## Θεωρία Πιθανοτήτων και Στατιστική

# Εργασία Στατιστικής

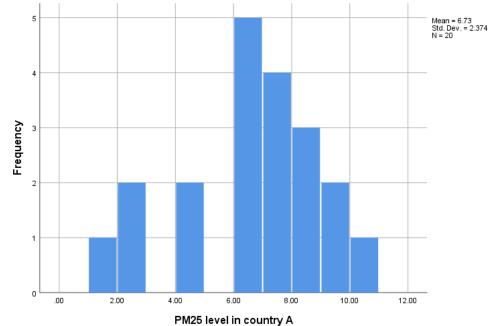
Ρόντος Έκτορας – Θωμάς ΑΕΜ: 9477

1.

#### **Statistics AEM:9477**

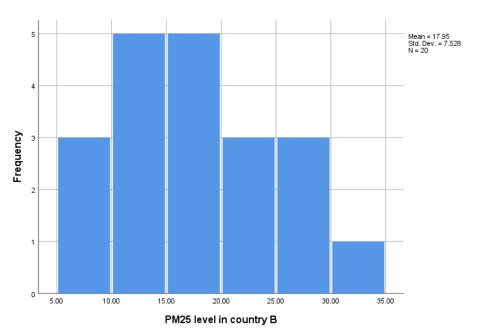
|                |         | PM25 level in | PM25 level in |
|----------------|---------|---------------|---------------|
|                |         | country A     | country B     |
| N              | Valid   | 20            | 20            |
|                | Missing | 20            | 20            |
| Mean           |         | 6.7306        | 17.9473       |
| Median         |         | 7.0202        | 17.0010       |
| Std. Deviation |         | 2.37412       | 7.52761       |
| Variance       |         | 5.636         | 56.665        |
| Range          |         | 8.52          | 26.56         |
| Percentiles    | 25      | 5.1039        | 12.0298       |
|                | 50      | 7.0202        | 17.0010       |
|                | 75      | 8.4030        | 23.9763       |

Παρατηρούμαι ότι υπάρχει μεγάλη διαφορά σε όλες τις τιμές, μεταξύ των δύο χωρών. Η χώρα Β φαίνεται να έχει πολύ πιο υψηλά επίπεδα PM25, αλλά και μεγαλύτερη τυπική απόκλιση στις τιμές

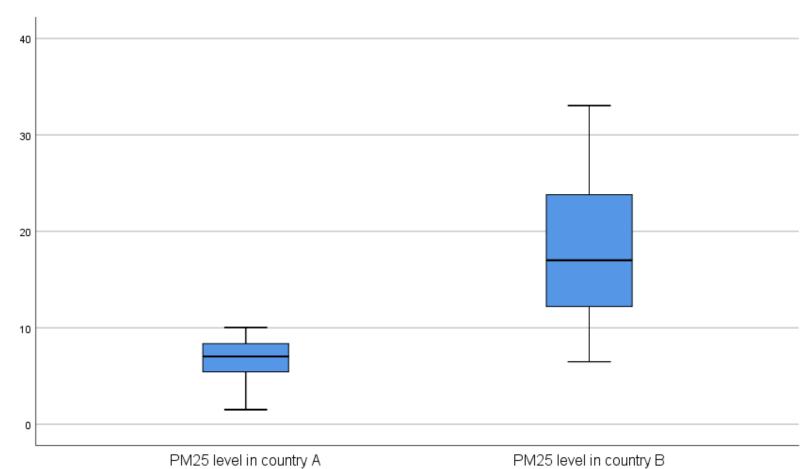


Στο ιστόγραμμα βλέπουμε την συχνότητα με την οποία εμφανίζονται οι τιμές .

του.



Εδώ βλέπουμε να επιβεβαιώνονται τα δεδομένα του πίνακα. Η 2η χώρα έχει μεγαλύτερες τιμές καθώς και εύρος.



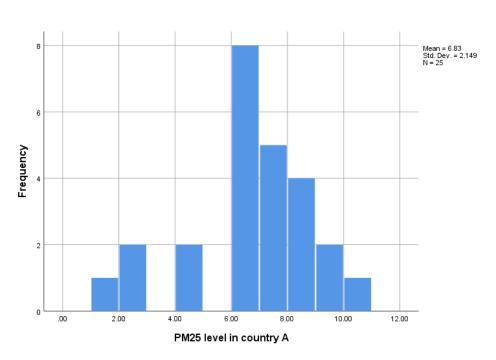
Από τα θηκογράμματα θα λέγαμε ότι τα δείγματά μας ακολουθούν κανονική κατανομή, με μία όμως επιφύλαξη λόγω της σχετικής ανισότητας των μυστάκων και στις δύο περιπτώσεις. Βλέπουμε και εδώ ότι η χώρα Β παίρνει υψηλότερες τιμές και έχει μεγαλύτερο εύρος.

