

# Trigonometrie

## Polarform

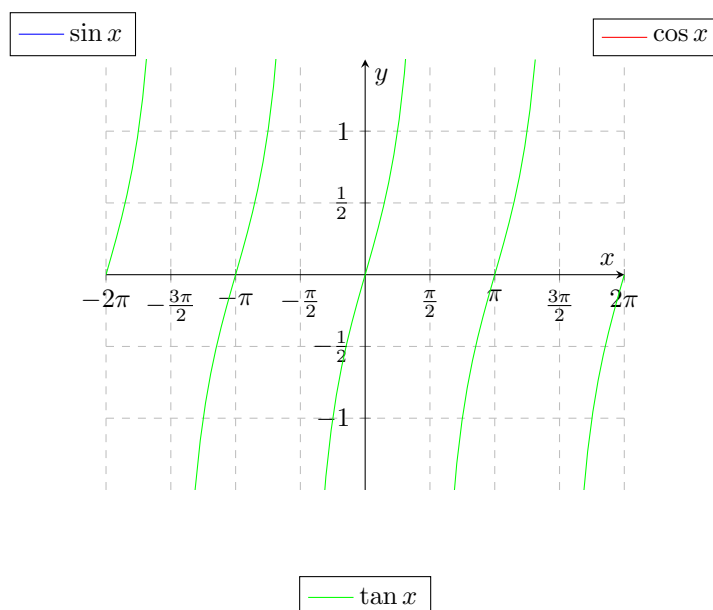
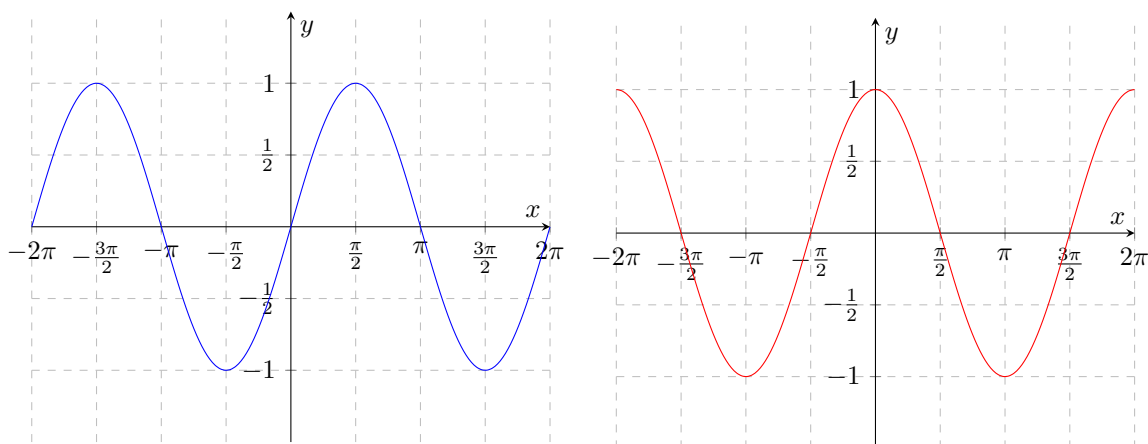
- Ein Koordinatensystem
- Für Komplexe Zahlen gedacht
- Hat einen Pol  $O$ , Polarachse, Winkel  $\theta$  und Länge  $r$
- Die Polarkoordinatendarstellung ist  $P(r, \theta)$
- $r \in \mathbb{R}_+$  und  $\theta \in [0, 2\pi)$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

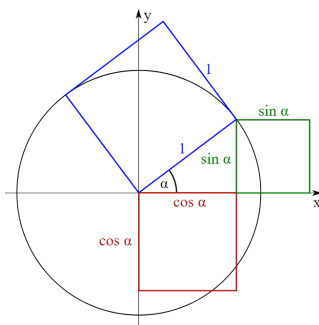
$$\theta = \text{atan2}(y, x)$$

$$\text{atan2}(y, x) = \begin{cases} \arctan\left(\frac{y}{x}\right) & \text{if } x > 0 \\ \arctan\left(\frac{y}{x}\right) + \pi & \text{if } x < 0 \text{ and } y \geq 0 \\ \arctan\left(\frac{y}{x}\right) - \pi & \text{if } x < 0 \text{ and } y < 0 \\ +\frac{\pi}{2} & \text{if } x = 0 \text{ and } y > 0 \\ -\frac{\pi}{2} & \text{if } x = 0 \text{ and } y < 0 \\ \text{undefined} & \text{if } x = 0 \text{ and } y = 0 \end{cases}$$

