

11 июня 2018 г.

# Проект по программированию

"Построение скелета многоугольника"

Автор: студентка 151 группы  
Сухоруковой Екатерины

## Содержание

1	Определения:	3
1.1	Минимальная выпуклая оболочка множества точек . . .	3
1.2	Скелет многоугольника . . .	3
1.3	Узлы скелета многоугольника . . . . .	3
2	Алгоритмы	4
2.1	План работы программы: . .	4
2.2	Описание работы программы	6

## Постановка задачи

Построить скелет многоугольника по заданным точкам.

Все точки задаются случайным образом. В качестве многоугольника рассматривается минимальная выпуклая оболочка множества заданных точек.

### 1 Определения:

#### 1.1 Минимальная выпуклая оболочка множества точек

- это минимальная по длине замкнутая линия, заключающая в себе (или проходящая через) все точки исходного множества.

#### 1.2 Скелет многоугольника

- это множество точек, равноудаленных от сторон многоугольника.

#### 1.3 Узлы скелета многоугольника

- а) Точки "слияния" вершин многоугольником при равномерном сжатии много-

угольника к его центру. (Все стороны многоугольника начинают движение к центру фигуры с одной скоростью. точки, в которые сливаются вершины - узлы.)

- б) Центры максимальных по радиусу вписанных в фигуру окружностей. (представляем точку,двигающуюся по бисектрисе соответствующего угла. окружность, вписанная в угол расширяется до тех пор, пока не "наткнется" на сторону многоугольника, не принадлежащую исходному углу.)

Решение

## 2 Алгоритмы

### 2.1 План работы программы:

1. Создание структур Точка (Point) и Прямая (Direct)

2. Определение функций:

- Обмена точек (swap)
- Ближайший к вершине (NextToTop)
- Проверка на левую тройку вектоов (orientation)

- Компановки (compare)
- Функции поворота (за счет определения правой/левой тройки векторов)
- Алгоритм Грэхема формирования минимальной выпуклой оболочки (GrahamScan)
  - Находим самую нижнюю точку, выбираем самую левую, в случае совпадения.
  - Помещаем данную точку с самого начала очереди
  - Сортируем оставшиеся точки по полярному углу
  - По отсортированному массиву точек строим выпуклую оболочку (Если рассматривается правая тройка, то точка входит в оболочку, если левая - то нет. Оболочка формируется только из точек, которые образуют правые повороты.)
- Алгоритм генерации множества точек (genRandPointVariety)
- Алгоритм генерации выпуклого многоугольника (genLargeRectangle)

- Заполнение массива структур, определяющих уравнения прямых, проходящих через точку (вершину), а также вывод уравнения биссектрисы соответствующего внутреннего угла (PointDirection)
- Нахождение узлов скелета (Skelet)

### 3. Поочередный вызов определенных ранее функций (main)

#### 2.2 Описание работы программы

На вход программа получает натуральное число. Это число обозначает количество точек, задающихся случайным образом. Каждая точка характеризуется двумя координатами (X и Y). Каждая точка - структура, с соответствующими параметрами. Все точки записываются в массив структур. Массив сортируется, а также удаляются одинаковые точки, если они есть. По данным массива формируется минимальная выпуклая оболочка (для этого используется алгоритм Грэхема). В конце в массиве остаются только те точки,

которые принадлежат оболочке.

После того, как сформирован массив точек оболочки, формируется второй массив структур. В данном массиве хранятся данные по тем прямым, которые содержат стороны получившегося многоугольника. Каждая прямая характеризуется тремя числами: А, В, С. Коэффициенты при X, Y и свободном члене, соответственно. Коэффициенты находятся исходя из основного уравнения построения прямой в Евклидовом пространстве:  $(X-X_1)(Y_2-Y_1)=(Y-Y_1)(X_2-X_1)$ , где X1, X2, Y1, Y2 - координаты точек, принадлежащих прямой. Также в данный массив записываются координаты прямой, содержащей бисектрису соответствующего внутреннего угла многоугольника (к примеру: в ячейке под номером 3, соответствующей 3 точке в массиве точек оболочки, содержатся структуры, соответствующие прямым 23, 34 и бисектрисе угла 234, где цифры - номера соответствующих точек.)

Бисектриса угла ищется следующим обра-

зом: находятся координаты векторов, исходящих из точки оболочки к двум соседним. Эти вектора нормируются и складываются (покоординатно). Получившиеся координаты - координаты векторы бисектриссы, что проверяется элементарной геометрией.

Все точки, лежащие на прямой, содержащей бисектриссу параметризуются (прямая задается в параметрическом виде). Далее ищется точка, которая принадлежит прямой, содержащей бисектриссу, равноудалена от трех сторон многоугольника, а расстояние до всех остальных сторон больше, чем до трех прямых, упомянутых ранее. Это реализуется перебором и подсчетом расстояния от точки до прямой.

Таким образом ищутся узлы скелета. Все подходящие точки записываются в новый массив.

Программа выводит на экран коэффициенты узлов скелета многоугольника.