2.

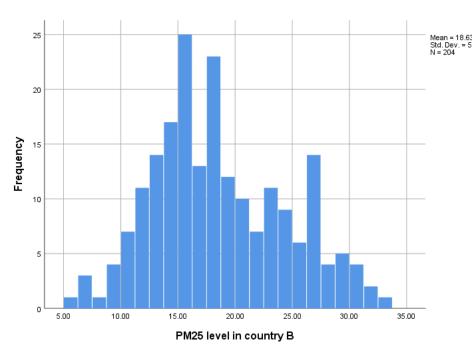
### Statistics AEM:9477

| Otatiotics Alinioti |         |               |               |  |  |  |  |
|---------------------|---------|---------------|---------------|--|--|--|--|
|                     |         | PM25 level in | PM25 level in |  |  |  |  |
|                     |         | country A     | country B     |  |  |  |  |
| N                   | Valid   | 25            | 204           |  |  |  |  |
|                     | Missing | 204           | 25            |  |  |  |  |
| Mean                |         | 6.8272        | 18.6279       |  |  |  |  |
| Median              |         | 6.9061        | 17.7280       |  |  |  |  |
| Std. Deviation      |         | 2.14851       | 5.78912       |  |  |  |  |
| Variance            |         | 4.616         | 33.514        |  |  |  |  |
| Range               |         | 8.52          | 27.18         |  |  |  |  |
| Percentiles         | 25      | 6.3135        | 14.3835       |  |  |  |  |
|                     | 50      | 6.9061        | 17.7280       |  |  |  |  |
|                     | 75      | 8.3575        | 23.2694       |  |  |  |  |

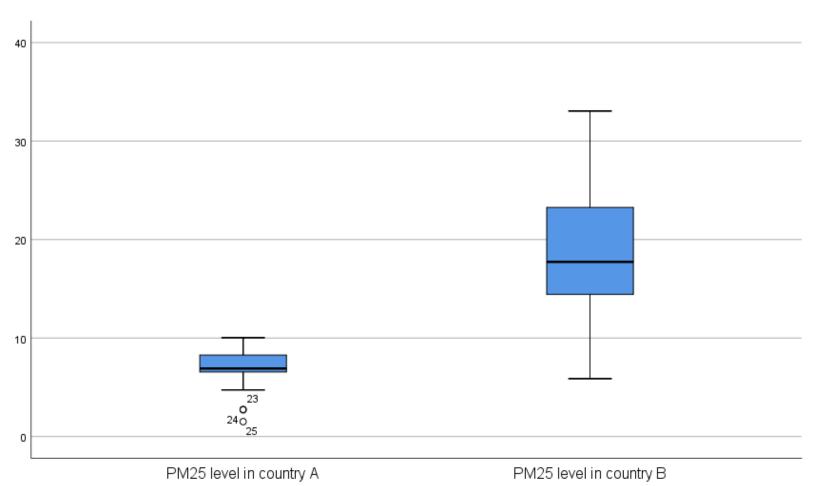
Βλέπουμε πως οι διαφορές που παρατηρήσαμε πριν παραμένουν, όμως παρατηρούμαι μικρότερη τυπική απόκλιση στην χώρα B το οποίο είναι λογικό καθώς ο αριθμός των δειγμάτων αυξάνεται κατά πολύ.



Εδώ δεν υπάρχουν αλλαγές άξιες αναφοράς.



Η αύξηση του αριθμού των δειγμάτων γίνεται αισθητή στο ιστόγραμμα της Β χώρας καθώς βλέπουμε ότι πλέον έχουμε πολύ περισσότερες τιμές μέσα στο ίδιο περίπου εύρος.



Στο νέο θηκόγραμμα έχουμε "εξισορρόπηση" του Β αλλά κάποιες ακραίες τιμές στο Α καθώς και μετατόπιση της διαμέσου προς το 1ο τεταρτημόριο.

3.

