	4.226	3.266	3.247
$\sigma_{\text{случ}}, \text{ с}$	0.009	0.011	0.017	0.008	0.007	0.434	0.429	0.457	0.366
$\sigma_{\text{полн}}, \text{ с}$	0.13	0.13	0.131	0.13	0.13	0.453	0.449	0.475	0.388
$\varepsilon_{\text{полн}}$	0.037	0.039	0.034	0.038	0.051	0.126	0.106	0.145	0.12

Таблица 2: Средние значения периодов колебаний ($T_{\text{ср}}$) и их погрешности

Систематическая погрешность для всех измерений одинакова и складывается из погрешности секундомера и скорости реакции экспериментатора, которая определяется с помощью измерения временного промежутка между двумя нажатиями на кнопку. В моем случае скорость реакции составляет 0.13 с, а погрешность секундомера - 0.001 с, следовательно ей можно пренебречь и принять систематическую погрешность равной 0.13 с.

Проверка соотношений периодов

- Параллелепипед

$$\frac{a^2 T_{2x}^2 + b^2 T_{2y}^2 + c^2 T_{2z}^2}{a^2 + b^2 + c^2} = T_{2d}^2, \quad \frac{a^2 T_{2x}^2 + b^2 T_{2y}^2 + c^2 T_{2z}^2}{a^2 + b^2 + c^2} = (12.125 \pm 0.622)c^2, \quad T_{2d}^2 = (12.194 \pm 0.260)c^2$$

$$\frac{b^2 T_{2y}^2 + c^2 T_{2z}^2}{c^2 + b^2} = T_{2e}^2, \quad \frac{b^2 T_{2y}^2 + c^2 T_{2z}^2}{c^2 + b^2} = (11.203 \pm 0.771)c^2, \quad T_{2e}^2 = (11.276 \pm 0.260)c^2$$

$$\frac{a^2 T_{2x}^2 + c^2 T_{2z}^2}{c^2 + a^2} = T_{2p}^2, \quad \frac{a^2 T_{2x}^2 + c^2 T_{2z}^2}{c^2 + a^2} = (11.773 \pm 0.664)c^2, \quad T_{2p}^2 = (11.875 \pm 0.260)c^2$$

$$\frac{b^2 T_{2y}^2 + a^2 T_{2x}^2}{a^2 + b^2} = T_{2m}^2, \quad \frac{b^2 T_{2y}^2 + a^2 T_{2x}^2}{a^2 + b^2} = (14.910 \pm 0.839)c^2, \quad T_{2m}^2 = (15.039 \pm 0.262)c^2$$

- Куб

В справедливости соотношения: $T_{1z} = T_{1x} = T_{1y} = T_{1d} = T_{1e} = T_{1p} = T_{1m}$ можно убедиться, исходя из таблицы 2.

$$\frac{T_{1x}^2 + T_{1y}^2 + T_{1z}^2}{3} = T_{1d}^2, \quad \frac{T_{1x}^2 + T_{1y}^2 + T_{1z}^2}{3} = (9.347 \pm 0.459)c^2, \quad T_{1d}^2 = (9.364 \pm 0.260)c^2$$

$$\frac{T_{1y}^2 + T_{1z}^2}{2} = T_{1e}^2, \quad \frac{T_{1y}^2 + T_{1z}^2}{2} = (9.982 \pm 0.562)c^2, \quad T_{1e}^2 = (9.388 \pm 0.260)c^2$$

$$\frac{T_{1x}^2 + T_{1z}^2}{2} = T_{1p}^2, \quad \frac{T_{1x}^2 + T_{1z}^2}{2} = (9.973 \pm 0.562)c^2, \quad T_{1p}^2 = (9.382 \pm 0.260)c^2$$

$$\frac{T_{1y}^2 + T_{1x}^2}{2} = T_{1m}^2, \quad \frac{T_{1y}^2 + T_{1x}^2}{2} = (11.905 \pm 0.562)c^2, \quad T_{1m}^2 = (9.388 \pm 0.260)c^2$$

- Цилиндр

$$\frac{T_{3y}^2}{T_{3x}^2} = 1 + \frac{h_{\text{ц}}^2}{3r_{\text{ц}}^2}, \quad \frac{T_{3y}^2}{T_{3x}^2} = (1.652 \pm 0.525), \quad 1 + \frac{h_{\text{ц}}^2}{3r_{\text{ц}}^2} = (2.661 \pm 0.004)$$

- Диск

$$\frac{T_{4y}^2}{T_{4x}^2} = 1 + \frac{h_{\text{д}}^2}{3r_{\text{д}}^2}, \quad \frac{T_{4y}^2}{T_{4x}^2} = (0.988 \pm 0.372), \quad 1 + \frac{h_{\text{д}}^2}{3r_{\text{д}}^2} = (1.023 \pm 0.001)$$

