

# Γραφική με Υπολογιστές 2022

## Εργασία #2: Μετασχηματισμοί και Προβολές

### Ζητούμενα

#### A. Συνάρτηση μετασχηματισμού τύπου affine

Να υλοποιηθεί τη συνάρτηση

$$c_q = \text{affine\_transform}(c_p, \theta, u, t)$$

η οποία μετασχηματίζει ένα σημείο  $c_p \in \mathbb{R}^3$  (σε μη ομογενή μορφή), περιστρέφοντάς το κατά γωνία  $\theta$  και άξονα που διέρχεται από την αρχή του συστήματος συντεταγμένων και είναι παράλληλος στο  $u$ , και μετατοπίζοντάς το σύμφωνα με το διάνυσμα μετατόπισης  $t$ , όπου:

- $c_p \in \mathbb{R}^3$ , είναι ένα  $3 \times 1$  διάνυσμα με τις συντεταγμένες ενός σημείου  $p$  ως προς ένα σύστημα συντεταγμένων.
- $\theta$  είναι η γωνία περιστροφής.
- $u$  είναι ένα  $3 \times 1$  (κανονικό) διάνυσμα που δηλώνει τον άξονα περιστροφής.
- $t$  είναι το  $3 \times 1$  διάνυσμα μετατόπισης.

Η συνάρτηση θα υλοποιεί σημειακό μετασχηματισμό affine. Φροντίστε η συνάρτηση `affine_transform` να λειτουργεί σωστά και στην περίπτωση που τα  $c_p, c_q$  είναι πίνακες  $3 \times N$  με τις συντεταγμένες σημείων. **Σημείωση:** Η συνάρτηση θα πρέπει να μπορεί να εφαρμόζει μετασχηματισμό είτε μόνο λόγω περιστροφής, ή μόνο λόγω μετατόπισης με κατάλληλα ορίσματα (για παράδειγμα αν  $t = \text{None}$  τότε θα πρέπει να εφαρμόζει μόνο μετασχηματισμό περιστροφής, και αντίστοιχα για τη μετατόπιση).

#### B. Συνάρτηση μετασχηματισμού συστήματος συντεταγμένων

Να υλοποιηθεί η συνάρτηση:

$$d_p = \text{system\_transform}(c_p, R, c_0)$$

όπου:

- $c_p \in \mathbb{R}^3$  είναι η  $3 \times 1$  στήλη με τις συντεταγμένες ενός σημείου  $p$  ως προς ένα σύστημα συντεταγμένων.

- $d_p \in \mathbb{R}^3$  είναι οι συντεταγμένες του ίδιου σημείου ως νέο σύστημα συντεταγμένων με αρχή  $o \oplus \mathbf{v}_0$ , το οποίο προκύπτει από μετασχηματισμό περιστροφής  $R \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ .
- $R \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  είναι ένας πίνακας περιστροφής.
- $c_0 \in \mathbb{R}^3$  είναι η  $3 \times 1$  στήλη με τις συντεταγμένες του διανύσματος  $\mathbf{v}_0$  ως προς το αρχικό σύστημα αξόνων.

## Γ. Συνάρτηση προοπτικής κάμερας

Έστω  $c_p \in \mathbb{R}^3$  η  $3 \times 1$  στήλη με τις συντεταγμένες ενός σημείου ως προς το WCS  $\{o, \mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0, \mathbf{z}_0\}$ . Έστω, επίσης, ότι μία προοπτική κάμερα έχει κέντρο  $c = o \oplus \mathbf{v}_c$  και μοναδιαία διανύσματα  $\{\mathbf{x}_c, \mathbf{y}_c, \mathbf{z}_c\}$ . Να υλοποιήσετε τη συνάρτηση:

$$[verts_{2D}, depth] = project\_cam(f, c_v, c_x, c_y, c_z, p)$$

όπου τα  $c_v, c_x, c_y, c_z$  είναι οι συντεταγμένες των  $\mathbf{v}_c, \mathbf{x}_c, \mathbf{y}_c, \mathbf{z}_c$  αντίστοιχα, ως προς το WCS, και  $f$  είναι η απόσταση του πετάσματος από το κέντρο (μετρημένη στις μονάδες που χρησιμοποιεί το σύστημα συντεταγμένων της κάμερας).

Η συνάρτηση θα παράγει τις προοπτικές προβολές των τρισδιάστατων σημείων και θα τις επιστρέφει στον πίνακα  $verts_{2D}$  διάστασης  $2 \times N$ . Η συνάρτηση ακόμη θα υπολογίζει το βάθος κάθε σημείου πριν την προβολή του στις 2 διαστάσεις και θα το επιστρέφει στον πίνακα  $depth$  διάστασης  $1 \times N$ . Φροντίστε η  $project\_camera$  να λειτουργεί σωστά και στην περίπτωση που το  $p$  είναι  $3 \times N$  πίνακας με τις συντεταγμένες σημείων.

