

Nom :

Prénom :

EXAMEN ECRIT MATHÉMATIQUE APPLIQUEE 1

B. LE BAILLY

Bachelier en Informatique et Systèmes, Première Année

Bachelier en Electronique, Première Année

Bachelier en Biotechnique, Première Année



12/01/2015, Durée : 3 heures, tous appareils électroniques interdits

Q1 /20	Q2 /20	Q3 /20	Q4 /20	Q5 /20	Q6 /20	Total /120	Total /20

Question 1

En supposant que les expressions utilisées ci-dessous soient bien définies, montrer que

a) $\sqrt[5]{a^4} \sqrt[10]{a^3} \sqrt{a} = a \sqrt[5]{a^3}$

b) $\frac{1+\sqrt{6}}{4-\sqrt{6}} = 1 + \frac{\sqrt{6}}{2}$

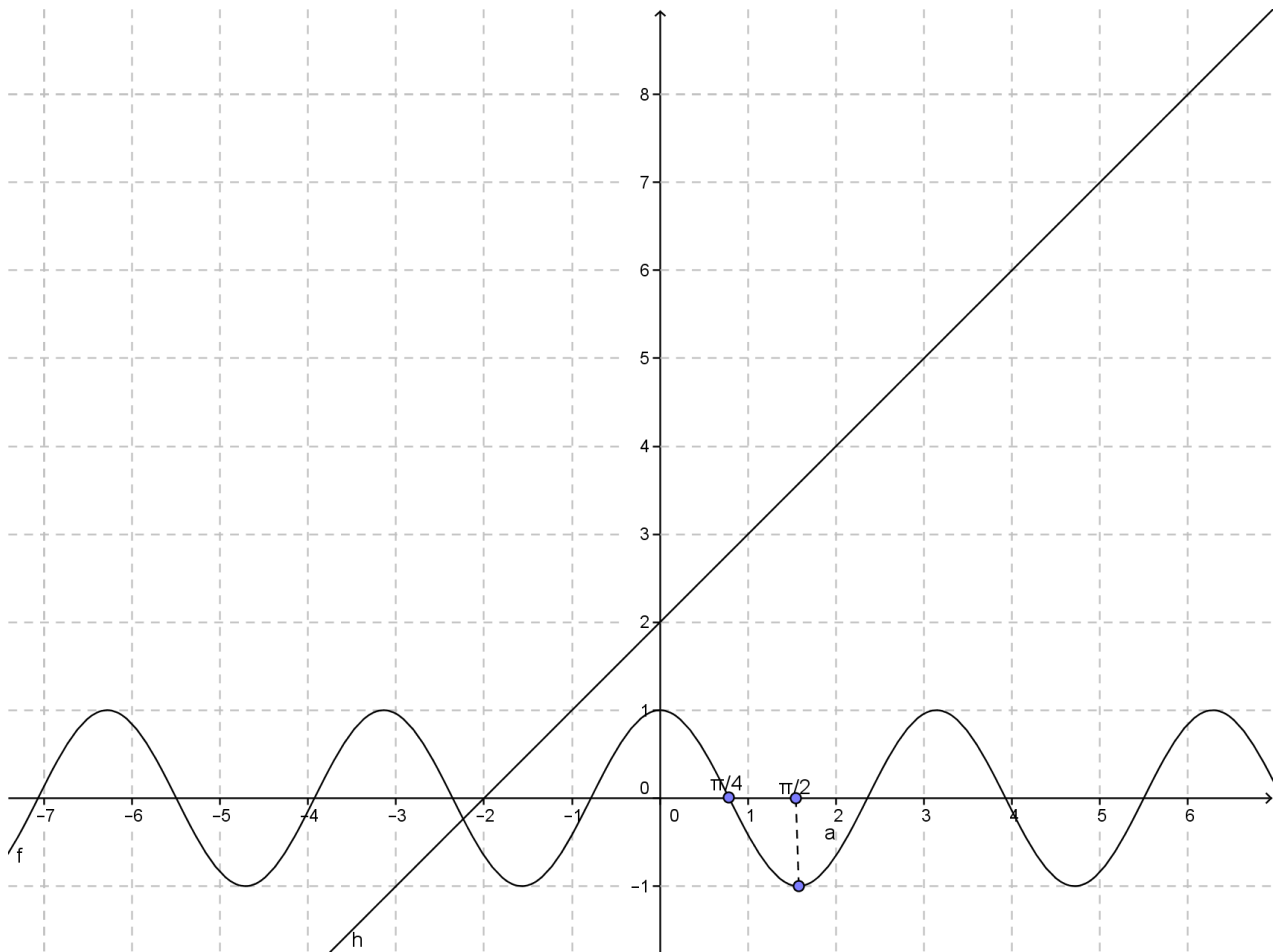
c) $\frac{3^{x^2}}{(3^{2x})^{(x-1)}} : \frac{9^x}{3^{x^2}} = 1$

