Nom : **Prénom :** **Section :**

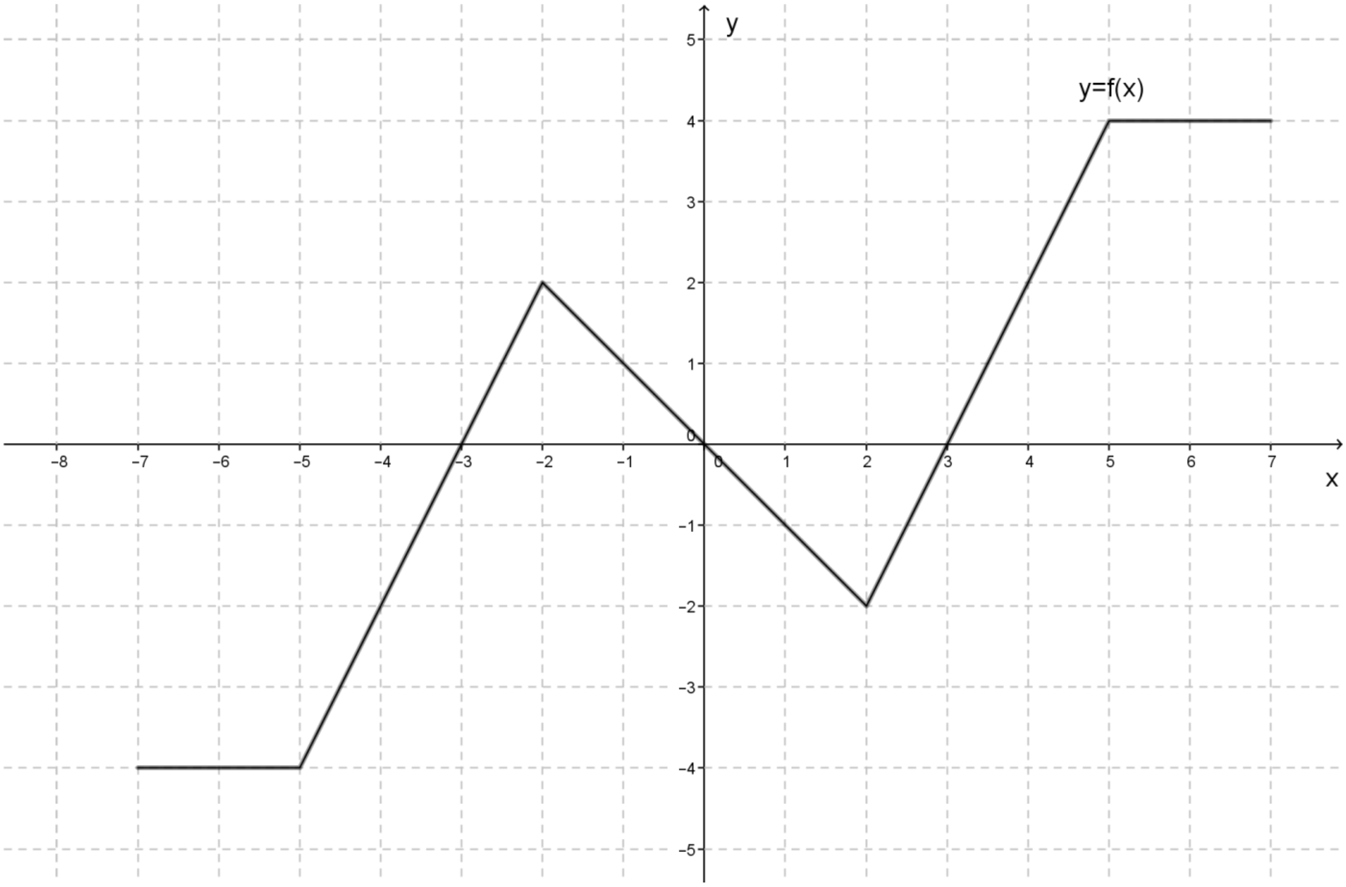
EXAMEN ECRIT MATHÉMATIQUE APPLIQUEE 1
B. LE BAILLY

Bachelier en Informatique, Bloc 1
Bachelier en Electronique, Bloc 1
Bachelier en Biotechnique, Bloc 1

