**Задача 15. Расчет характеристиксистемы массового обслуживания (СМО) с ограниченной длиной очереди.**

**Описание:**

СМО – это объект (предприятие, организация), деятельность которого связана с многократной реализацией исполнения каких-то однотипных задач и операций по обслуживанию потока поступающих **заявок** (или **требований**). Основой СМО являются **средства** (**каналы**) **обслуживания**, называемые также **обслуживающими устройствами**. При этом как поступление заявок, таки продолжительность их обслуживанияно­сят случайный характер.

Основными элементами обслуживающей системы являются **входящий** и **выходящий потоки требований, число обслуживающих каналов**, а также длина **очереди заявок**, ожидающих обслуживания.

Характеристиками обслуживающей системы, определяющими эффективность их функционирования, служат:

1) **показатели эффективности использования**:

**• абсолютная пропускная способность (АПС)** – среднее число заявок, обслуживаемых в единицу времени, ;

**• относительная пропускная способность** – отношение АПС к среднему числу заявок, поступивших за единицу времени, ;

**• коэффициент использования СМО** – средняя доля времени, в течении которого система занята обслуживанием заявок;

2) **показатели качества обслуживания**:

**• среднее время обслуживания одной заявки**, ;

**• среднее время ожидания заявки в очереди**, ;

**• среднее время пребывания заявки в СМО**, ;

**• вероятность простоя системы, **;

**• вероятность отказа заявки в обслуживании, **;

**• среднее число заявок в очереди**, ;

**• среднее число заявок, находящихся в СМО**, ;

**• среднее число каналов, занятых обслуживанием**, .

При проектировании СМО почти всегда возникает проблема ее **оптимизации**, т.е., достижения требуемого уровня обслуживания (максимального сокращения очереди или потерь заявок) при минимальных затратах, связанных с просто­ем обслуживающих устройств. Для этого в первую очередь изучается входящий поток требований с целью установления его закономер­ностей и улучшения качества обслуживания.

Во многих реальных системах входящий поток требований является **простейшим,** т.е. обладает тремя свойствами: свойством **однородности**, свойством **стационарности** и свойством **отсутствия послейдствий**. Доказано, что для простейшего потока распределение числа требований, поступающих в систему за время , подчиняются закону распределения Пуассона с параметром, а именно, вероятность того, что за время  поступит ровно  заявок ():

.

Буквой здесь обозначена **интенсивность** **поступления треб****ова****ний**, равная среднему числу требований, поступающих в систему обслуживания за единицу времени.

Одной из важнейших характеристик обслуживающих устройств, кото­рая определяет пропускную способность всей системы, является **время обслуживания.**

При показательном законе распределения времени обслуживания ве­роятность  события, что время обслуживания продлится не более чем, равна:

.

Здесь - интенсивность обслуживания одного требования одним об­служивающим устройством, которая определяется из соотношения .

Для системы обслуживания с параметрами , ,  (число каналов обслуживания) и  (длина очереди) формулы расчета вероятностных характеристик СМО в стационарных условиях () выглядят следующим образом:

- вероятность простоя системы (все каналы обслуживания свободны, и нет ни одной заявки в очереди). Здесь - **коэффициент загрузки СМО.**

 - вероятность того, что  каналов () занято обслуживанием заявок, но при этом очередь пуста.

 - вероятность того, что все каналы заняты обслуживанием и еще  заявок () находятся в очереди. Из этой формулы видно, что вероятность отказа в обслуживании наступает при :



После расчета всех вероятностей, можно оценить следующие параметры системы обслуживания:

 - среднее число каналов, занятых обслуживанием;

 - среднее число свободных каналов;

 - среднее число заявок в очереди;

- среднее время ожидания заявки в очереди;

- среднее время обслуживания заявки в системе;

 - относительная пропускная способность системы;

 - абсолютная пропускная способность системы.

**Порядок выполнения:**

Написать программу для расчета характеристик СМО. Задачей которой является для заданного  оптимизировать систему по параметрам ,  и , считая целевой функцией стоимость СМО при известной стоимости одного канала обслуживания, одного места в очереди, а также при ограничениях на  и вероятность отказа .