#### **One-Sample Test AEM:9477**

Test Value = 25 95% Confidence Interval of the Difference df Sig. (2-tailed) Mean Difference Lower Upper PM25 level in country A -34.414 19 .000 -18.26938 -19.3805 -17.1583 PM25 level in country B -4.190 19 .000 -7.05272 -10.5758 -3.5297

Από τον πίνακα καταλαβαίνουμε ότι η μέση τιμή και στις 2 χώρες δεν μπορεί να φτάσει στο ύψος του ορίου των  $25 \mu g/m3$ .

### One-Sample Test AEM:9477

|                         | Test Value = 0 |    |                                |                 |         |         |  |  |
|-------------------------|----------------|----|--------------------------------|-----------------|---------|---------|--|--|
|                         |                |    | 95% Confidence Interval of the |                 |         |         |  |  |
|                         |                |    |                                |                 | Differ  | ence    |  |  |
|                         | t              | df | Sig. (2-tailed)                | Mean Difference | Lower   | Upper   |  |  |
| PM25 level in country A | 12.678         | 19 | .000                           | 6.73062         | 5.6195  | 7.8417  |  |  |
| PM25 level in country B | 10.662         | 19 | .000                           | 17.94728        | 14.4242 | 21.4703 |  |  |

Και τα 2 σύνολα τιμών περιέχουν την μέση τιμή που υπολογίσαμε προηγουμένως. Έχουμε επιφύλαξη για την εγκυρότητα των αποτελεσμάτων λόγω του μικρού δείγματος (<30).

## **Independent Samples Test AEM:9477**

|       |           | Levene's <sup>-</sup><br>Equalit |      |        |       |          |               |               |              |              |
|-------|-----------|----------------------------------|------|--------|-------|----------|---------------|---------------|--------------|--------------|
|       |           | Varian                           | •    |        |       | t        | test for Equa | lity of Means |              |              |
|       |           |                                  |      |        |       |          |               |               | 95% Confider | nce Interval |
|       |           |                                  |      |        |       | Sig. (2- | Mean          | Std. Error    | of the Diff  | erence       |
|       |           | F                                | Sig. | t      | df    | tailed)  | Difference    | Difference    | Lower        | Upper        |
| PM25L | e Equal   | 20.105                           | .000 | -6.355 | 38    | .000     | -11.21666     | 1.76496       | -14.78962    | -7.64369     |
| vel   | variances |                                  |      |        |       |          |               |               |              |              |
|       | assumed   |                                  |      |        |       |          |               |               |              |              |
|       | Equal     |                                  |      | -6.355 | 22.74 | .000     | -11.21666     | 1.76496       | -14.87003    | -7.56328     |
|       | variances |                                  |      |        | 3     |          |               |               |              |              |
|       | not       |                                  |      |        |       |          |               |               |              |              |
|       | assumed   |                                  |      |        |       |          |               |               |              |              |

Η μέση τιμή του δείκτη, εμφανέστατα, δεν μπορεί να είναι ίση στις 2 χώρες.

## **Group Statistics AEM:9477**

|           | CountryNo | N   | Mean    | Std. Deviation | Std. Error Mean |
|-----------|-----------|-----|---------|----------------|-----------------|
| PM25Level | 7         | 25  | 6.8272  | 2.14851        | .42970          |
|           | 11        | 204 | 18.6279 | 5.78912        | .40532          |

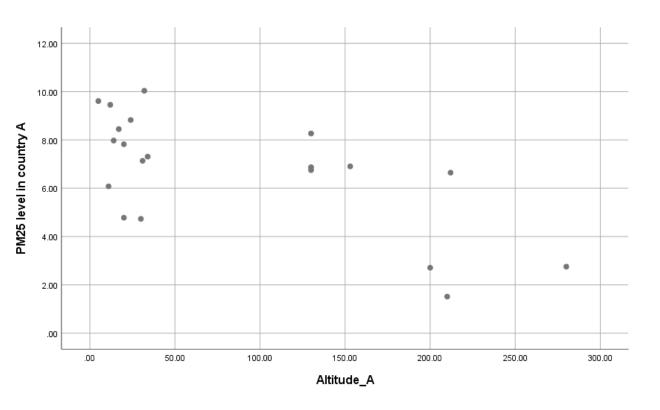
## **Independent Samples Test AEM:9477**