12/01/2018, Durée : 3h00, tous appareils électroniques interdits

Q1 /30	Q2 /20	Q3 /80	Q4 /35	Q5 /35	**Total /200**	**Total /20**

Question 1 : Soit $f: [-7,7] \longrightarrow \mathbb{R}; x \rightsquigarrow y = f(x)$ représentée par le graphe cartésien ci-dessous :



A partir de ce graphe, préciser, en justifiant,

a) $f(-2)$

b) le(s) valeur(s) de *x* envoyée(s) sur *y* = -2

Nom : **Prénom :** **Section :**

c) le(s) zéro(s) de f

d) le domaine de définition de f

e) l'image de f

f) si f a une parité

g) si f est une application

h) si f est surjective

i) si f admet une fonction réciproque. Si oui, la représenter graphiquement en expliquant la(les) manipulation(s) graphique(s) effectuée(s). Si non, expliquer pourquoi.

j) le graphique de la fonction $g(x) = \frac{1}{2}\, f(x+1) - 3$ en expliquant les manipulations graphiques effectuées pour construire ce graphe à partir du graphe de la fonction f.

Nom : **Prénom :** **Section :**

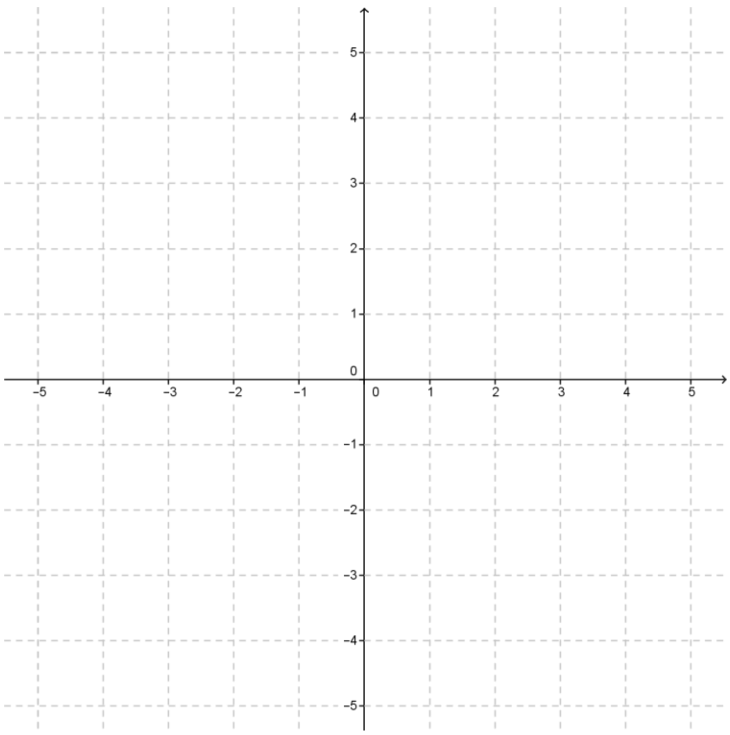
Question 2 :

a) Quelle est l'équation de la droite *d* passant par les points (1,2) et (-1,-4) ?

b) Quelle est la pente de la droite $\boldsymbol{d_1 \equiv 4x + 2y - 4 = 0}$?

c) La droite $\boldsymbol{d_1}$ est-elle parallèle à la droite $\boldsymbol{d_2 \equiv y = 2x}$? Justifier. En cas de parallélisme, préciser si les deux droites sont parallèles distinctes ou confondues. En cas de non-parallélisme, calculer le point de concours de ces deux droites. Vérifier graphiquement en représentant $\boldsymbol{d_1}$ et $\boldsymbol{d_2}$ ci-dessous.

d) La droite $\boldsymbol{d_1}$ est-elle perpendiculaire à la droite $\boldsymbol{d_3 \equiv 2y = x}$? Justifier. Vérifier graphiquement en représentant $\boldsymbol{d_1}$ et $\boldsymbol{d_3}$ ci-dessous.



