$\int_a^b$ -> Intégrale définie
a et b sont appelé : Bornes d'intégration

$\int$ -> intégrale indéfinie

⚠

$$\int f(x)\,dx \qquad \int f(t)\,dt$$

$$\int_a^b = -\int_b^a$$

$$\int_a^a = 0$$

$$\int_a^c = \int_a^b + \int_b^c$$

f = une fonction continue sur [a,b]
M = la plus grande valeur prise par f sur [a,b]
m = la plus petite valeur prise par f sur [a,b]

m . (b - a) =< $\int_a^b$ =< M . (b - a)

$$f(c) = \frac{\int_a^b f(x)\,dx}{b-a}$$ valeur moyenne de f sur [a,b]

$$\int f(x) + g(x)\, dx = \int f(x)\, dx + \int g(x)\, dx \qquad \int_a^b f(x) + g(x)\, dx = \int_a^b f(x)\, dx + \int_a^b g(x)\, dx$$

$$\int c \cdot f(x)\, dx = c \int f(x)\, dx \qquad \int_a^b c \cdot f(x)\, dx = c \int_a^b f(x)\, dx$$

méthode d'intégration par substitution ou changement de variable → quand $\int f(g(x)) \cdot g'(x)\, dx$

ex : $\int 2x \sin x^2\, dx$

On pose $u = x^2$

$$\frac{du}{dx} = 2x$$

$$du = 2x\, dx$$

$$= \int 2x \sin x^2\, dx$$

du

$$= \int \sin u\, du$$

$$= -\cos u + k$$

$$= -\cos x^2 + k$$

Intégration par partie

quand $\int f \cdot g' \to f \cdot g - \int f' \cdot g$

ex : $I = \int e^{x} \cdot x \, dx$

$f = x \qquad f' = 1$

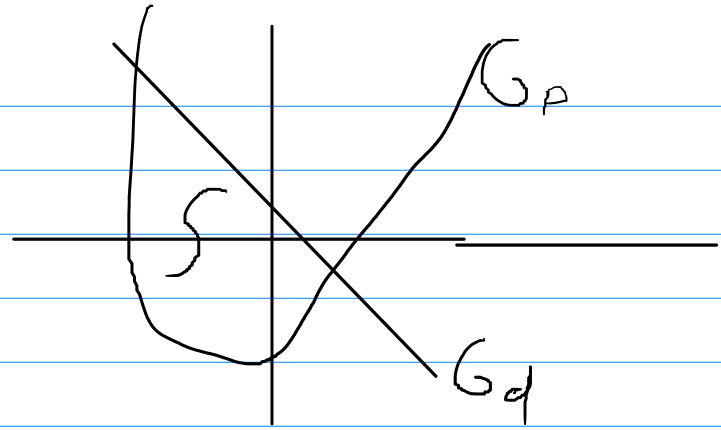
$g' = e^{x} \qquad g = e^{x}$

$I = x \cdot e^{x} - \int 1 \cdot e^{x} dx$

$= x \cdot e^{x} - e^{x} + k$

$= e^{x} (x - 1) + k$

Calculer surface (l'air en gros)



$d : y = -x + 2$ (1)

$p : y = x^2 - 4$ (2)

abscisse des points d'intersection

$$\begin{cases} y = (1) \\ y = (2) \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} y = (1) \\ (1) = (2) \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} \ldots \\ x^2 + x - 6 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \ldots \\ x = -3 \text{ ou } x = 2 \end{cases}$$

en $[-3, 2]$

Gd au dessus de Gp en [-3,2],
donc d - p

$$\text{mes } S = \int_{-3}^{2} (1) - (2) \, dx = \int_{-3}^{2} (-x^2 - x + 6) \, dx = \left[\frac{-x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 6x \right]_{-3}^{2}$$

$$= \left(\frac{-8}{3} - \frac{4}{2} + 12 \right) - \left(\frac{27}{3} - \frac{9}{2} - 18 \right) = \frac{-35}{3} + \frac{5}{2} + 28 = \frac{-70 + 15 + 168}{6} = \frac{113}{6} \text{ UA}$$

Calcul volume : voir page 107-108 flemme de tout re écrire et désiner