## Sinus, Cosinus, Tangens

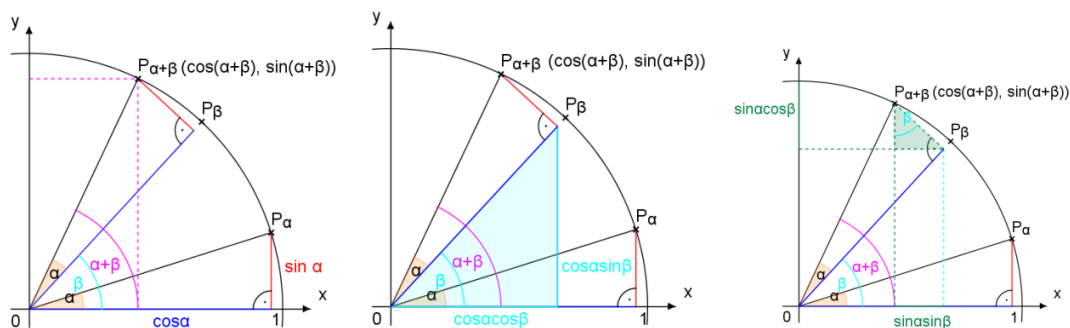


## Trigonometrischer Pythagoras



$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

## Additionstheoreme

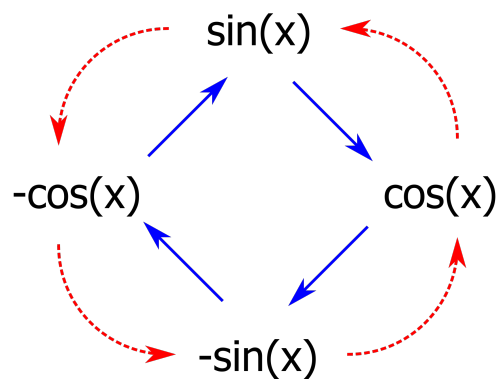


- $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$
- $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$

## Eigenschaften

- $\sin(\pi - \theta) = \sin \theta$
- $\cos(\pi - \theta) = -\cos \theta$
- $\tan(\pi - \theta) = -\tan \theta$
- $\sin(\theta + k \cdot 2\pi) = \sin \theta \quad \theta \in [0, 2\pi]$
- $\cos(\theta + k \cdot 2\pi) = \cos \theta \quad \theta \in [0, 2\pi]$
- $\tan(\theta + k \cdot 2\pi) = \tan \theta \quad \theta \in [0, 2\pi]$
- $\sin(-\theta) = -\sin \theta$  | Punktsymmetrie
- $\cos(-\theta) = \cos \theta$  | Achsensymmetrie
- $\tan(-\theta) = -\tan \theta$  | Punktsymmetrie
- $\sin \theta = \cos(\theta - \frac{\pi}{2})$
- $\cos \theta = \sin(\theta + \frac{\pi}{2})$

## Ableitungen



Ableitung / Verschiebung um  $\pi/2$  in -x Richtung

Stammfunktion / Verschiebung um  $\pi/2$  in +x Richtung

## Allgemeine Sinusfunktion

$$f(x) = a \cdot \sin(b \cdot (x + c)) + d$$

- a: Änderung der Amplitude (Streckung oder Stauchung in y-Richtung)
- b: Änderung der Periode (Steckung oder Stauchung in x-Richtung)
- c: Verschiebung um c nach links (-x-Richtung)
- d: Verschiebung um d nach oben (+y-Richtung)

## Aufgaben

- a)  $\sin(-90^\circ)$
- b)  $\cos(\theta + \frac{\pi}{2})$  und  $\sin(\theta - \frac{\pi}{2})$
- c)  $\sin(2\pi - 30)$
- d) Lösungsmenge für  $\sin n \cdot 2\pi - 90$
- e) Beweise die ersten drei Eigenschaften mit Hilfe des Additionstheorems.