Nom : **Prénom :** **Section :**

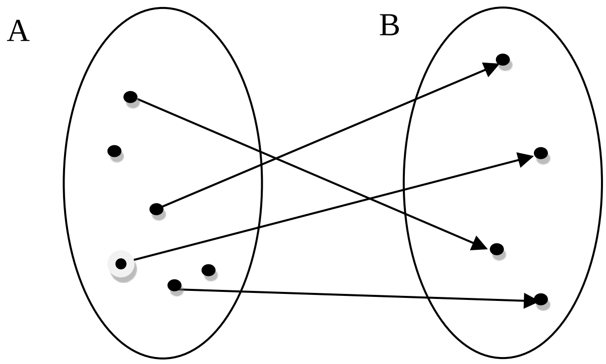
Question 3 : Vrai ou Faux ? Justifier.

a) $\sqrt[6]{a} \quad \sqrt[12]{a^5} \quad \sqrt[8]{a^6} \;=\; \frac{a}{\sqrt[4]{a}}$ où $a \in \mathbb{R}^+$

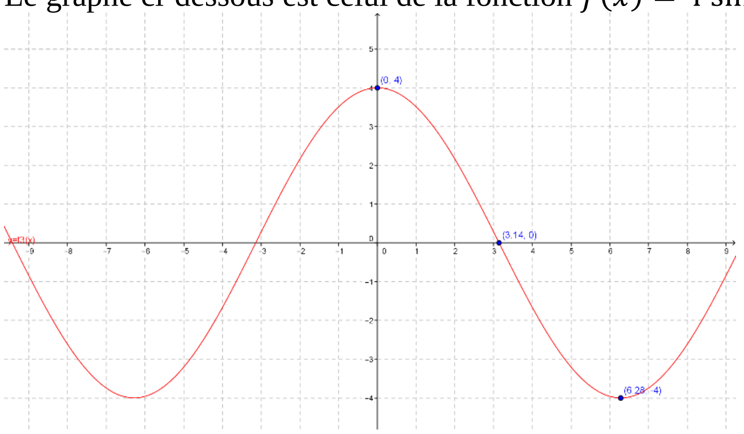
b) $\frac{1-2\sqrt{10}+\sqrt{20}}{\sqrt{5}} = \frac{1-10\sqrt{2}+\sqrt{5}}{5}$

c) $\frac{\left(3^{n-1}\right)^{n+1}}{9^{n+1}} : \frac{(3^n)^{n-1}}{3^{n+1}} = \frac{1}{9}$

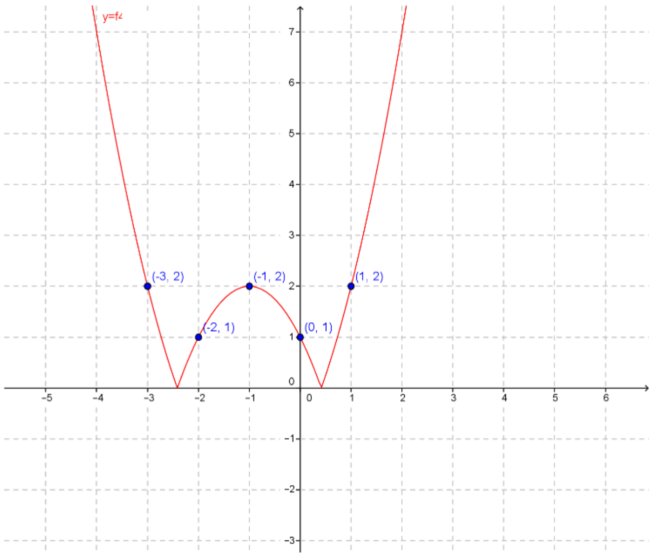
d) La relation binaire ci-jointe est fonctionnelle et bijective.



