Nom : **Prénom :**

EXAMEN ECRIT MATHÉMATIQUES APPLIQUEES 1 B. LE BAILLY Bachelier en Informatique et Systèmes, Première Année 23/01/2023, Durée : 3h00 Tous appareils électroniques interdits	HEH.be Sciences et technologies

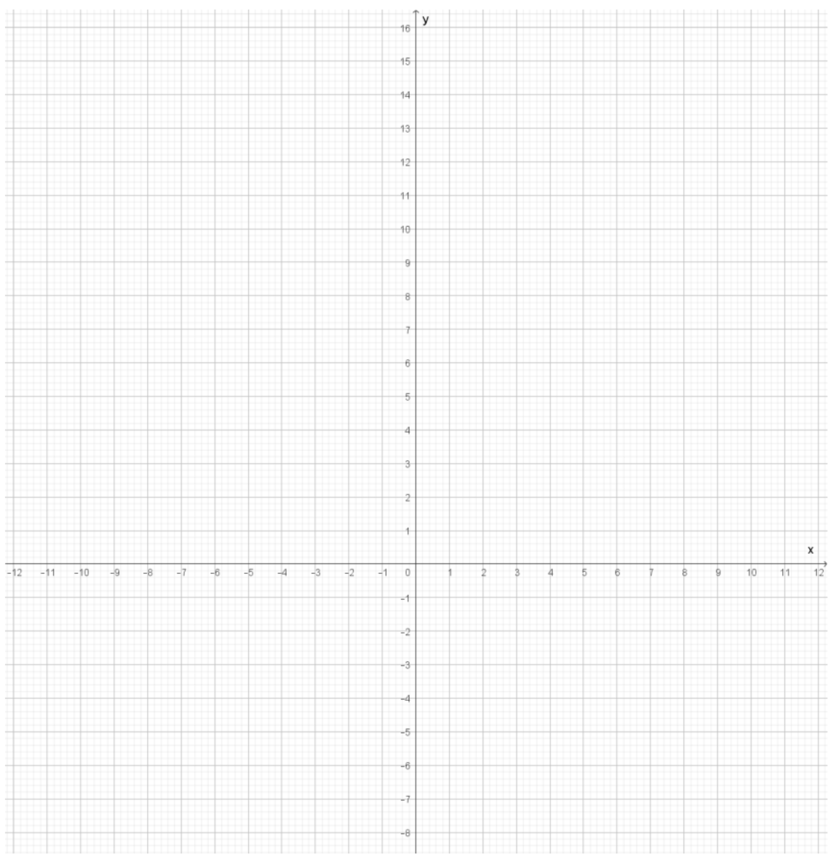
Q1 /40	Q2 /50	Q3 /40	Q4 /30	Q5 /20	Q6 /60	**Total / 240**	**Total /20**

Question 1 (40 points)

- Pour chaque fonction $f(x)$, compléter le tableau de valeurs et représenter $f(x)$ dans $\mathbb{R}^2$, l'espace euclidien de dimension 2 muni d'un repère orthonormé.

a) $f(x) = x^2$

x	$y = f(x)$
-2	
0	
3	

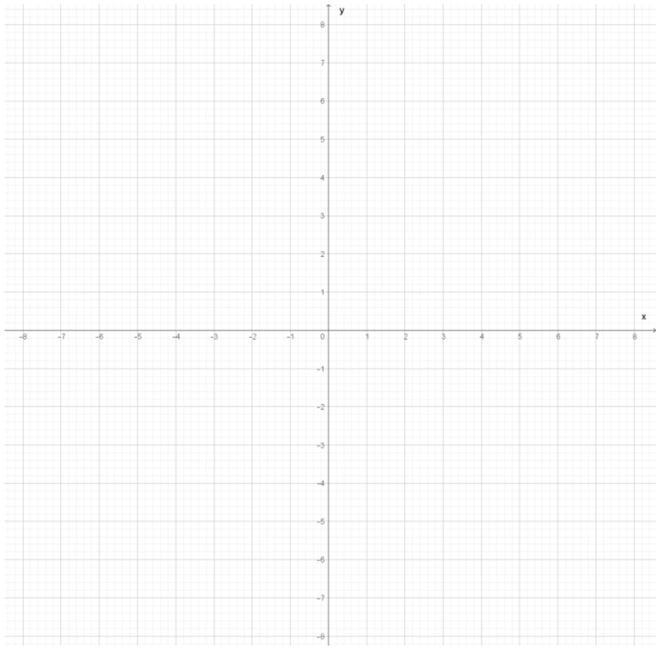


Représenter, dans le même repère, la fonction $g(x) = f\left(\frac{x}{2}\right) - 4$ en expliquant la(les) manipulation(s) graphique(s) effectuée(s) pour passer du graphe de $f(x)$ au graphe de $g(x)$.

