

### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3

#### Исследование автоколебаний в нелинейных системах методом гармонического баланса

**Цель работы:** изучить метод гармонического баланса.

#### Теория

Рассматривается система с нелинейным элементом (НЭ) с гистерезисом  $F(x)$  и линейной частью (ЛЧ) с передаточной функцией  $W(s) = 1/(Ts + 1)s$ . Нелинейный элемент  $F(x)$  можно представить в виде линейного приближения с помощью метода гармонической линеаризации

$$W_H(a, s) = q(a) + \frac{q'(a)}{\omega} s, \text{ где}$$

$$q(a) = \frac{1}{\pi a} \int_0^{2\pi} F(a \sin \psi) \sin \psi d\psi, \quad (3.1)$$

$$q'(a) = \frac{1}{\pi a} \int_0^{2\pi} F(a \sin \psi) \cos \psi d\psi \text{ при } \psi = \omega t. \quad (3.2)$$

Эти выражения справедливы для симметричных колебаний в системах, которые и будем исследовать. Подставив в выражение (3.1) и (3.2) функцию НЭ реле с гистерезисом

$$F(x) = \begin{cases} c, & x \geq b \\ -c \cdot \text{sign}(dx), & -b < x < b \\ c, & x \leq -b \end{cases}$$

получим коэффициенты гармонической линеаризации

$$q(a) = \frac{4c}{\pi a} \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}; \quad q'(a) = -\frac{4cb}{\pi a^2}, \text{ при } a \geq b \quad (3.3)$$

Сущность метода гармонического баланса заключается в замене нелинейного элемента эквивалентным линейным элементом, коэффициент передачи которого не является постоянным, а зависит в общем случае от амплитуды и частоты искомых автоколебаний. При фиксированных значе-

ниях амплитуды с эквивалентным элементом обращаются, как с обычным линейным элементом при анализе САУ частотным методом. Это и есть гармоническая линеаризация нелинейности.

Каким образом по методу гарбаланса определить устойчивые колебания. Пусть построены кривые  $W(j\omega)$  и  $-1/W_n(A)$ . Будем двигаться по кривой  $-1/W_n(A)$  в направлении возрастания  $A$ . Если разомкнутая линейная система устойчива, то той точке пересечения характеристик  $W(j\omega)$  и  $-1/W_n(A)$ , в которой мы входим в контур амплитудно-фазовой характеристики  $W(j\omega)$ , соответствует неустойчивое периодическое решение, в точке же выхода из контура решение устойчиво и эта точка определяет параметры автоколебаний.

Пример расчета и построения графиков зависимости коэффициентов гармонической линеаризации от амплитуды и годографов.

```
stacksize(100000000); //команда управляет размером пользователь-
ского стека

c=1; // высота петли гистерезиса
b=0.5; // ширина петли гистерезиса
a=b:0.001:10; //диапазон изменения амплитуды

//Изменение амплитуды идет от b, т.к. при a<b выражение (3.3) под корнем
меньше 0. Далее программируем выражение (3.3) и рисуем зависимости
коэффициентов от амплитуды:
q=((4*c).*sqrt((a.^2)-(b^2)))./((%pi).*a.^2);
dq=-4*c*b./(%pi.*a.^2);
figure(61),
subplot(2,1,1),plot(q(1:901)),set (gca(),"grid",[1 1]); //устанавливаются
параметры для сетки графиков
subplot(2,1,2),plot(dq(1:901)),set (gca(),"grid",[1 1]); //получили гра-
фики коэффициентов
reZ=-q./((q.^2)+(dq.^2)); // реальная часть инверсного годографа
imZ=dq./((q.^2)+(dq.^2)); //мнимая часть инверсного годографа
num=1; den=[0.8 1 0]; //числитель и знаменатель ЛЧ
s=poly(0,"s"); //вводится переменная s в качестве аргумента много-
члена, один нулевой корень
for i=1:length(num)
revnum(length(num)-i+1)=num(i);
```

```

end // переводим в массив реальную и мнимую части
for i=1:length(den)
    revden(length(den)-i+1)=den(i);
end
numtf=poly([revnum],'s','c')
dentf=poly([revden],'s','c')
numtf;
dentf;
WO=syslin('c',numtf,dentf) // задаем передаточную функцию ЛЧ
ww=[0.005:0.005:100]//задаем диапазон частот
figure(62),
plot(nyquist(WO,0.01,100),reZ,imZ,"ro-")
//рисует годографы ЛЧ и НЭ на комплексной плоскости

```

### Задание

1. Составить программу вычисления коэффициентов гармонической линеаризации для НЭ реле с гистерезисом, у которого уровень срабатывания  $c$  и ширина петли гистерезиса  $b$  берутся из таблицы 3.1. Построить соответствующие графики в зависимости от амплитуды.

2. Построить годографы НЭ  $-1/W_H(A)$  и ЛЧ на комплексной плоскости и определить параметры автоколебаний. Передаточная функция ЛЧ имеет вид  $W(s) = \frac{1}{(1+sT)s}$ . Здесь надо привести два изображения: общий вид годографов и с увеличением места пересечения.

3. Построить переходный процесс системы при ненулевых начальных условиях, и фазовый портрет. По ним определить параметры автоколебаний. Проанализировать ФП.

Таблица 3.1

№ вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$c$	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2
$b$	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
$T$	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4

### **Содержание отчета**

Отчет должен содержать задание, код программы, графики зависимости коэффициентов гармонической линеаризации от амплитуды, годографов, временную характеристику, график фазового портрета и выводы по каждому пункту.

### **Дополнительные вопросы**

1. Что такое симметричные автоколебания?
2. Как по годографам ЛЧ и НЭ определить, возникают ли автоколебания системе?
3. Как по годографам ЛЧ и НЭ определить устойчивы ли колебания, возникающие в системе?
4. Почему должна выполняться гипотеза фильтра для работоспособности метода гармонического баланса?
5. Как определить, выполняется ли гипотеза фильтра?