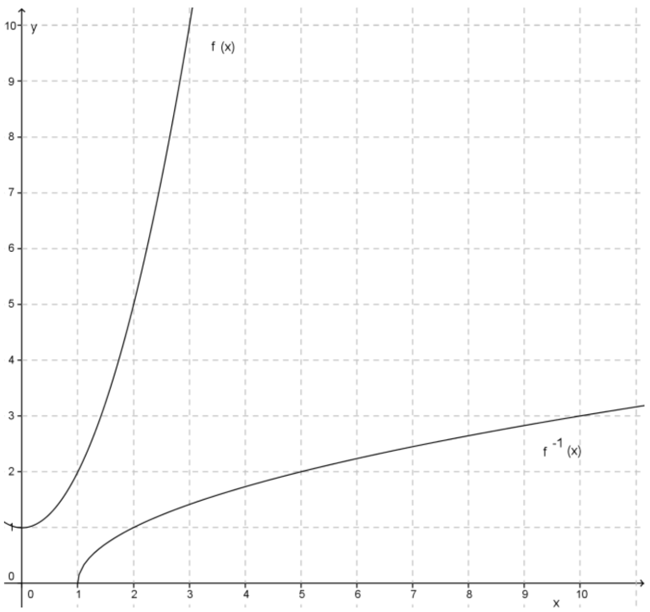
e) Le graphe ci-dessous est celui de la fonction $f(x) = 4\sin(x)$.



f) Le graphe ci-dessous est celui de la fonction $f(x) = |\,(x+1)^2 - 2\,|$.



g) La fonction $f: \mathbb{R}^+ \longrightarrow [1, \rightarrow [; x \leadsto y = f(x) = x^2 + 1$ représentée ci-dessous admet une fonction réciproque $f^{-1}: [1, \rightarrow [\longrightarrow \mathbb{R}^+; x \leadsto y = f^{-1}(x) = \sqrt{x+1}$ représentée également ci-dessous.



h) La fonction $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}; x \leadsto y = f(x) = 4x^3 - 4x^2 + x$ est injective.

i) La fonction $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}; x \leadsto y = f(x) = 3^{\frac{x^2-4x+3}{1-2x}}$ n'est pas surjective.

Nom : **Prénom :** **Section :**

j) La fonction $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}; x \rightsquigarrow y = f(x) = \log(x^2 + x + 1)$ est une application.

k) Un triangle quelconque dont deux côtés mesurent respectivement 4cm et 8cm en formant entre eux un angle de 60° a une surface de $8\sqrt{3}$ cm² et son troisième côté mesure $4\sqrt{3}$ cm.

l) $d \equiv y = 2$ est une droite horizontale.

m) L'axe de symétrie de la parabole $P_1 \equiv y = x^2 - 2x + 1$ est la droite verticale $d \equiv x = 1$.

n) La parabole $P_2 \equiv y = -x^2 + 2x + 3$ est convexe.

o) Le sommet de la parabole $P_3 \equiv y = 2x^2 - 4x + 4$ est (-1,10).

p) La parabole $P_4 \equiv y = x^2 + x + 2$ coupe l'axe Oy au point (0,2) et ne coupe pas l'axe Ox.

q) Les solutions réelles de l'équation $\sqrt{x^4 + 2} = \sqrt{3}\ x$ sont $\{-\sqrt{2}, -1, 1, \sqrt{2}\}$.

Nom : **Prénom :** **Section :**

r) L'ensemble des solutions réelles de l'inéquation $(-x^2 + 5x - 4)(3x - 6) > 0$ est] 2 , 4 [.

s) Un angle au centre d'un cercle de rayon 8cm et qui intercepte sur ce cercle un arc de longueur égale à 2cm mesure $\frac{1}{4}$ radian.

t) Si $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \rightsquigarrow y = f(x) = sin\, x$ et si $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \rightsquigarrow y = g(x) = 2x$, alors $(f\ o\ g)(x)$ est impaire.