Nom : **Prénom :**

b) $f(x) = log_2(x)$

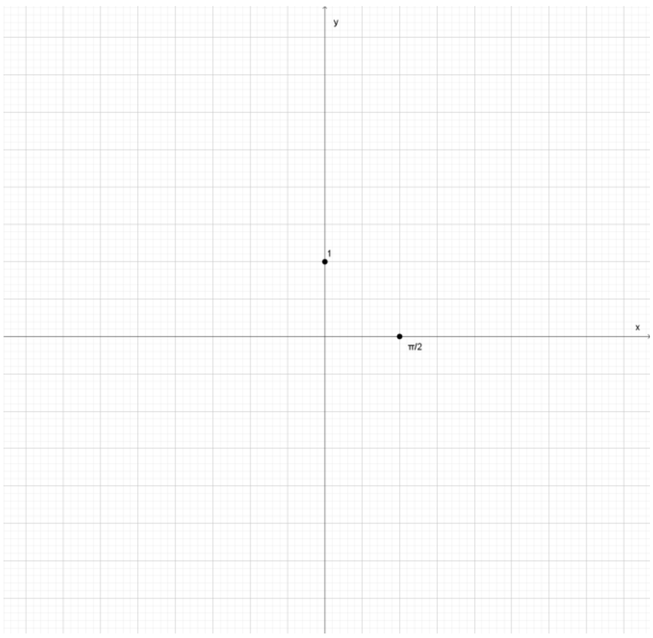
x	$y = f(x)$
0	
1	
2	
4	



Représenter, dans le même repère, la fonction $g(x) = -2^x$ en expliquant la(les) manipulation(s) graphique(s) effectuée(s) pour passer du graphe de $f(x)$ au graphe de $g(x)$.

c) $f(x) = \cos x$

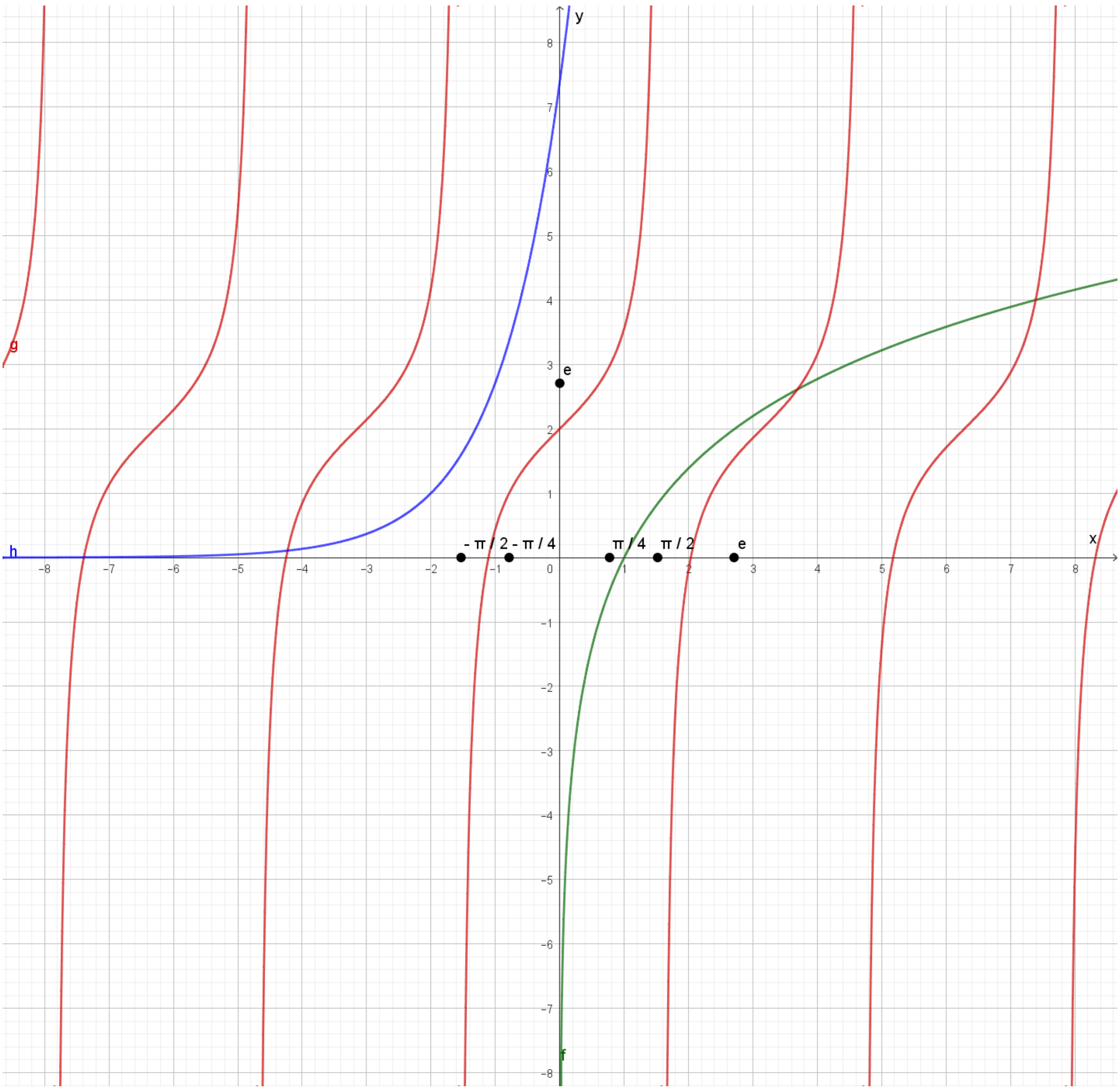
x	$y = f(x)$
0	
$\pi/2$	
π	
$3\pi/2$	
2π	