## Δ. Συνάρτηση προοπτικής κάμερας

Να υλοποιήσετε τη συνάρτηση:

$$[verts_{2d}, depth] = project\_cam\_lookat(f, c_{org}, c_{lookat}, c_{up}, verts_{3d})$$

η οποία θα παράγει τις προοπτικές προβολές και το βάθος των σημείων του  $verts_{3d}$  όπως και η προηγούμενη αλλά δέχεται ως όρισμα τις συντεταγμένες  $c_{lookat}$  και  $c_{up}$  (σε μη ομογενή μορφή) του σημείου στόχου  $K$  και του μοναδιαίου up vector αντίστοιχα. Το  $c_{org}$  περιέχει όπως και πριν τις συντεταγμένες του κέντρου της κάμερας ως προς το WCS.

## Ε. Συνάρτηση απεικόνισης

Να υλοποιήσετε τη συνάρτηση:

$$verts_{rast} = rasterize(verts_{2d}, img_h, img_w, cam_h, cam_w)$$

η οποία απεικονίζει τις συντεταγμένες των σημείων από το σύστημα μιας κάμερας με πέτασμα διάστασης  $cam_h \times cam_w$  (σε ίντσες), σε ακέραιες θέσεις (pixels) της εικόνας, διάστασης  $img_h \times img_w$ , που παράγεται σαν έξοδος από την κάμερα κατά την φωτογράφιση.

**Σημείωση:** Ο άξονας της κάμερας περνά από το κέντρο του ορθογωνίου διάστασης  $cam_h \times cam_w$  ενώ η αρίθμηση του  $cam_h \times cam_w$  πίνακα της εικόνας ξεκινά από τα κάτω προς τα πάνω και από αριστερά προς δεξιά, και έχει τιμές  $[0, \dots, cam_w - 1]$  οριζοντίως και  $[0, \dots, cam_h - 1]$  καθέτως.

## Z. Συνάρτηση φωτογράφισης

Να υλοποιήσετε τη συνάρτηση:

$$\mathbf{I} = \text{render\_object}(\text{verts}_{3d}, \text{faces}, \text{vcolors}, \text{img}_h, \text{img}_w, \text{cam}_h, \text{cam}_w, f, c_{org}, c_{lookat}, c_{up})$$

όπου:

- $\mathbf{I}$  είναι η έγχρωμη εικόνα διάστασης  $\text{img}_h \times \text{img}_w \times 3$ . Η εικόνα θα περιέχει  $K$  χρωματισμένα τρίγωνα.
- $\text{verts}_{3d}$  είναι οι τρισδιάστατες συντεταγμένες των σημείων του αντικειμένου διάστασης  $L \times 3$ .
- $\text{faces}$  είναι ο πίνακας που περιέχει δείκτες σε σημεία του πίνακα  $\text{verts}_{3d}$  που συνθέτουν τις κορυφές των τριγώνων. Ο πίνακας είναι διάστασης  $L \times 3$ . Η  $i$ -οστή γραμμή του πίνακα, δηλώνει τις τρεις κορυφές που σχηματίζουν το τρίγωνο (με αναφορά σε κορυφές του πίνακα  $\text{verts}_{3d}$  και η αρίθμησή του ξεκινάει από το 0).
- $\text{vcolors}$  είναι ο πίνακας με τα χρώματα των κορυφών. Ο πίνακας  $\text{vcolors}$  είναι διάστασης  $L \times 3$ . Η  $i$ -οστή γραμμή του πίνακα δηλώνει τις χρωματικές συνιστώσες της αντίστοιχης κορυφής.
- $\text{img}_h$  και  $\text{img}_w$  είναι το ύψος και το πλάτος του καμβά αντίστοιχα.
- $\text{cam}_h$  και  $\text{cam}_w$  είναι το ύψος και το πλάτος του πετάσματος της κάμερας (σε ίντσες).
- $f$  είναι η απόσταση του πετάσματος από το κέντρο (μετρημένη στις μονάδες που χρησιμοποιεί το σύστημα συντεταγμένων της κάμερας).
- $c_{lookat}$  είναι οι συντεταγμένες του σημείου στόχου (σε μη ομογενή μορφή).
- $c_{up}$  είναι το μοναδιαίο up vector της κάμερας (σε μη ομογενή μορφή).
- Το  $c_{org}$  περιέχει τις συντεταγμένες του κέντρου της κάμερας ως προς το WCS.

η οποία χρησιμοποιεί κατάλληλα τις παραπάνω συναρτήσεις για να υλοποιήσει όλο το pipeline της απεικόνισης ενός αντικειμένου. Επίσης θα πρέπει να χρησιμοποιεί τη συνάρτηση *render* της προηγούμενης εργασίας για να χρωματίσει το αντικείμενο με τη μέθοδο Gouraud shading.