|       |           |            |         |                              |        |        |         | · =        |             |               |
|-------|-----------|------------|---------|------------------------------|--------|--------|---------|------------|-------------|---------------|
|       |           | Levene's T | est for |                              |        |        |         |            |             |               |
|       |           | Equality   | y of    |                              |        |        |         |            |             |               |
|       |           | Variand    | es      | t-test for Equality of Means |        |        |         |            |             |               |
|       |           |            |         |                              |        | Sig.   |         |            | 95% Confide | ence Interval |
|       |           |            |         |                              |        | (2-    | Mean    |            | of the Di   | fference      |
|       |           |            |         |                              |        | tailed | Differe | Std. Error |             |               |
|       |           | F          | Sig.    | t                            | df     | )      | nce     | Difference | Lower       | Upper         |
| PM25L | Equal     | 22.897     | .000    | -10.091                      | 227    | .000   | -       | 1.16947    | -14.10505   | -9.49625      |
| evel  | variances |            |         |                              |        |        | 11.800  |            |             |               |
|       | assumed   |            |         |                              |        |        | 65      |            |             |               |
|       | Equal     |            |         | -19.977                      | 78.371 | .000   | -       | .59070     | -12.97656   | -10.62474     |
|       | variances |            |         |                              |        |        | 11.800  |            |             |               |
|       | not       |            |         |                              |        |        | 65      |            |             |               |
|       | assumed   |            |         |                              |        |        |         |            |             |               |

Τα νέα αποτελέσματα δεν διαφέρουν σημαντικά από τα προηγούμενα. Είναι φανερό ότι τα δείγματα στην χώρα Β έδειξαν συνολικά πολύ υψηλότερες τιμές του δείκτη.

# Μελέτη Β

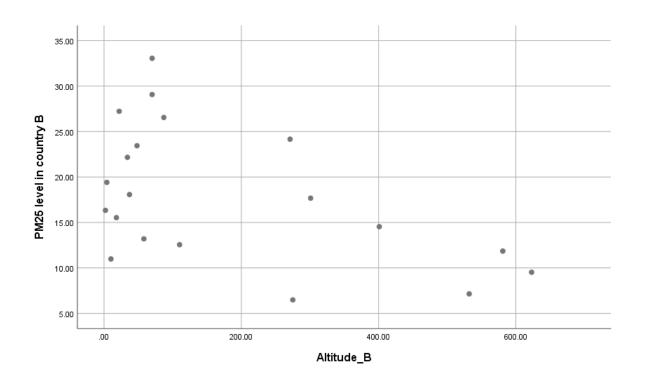
6.



## **Correlations AEM:9477**

|                         |                     | PM25 level in     |            |
|-------------------------|---------------------|-------------------|------------|
|                         |                     | country A         | Altitude_A |
| PM25 level in country A | Pearson Correlation | 1                 | 659**      |
|                         | Sig. (2-tailed)     |                   | .002       |
|                         | N                   | 20                | 20         |
| Altitude_A              | Pearson Correlation | 659 <sup>**</sup> | 1          |
|                         | Sig. (2-tailed)     | .002              |            |
|                         | N                   | 20                | 20         |

<sup>\*\*.</sup> Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).



### **Correlations AEM:9477**

|                         |                     | PM25 level in    |                  |
|-------------------------|---------------------|------------------|------------------|
|                         | _                   | country B        | Altitude_B       |
| PM25 level in country B | Pearson Correlation | 1                | 514 <sup>*</sup> |
|                         | Sig. (2-tailed)     |                  | .020             |
|                         | N                   | 20               | 20               |
| Altitude_B              | Pearson Correlation | 514 <sup>*</sup> | 1                |
|                         | Sig. (2-tailed)     | .020             |                  |
|                         | N                   | 20               | 20               |

<sup>\*.</sup> Correlation is significant at the 0.05 level (2-tailed).

Η συσχέτιση και στις 2 περιπτώσεις είναι ασθενής παρόλα αυτά δεν μπορούμε να πούμε πως δεν υπάρχει.

7.

## **Model Summary AEM:9477**

|       |       |          | Adjusted R | Std. Error of the |
|-------|-------|----------|------------|-------------------|
| Model | R     | R Square | Square     | Estimate          |
| 1     | .659ª | .434     | .402       | 1.83520           |

a. Predictors: (Constant), Altitude\_A

R square = 0,434 άρα κατά 43,4% κατάλληλο για προβλέψεις.