Nom :

Prénom :

Question 2

Soit $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto y = g(x) = -x^2 + 2x + 8$ et soient $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto y = f(x)$ et $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto y = h(x)$ représentées par les graphes cartésiens suivants :



- a) Représenter ci-dessus le graphe cartésien de la parabole $y = g(x)$ en précisant son axe de symétrie, son sommet et ses intersections avec les axes. Représenter également ci-dessus la solution dans le plan \mathbb{R}^2 de l'inéquation $y + x^2 - 2x - 8 \leq 0$.

Nom :

Prénom :

b) A partir des graphes ci-dessus, déterminer, **en justifiant**,

1) les expressions analytiques de f et h .

2) $h(2)$ et $f(0)$.

3) le(s) zéro(s) de g .

4) la période et la parité de f .

5) si h est une application bijective.

6) si g est injective.

7) si f est surjective.

8) les solutions de l'équation $f(x) = \frac{1}{2}$. Vérifier analytiquement.

9) si h admet une fonction réciproque. Si oui, représenter cette fonction réciproque sur le graphique ci-dessus en expliquant vos manipulations, donner son expression analytique et évaluer $h^{-1}(2)$.

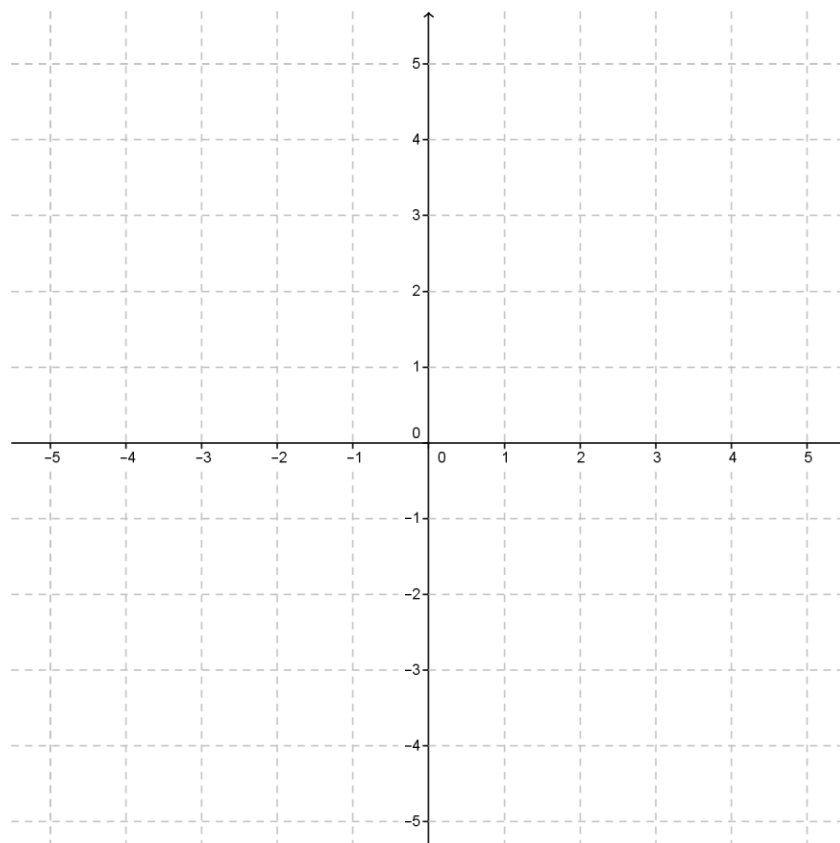
10) si $g \circ f$ existe. Si oui préciser son expression analytique et évaluer $(g \circ f)(0)$.

Nom :

Prénom :

Question 3

- a) Quelle est l'équation de la droite d passant par les points $(0,1)$ et $(-1,-4)$?
- b) Quelle est la pente de la droite $d_1 \equiv 4x + 2y - 4 = 0$?
- c) La droite d_1 est-elle parallèle à la droite $d_2 \equiv y = 2x$? Justifier. En cas de parallélisme, préciser si les deux droites sont parallèles distinctes ou confondues. En cas de non-parallélisme, calculer le point de concours de ces deux droites. Vérifier graphiquement en représentant d_1 et d_2 ci-dessous.
- d) La droite d_1 est-elle perpendiculaire à la droite $d_3 \equiv 2y = x$? Justifier. Vérifier graphiquement en représentant d_1 et d_3 ci-dessous.