## Παραδοτέα

1. Οι παραπάνω συναρτήσεις σε μορφή **σχολιασμένου** πηγαίου κώδικα python (= v3.7) με σχόλια γραμμένα στα **αγγλικά** ή **greeklish**, (κοινώς, **μη γράφετε σχόλια με ελληνικούς χαρακτήρες**).
2. script επίδειξης με όνομα demo.py. Το script θα πρέπει να καλείται χωρίς εξωτερικά ορίσματα, να διαβάζει το αντικείμενο από το αρχείο hw2.npy που σας δίνεται, και να εκτελεί ένα προκαθορισμένο σύνολο μετασχηματισμών, ο οποίος περιγράφεται παρακάτω:

Ως είσοδο χρησιμοποιείτε τον πίνακα  $\text{verts}_{3d}$ , οποίος περιέχει τις τρισδιάστατες συντεταγμένες των  $K$  κορυφών των τριγώνων που αποτελούν το αντικείμενο. Δοθέντων των σημείων του πίνακα  $\text{verts}_{3d}$ , το script σας θα πρέπει να εκτελεί σειριακά τα ακόλουθα βήματα:

(α') Τα μετατοπίζει κατά  $t_1$ .

(β') Τα περιστρέφει κατά γωνία  $\phi$  rad περί άξονα παράλληλο προς διάνυσμα  $\mathbf{u}$ .

(γ') Τα μετατοπίζει κατά  $t_2$

Κάθε βήμα θα δέχεται ως είσοδο την έξοδο του προηγούμενου. Μετά από κάθε βήμα θα πρέπει να φωτογραφίζετε το αντικείμενο, καλώντας τη συνάρτηση *render\_object* με παραμέτρους κάμερας  $C_{org}, C_{lookat}, C_{up}$  και να το χρωματίζετε καλώντας τη συνάρτηση *render* της πρώτης εργασίας με τη χρήση Gouraud shading.

Συνολικά, θα πρέπει να παράξετε 4 φωτογραφίες του αντικειμένου, μία στην αρχική του θέση, και μία για τα αποτελέσματα των βημάτων (α) - (β). Κάθε φωτογραφία να αποθηκεύεται με με όνομα αρχείου τον αριθμό του βήματος (θεωρώντας ότι η αρχική θέση είναι το βήμα 0) και επέκταση jpg.

**Σημείωση 1:** Αν δεν είχατε υλοποιήσει τη συνάρτηση *render*, ή αν είχατε κάποιο λάθος στην υλοποίησή της, μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τη *render* κάποιου/κάποιας συναδέλφου σας, αρκεί να το δηλώσετε το όνομά του στην αναφορά σας.

**Σημείωση 2:** Το αρχείο hw2.npy που σας δίνεται, περιέχει τις παοραμέτρους του αντικειμένου (*verts\_3d, vcolors, faces*) καθώς και όλες τις παραμέτρους που θεωρούνται γνωστές (παραμέτρους κάμερας, διανύσματα μετατόπισης, άξονες περιστροφής κτλ.).

3. Αναφορά με:

- Περιγραφή της λειτουργίας και του τρόπου κλήσης των προγραμμάτων.
- Περιγραφή των συναρτήσεων.
- Τα ενδεικτικά αποτελέσματα που παράγονται από το demo.

## Παρατηρήσεις

- Θεωρείστε ότι:  $img_w = img_h = 512$ .
- $cam_w = cam_h = 15$
- $f = 70$
- Μην κάνετε τεχνητές περιστροφές της φωτογραφίας προκειμένου να φαίνεται "ίσιο" το αντικείμενο.
- Οι εργασίες αξιολογούνται με χρήση Python(=v3.7).
- Οι εργασίες είναι **αυστηρά** ατομικές.
- Το background του καμβά είναι λευκό ( $rgb = (1.0, 1.0, 1.0)$ ).
- Υποβάλετε ένα και μόνο αρχείο, τύπου .zip.
- Το όνομα του αρχείου πρέπει να είναι AEM.zip, όπου AEM είναι τα τέσσερα ψηφία του Α.Ε.Μ. του φοιτητή της ομάδας.

- Το προς υποβολή αρχείο πρέπει να περιέχει τα αρχεία κώδικα python και το αρχείο `report .pdf` το οποίο θα είναι η αναφορά της εργασίας.
- Η αναφορά πρέπει να είναι ένα αρχείο τύπου PDF, και να έχει όνομα `report .pdf`.
- Όλα τα αρχεία κώδικα πρέπει να είναι αρχεία κειμένου τύπου UTF-8, και να έχουν κατάληξη `.py`.
- Το αρχείο τύπου zip που θα υποβάλετε δεν πρέπει να περιέχει κανένα φάκελο.
- Για την ονομασία των αρχείων που περιέχονται στο προς υποβολή αρχείο, χρησιμοποιείτε μόνο αγγλικούς χαρακτήρες, και όχι ελληνικούς ή άλλα σύμβολα, πχ “#”, “\$”, “%” κλπ.

**Προσοχή: Θα αξιολογηθούν μόνο όσες εργασίες έχουν demos που τρέχουν!**