#### AEM:9477 Coefficients<sup>a</sup>

|       |            |               |                 | Standardized |        |      |
|-------|------------|---------------|-----------------|--------------|--------|------|
|       |            | Unstandardize | ed Coefficients | Coefficients |        |      |
| Model |            | В             | Std. Error      | Beta         | t      | Sig. |
| 1     | (Constant) | 8.253         | .580            |              | 14.231 | .000 |
|       | Altitude_A | 018           | .005            | 659          | -3.714 | .002 |

a. Dependent Variable: PM25 level in country A

## **Model Summary AEM:9477**

|       |       |          | Adjusted R | Std. Error of the |
|-------|-------|----------|------------|-------------------|
| Model | R     | R Square | Square     | Estimate          |
| 1     | .514ª | .264     | .223       | 6.63490           |

a. Predictors: (Constant), Altitude\_B

R square = 0,223 άρα κατά 22,3% κατάλληλο για προβλέψεις.

#### AEM:9477 Coefficients<sup>a</sup>

|       |            |               |                 | Standardized |        |      |
|-------|------------|---------------|-----------------|--------------|--------|------|
|       |            | Unstandardize | ed Coefficients | Coefficients |        |      |
| Model |            | В             | Std. Error      | Beta         | t      | Sig. |
| 1     | (Constant) | 21.263        | 1.976           |              | 10.761 | .000 |
|       | Altitude_B | 019           | .007            | 514          | -2.541 | .020 |

a. Dependent Variable: PM25 level in country B

Και τα 2 μοντέλα έχουν την ίδια κλήση. Στην χώρα Β έχουμε μεγαλύτερο  $\alpha$  καθώς και μεγαλύτερη τυπική απόκλιση σφαλμάτων.

8.

Για το δείγμα A από το προηγούμενο ερώτημα έχουμε την εξίσωση ευθείας: y=-0.018x+8.253 Για x=25 , y=7.803

Για x=250, y=3.753

Για το δείγμα Β από το προηγούμενο ερώτημα έχουμε την εξίσωση ευθείας:

$$y=-0.019x + 21.263$$

 $\Gamma \alpha x=25, y=20.788$ 

9.

## **Model Summary AEM:9477**

|       |       |          | Adjusted R | Std. Error of the |  |
|-------|-------|----------|------------|-------------------|--|
| Model | R     | R Square | Square     | Estimate          |  |
| 1     | .605ª | .367     | .339       | 1.74683           |  |

a. Predictors: (Constant), Altitude\_A

R square = 0.339 άρα κατά 33,9% κατάλληλο για προβλέψεις. Μικρότερο από την προηγούμενη περίπτωση.

#### AEM:9477 Coefficients<sup>a</sup>

| ALM.5477 Goefficients |            |               |                 |              |        |      |
|-----------------------|------------|---------------|-----------------|--------------|--------|------|
|                       |            |               |                 | Standardized |        |      |
|                       |            | Unstandardize | ed Coefficients | Coefficients |        |      |
| Model                 |            | В             | Std. Error      | Beta         | t      | Sig. |
| 1                     | (Constant) | 8.080         | .490            |              | 16.493 | .000 |
|                       | Altitude_A | 015           | .004            | 605          | -3.648 | .001 |

a. Dependent Variable: PM25 level in country A

### **Model Summary AEM:9477**

|       |       |          | Adjusted R | Std. Error of the |
|-------|-------|----------|------------|-------------------|
| Model | R     | R Square | Square     | Estimate          |
| 1     | .286ª | .082     | .077       | 5.56094           |

a. Predictors: (Constant), Altitude\_B

R square = 0.82 άρα κατά 8.2% κατάλληλο για προβλέψεις. Μικρότερο (κατά πολύ) από την προηγούμενη περίπτωση.

#### **AEM:9477 Coefficients**<sup>a</sup>

|       |                             |        |            | Standardized |        |      |
|-------|-----------------------------|--------|------------|--------------|--------|------|
|       | Unstandardized Coefficients |        |            | Coefficients |        |      |
| Model |                             | В      | Std. Error | Beta         | t      | Sig. |
| 1     | (Constant)                  | 19.999 | .506       |              | 39.527 | .000 |
|       | Altitude_B                  | 008    | .002       | 286          | -4.243 | .000 |

a. Dependent Variable: PM25 level in country B

Οι διαφορές στην γραμμική παλινδρόμηση είναι πολύ μικρές με τις μεγαλύτερες (διαφορές) να βρίσκονται στην χώρα Β. Λογικό αφού είναι τεράστια η αύξηση στον αριθμό των δειγμάτων.