Nom :

Prénom :

Question 4 : Résoudre dans \mathbb{R}

a) $-4x^2 + x^3 + 3x = 0$

b) $\sqrt{3x^2 + 4} = x^2$

c) $\frac{-x^2 + 5x - 4}{2 + x} \geq 0$

d) $-e^{2x} + 2e^x + 3 = 0$

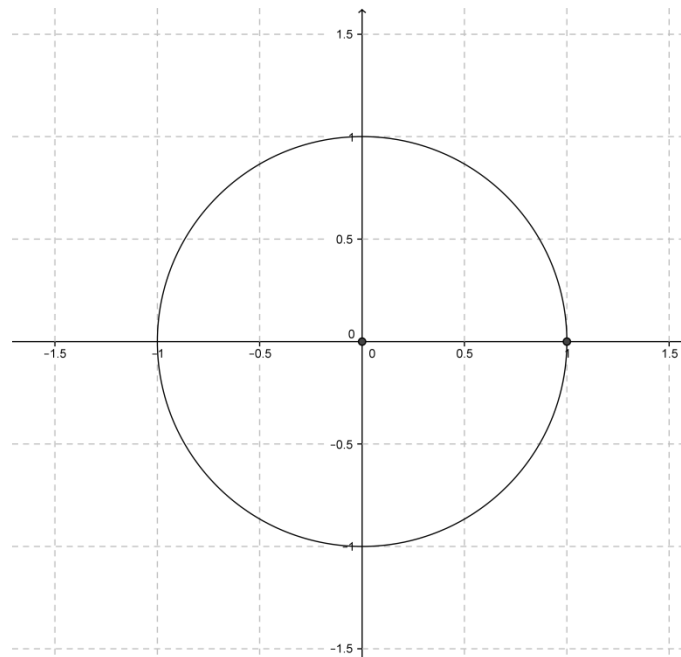
e) $2 \log_4 x = \log_4 3x + \log_4 (x - 1)$

Nom :

Prénom :

Question 5

a) Calculer à l'aide du cercle trigonométrique



$\sin(150^\circ) =$	$\arctg(1) =$
$\arcsin(1) =$	$\cos(-390^\circ) =$
$\cotg\left(\frac{-2\pi}{3}\right) =$	$\cos\left(\frac{5\pi}{4}\right) =$
$\sin\left(\frac{4\pi}{3} + 4\pi\right) =$	$\operatorname{tg}\left(\frac{9\pi}{4}\right) =$

b) Résoudre, dans \mathbb{R} , en radians et en orientant les angles positivement, les équations trigonométriques suivantes :

- $\operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right) = \sqrt{3}$

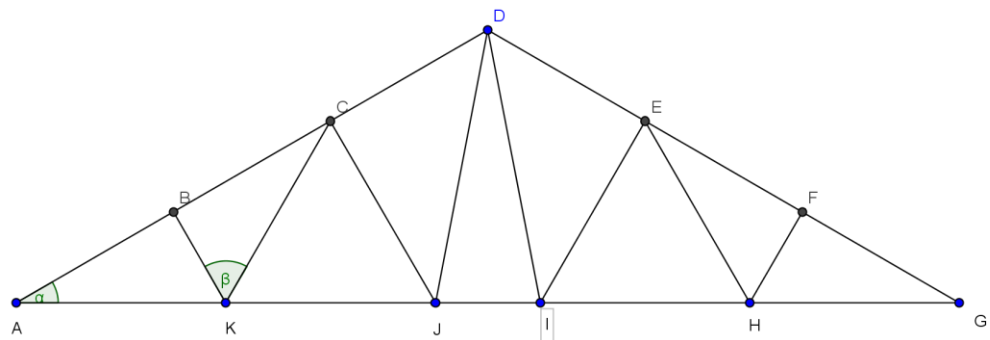
Nom :

Prénom :

- $\sin^2 x = \frac{1}{2}$

- $5 \cos x + 1 = -2 \sin^2 x$

- c) La toiture d'un hangar est représentée ci-dessous. Sachant que $\alpha = 30^\circ$, $AK = 3\text{m}$, $AG = \frac{27}{2}\text{ m}$, $AB \perp BK$, $AB = BC = CD$ et $CJ \perp BD$, calculer, en utilisant les formules trigonométriques des triangles rectangles ou quelconques, BK , AD , β et la surface totale de la toiture.