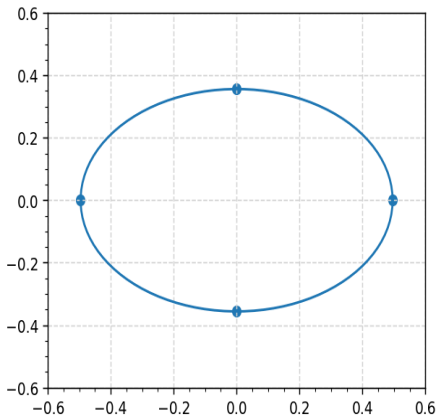
Эллипсоиды инерции

Поскольку мы не знаем сами моменты инерции, но знаем их соотношения и пропорциональность квадратам периодов, построим сечения эллипсоидов в произвольном масштабе, согласно уравнению эллипсоида:

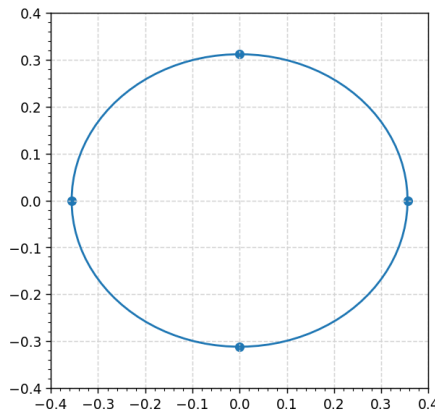
$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} + \frac{z^2}{C^2} = 1$$

- Параллелепипед

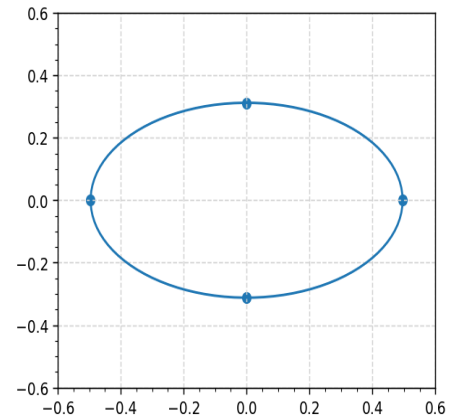
$$A = \frac{1}{\sqrt{T_{2x}^2 - T_p^2}} = 0.356, \quad B = \frac{1}{\sqrt{T_{2y}^2 - T_p^2}} = 0.312, \quad C = \frac{1}{\sqrt{T_{2z}^2 - T_p^2}} = 0.496$$



Сечение плоскостью хz



Сечение плоскостью ху



Сечение плоскостью yz

- Куб

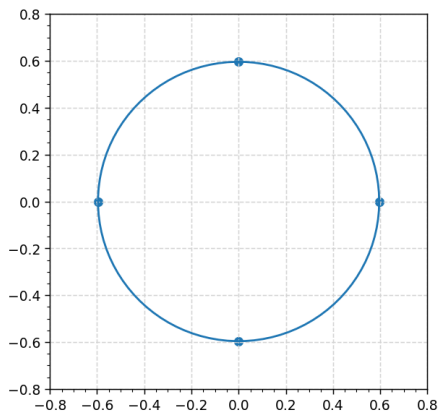
$$A = B = \frac{1}{\sqrt{T_{1x}^2 - T_p^2}} = 0.596$$

- Диск

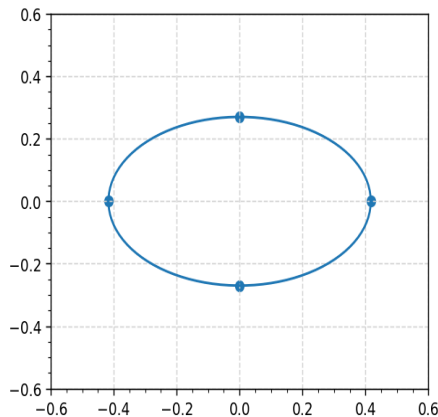
$$A = \frac{1}{\sqrt{T_{3x}^2 - T_p^2}} = 0.393, \quad B = \frac{1}{\sqrt{T_{3y}^2 - T_p^2}} = 0.297$$

- Цилиндр

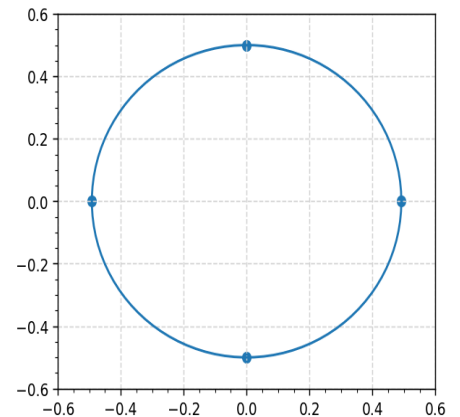
$$A = \frac{1}{\sqrt{T_{4x}^2 - T_p^2}} = 0.492, \quad B = \frac{1}{\sqrt{T_{4y}^2 - T_p^2}} = 0.5$$



Сечение куба плоскостью ху



Сечение диска плоскостью ху



Сечение цилиндра плоскостью ху

Вывод:

Измерены периоды крутильных колебаний тел относительно различных осей. Из них вычислены отношения моментов инерции. Показано, что соотношения, связывающие моменты инерции, верно в пределах погрешности. Построены сечения эллипсоидов инерции главными осями симметрии. Показано, что у куба эллипсоид инерции является сферой, то есть моменты инерции относительно любой оси равны.