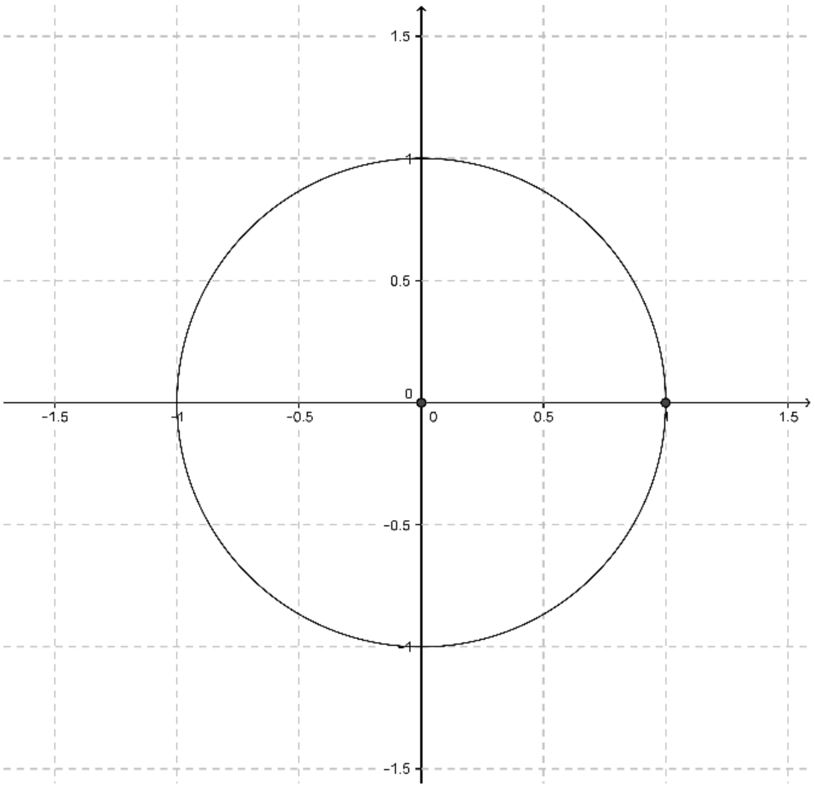
u) L'équation $ln\, x + ln\ (2 + 2x) = ln\,(-4x + 8)$ n'admet pas de solution réelle.

v) L'ensemble des solutions réelles de l'équation $-2.\ 10^x + 10^{-x+1} = 1$ est S = { log 2}.

Nom : **Prénom :** **Section :**

Question 4 :

a) Représenter sur le cercle trigonométrique ci-dessous un angle α orienté positivement du troisième quadrant dont la cotangente vaut $\frac{3}{4}$. Représenter et calculer les valeurs exactes des autres nombres trigonométriques de cet angle α.



b) Evaluer les expressions suivantes :

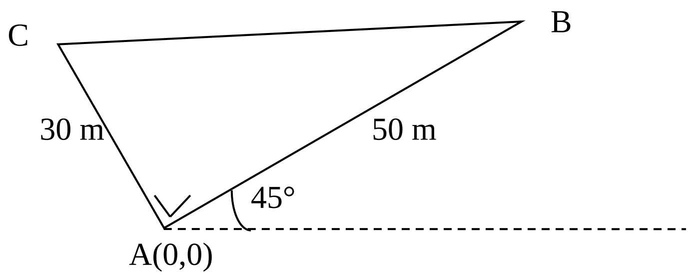
$\mathbf{cotg(150°) =}$	$\mathbf{arctg\ (\sqrt{3}) =}$
$\mathbf{arccos\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right) =}$	$\mathbf{sin(-765°) =}$
$\mathbf{tg\left(\frac{-3\pi}{4}\right) =}$	$\mathbf{cos\left(\frac{5\pi}{3}\right) =}$
$\mathbf{sin\ (270°) =}$	$\mathbf{tg\left(\frac{13\pi}{6}\right) =}$

Nom : **Prénom :** **Section :**

c) Résoudre en radians, dans $\mathbb{R}$ et avec des angles orientés positivement les équations suivantes :

$tg^2 2x = 3$	$2 \sin^2 x = -5 \cos x - 1$

d) Un arpenteur géomètre a tracé le plan suivant d'un terrain de forme triangulaire :



- Quelles sont les coordonnées du sommet C?