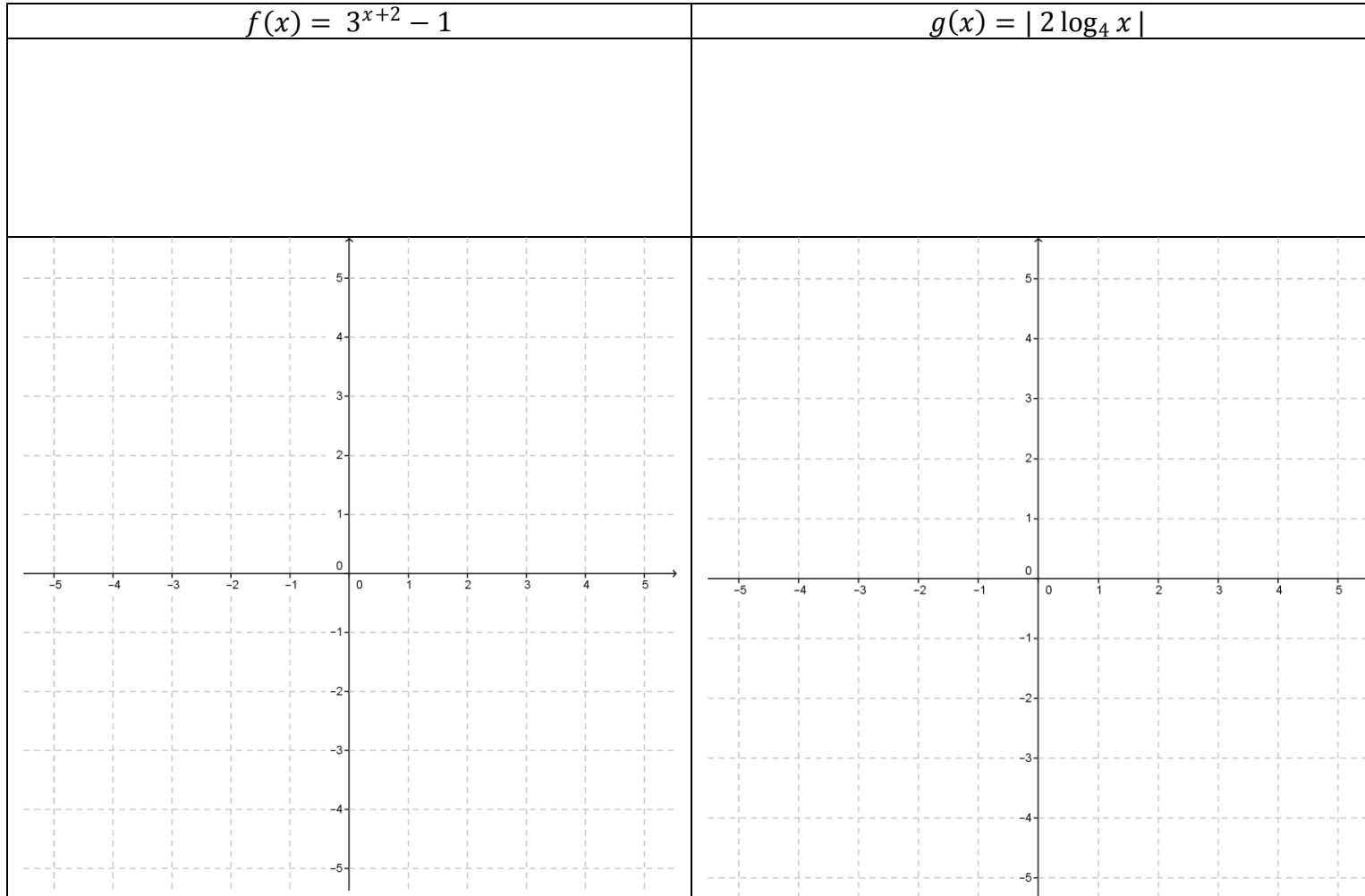


Nom :

Prénom :

Question 6

- a) Représenter en expliquant les manipulations graphiques effectuées les graphes cartésiens des fonctions suivantes à partir des graphes cartésiens des fonctions exponentielles ou logarithmiques de base :



- b) Calculer les domaines de définition des fonctions suivantes :

- $f(x) = \log((2x - 3)(-5x + 1))$

- $g(x) = e^{\sqrt{3+e^{2x}}}$

Nom :

Prénom :

c) Calculer la valeur exacte des expressions suivantes :

- $\ln e^2 \cdot \ln \sqrt{e} =$

- $4^{\log_4 4 + \log_4 3} =$

- $\log_3 9 + \log_3 \frac{1}{9} =$

- $\frac{\log_2 128}{7} =$

d) Le nombre $n(t)$ de bactéries dans une culture grandit exponentiellement avec le temps t exprimé en heures selon la loi $n(t) = n_0 e^{kt}$.

- Déterminer k sachant qu'après une heure le nombre de bactéries a triplé par rapport à l'instant $t = 0$.

- Si le nombre de bactéries à l'instant $t = 0$ est 10 000, calculer

- le nombre de bactéries après 5 heures ;

- au bout de combien de temps $n(t)$ atteindra 50 000 bactéries.

Nom :

Prénom :