- Quel est le périmètre du triangle ?

Nom : **Prénom :** **Section :**

Question 5 :

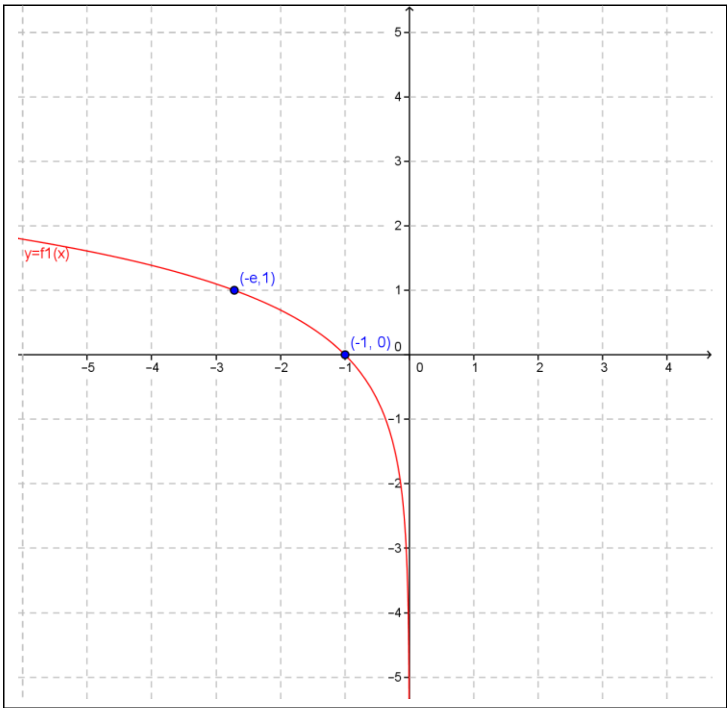
a) Calculer les domaines de définition des fonctions suivantes :

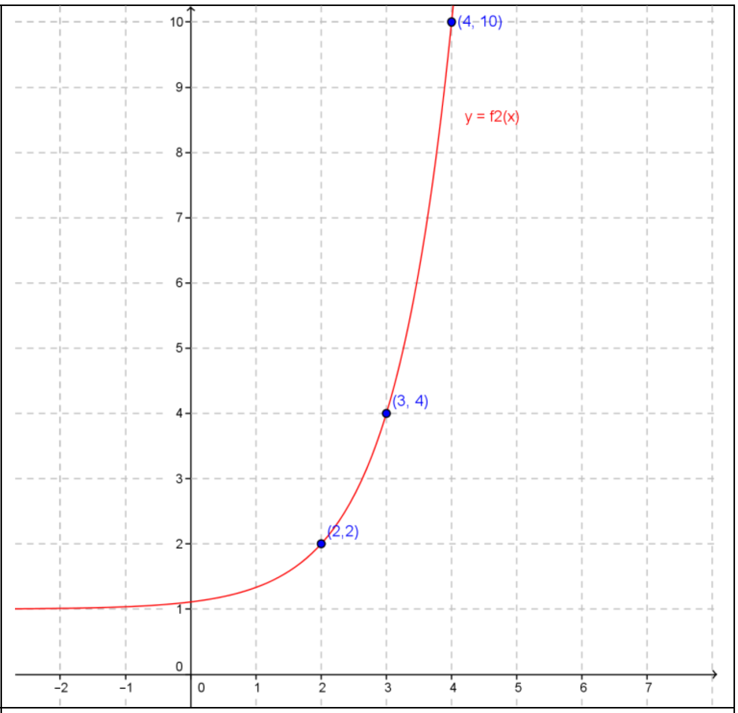
$$\boldsymbol{f(x) = \log_2\left(\frac{1-2^x}{2^x}\right)} \qquad\qquad \boldsymbol{g(x) = \sqrt{4 - e^{2x}}}$$

b) Calculer les valeurs exactes des expressions suivantes :

- $log_8 2 \ =$
- $log_{10} 1{,}25 \ + \ log_{10} 80 \ =$
- $2^{log_2 3 \ + log_2 5} \ =$
- $log_6 \frac{1}{36} \ =$
- $e^{3 \ \ln 2} \ =$

c) Déterminer, en justifiant, les expressions analytiques des fonctions f_1 et f_2 représentées ci-dessous.





$y \ = f_1(x) =$	$y \ = f_2(x) =$

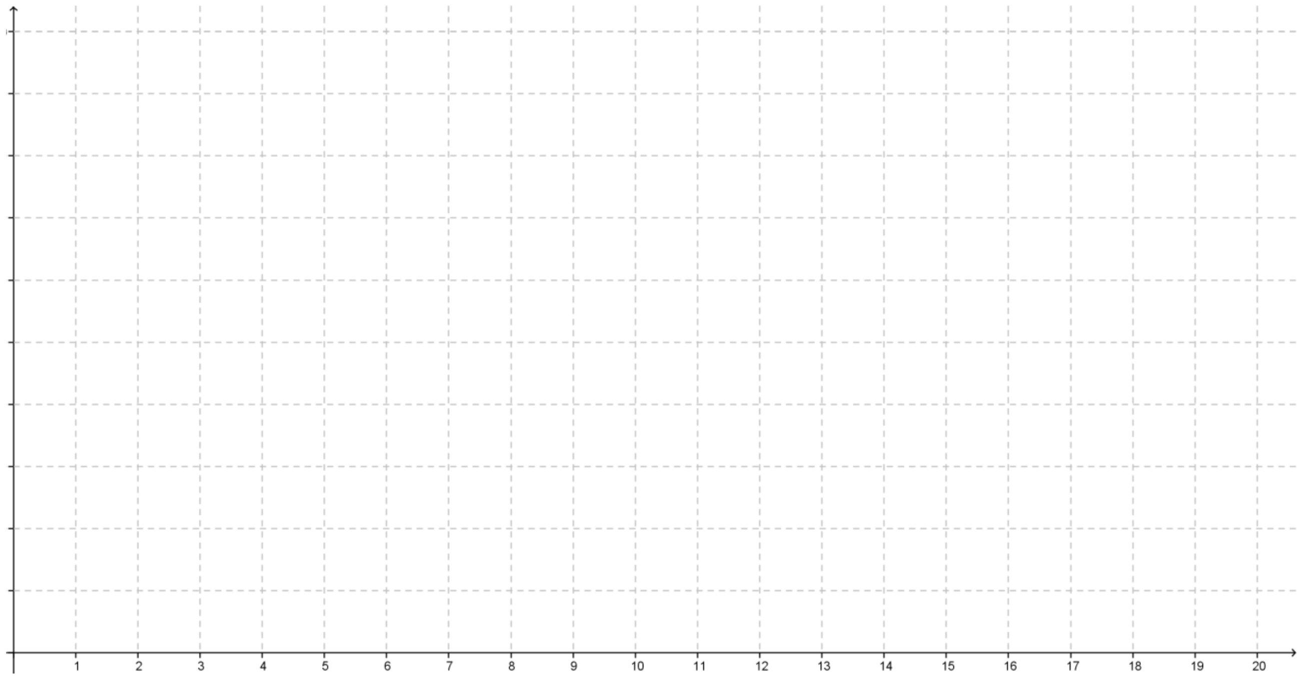
Nom : **Prénom :** **Section :**

d) Une population de bactéries triple toutes les quatre heures. Supposons qu'il y ait initialement 100 bactéries

- A combien se monte la population après 16 heures?

- Après t heures?

- Dessiner le graphique qui rend compte de l'évolution de cette population en fonction du temps et estimer le temps nécessaire pour que cette population atteigne un effectif de 10 000.



- Vérifier analytiquement sachant que $log_3(10) \cong 2{,}096$.

Nom : **Prénom :** **Section :**