Représenter, dans le même repère, la fonction $g(x) = 3\,f\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ en expliquant la(les) manipulation(s) graphique(s) effectuée(s) pour passer du graphe de $f(x)$ au graphe de $g(x)$.

Nom : **Prénom :**

- Trouver les expressions analytiques des fonctions f , g et h représentées ci-dessous.



$f(x) =$
$g(x) =$
$h(x) =$

Nom : **Prénom :**

Question 2 (50 points) Vrai ou Faux. Justifier

a) $\sqrt[5]{a^4} \ \sqrt[10]{a^7} \ \sqrt{a} = a\sqrt[5]{a^3}$ où $a \in \mathbb{R}_0^+$

b) $\frac{1-2\sqrt{10}+\sqrt{20}}{\sqrt{5}} = \frac{10-10\sqrt{2}+\sqrt{5}}{5}$

c) $log_{32}2 = \frac{1}{5}$

d) $e^{\frac{\ln 4}{2}} = \frac{1}{2}$

e) L'équation $3e^{2x} - e^x + 1 = 0$ n'admet pas de solution réelle.

f) Une population de bactéries qui triple tous les deux jours s'élèvera à 24 300 individus après 10 jours si elle est composée initialement de 100 individus.

g) La fonction $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}; x \rightsquigarrow y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ est surjective.

Nom : **Prénom :**

h) Un triangle rectangle, dont l'hypoténuse mesure 9 cm et un des deux angles non droits vaut 30°, a son côté adjacent à cet angle de 30° qui mesure $\frac{9}{2}$ cm.

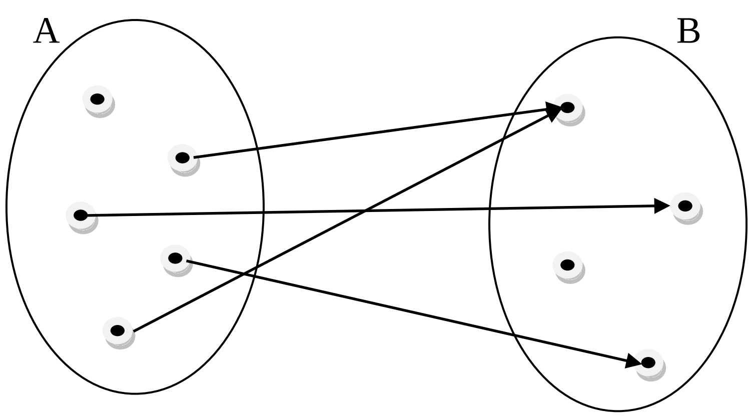
i) Un angle au centre d'un cercle de rayon 3 cm et qui intercepte sur ce cercle un arc de longueur égale à $\frac{\pi}{2}$ cm mesure 60°.

j) $\text{arc tg}(-1) = \frac{3\pi}{4}$

k) L'ensemble des solutions réelles de l'équation $\cos(x) = -\frac{1}{2}$ est $S = \left\{\frac{2\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

l) La fonction $f(x) = cotg\ (2x)$ est de période π.

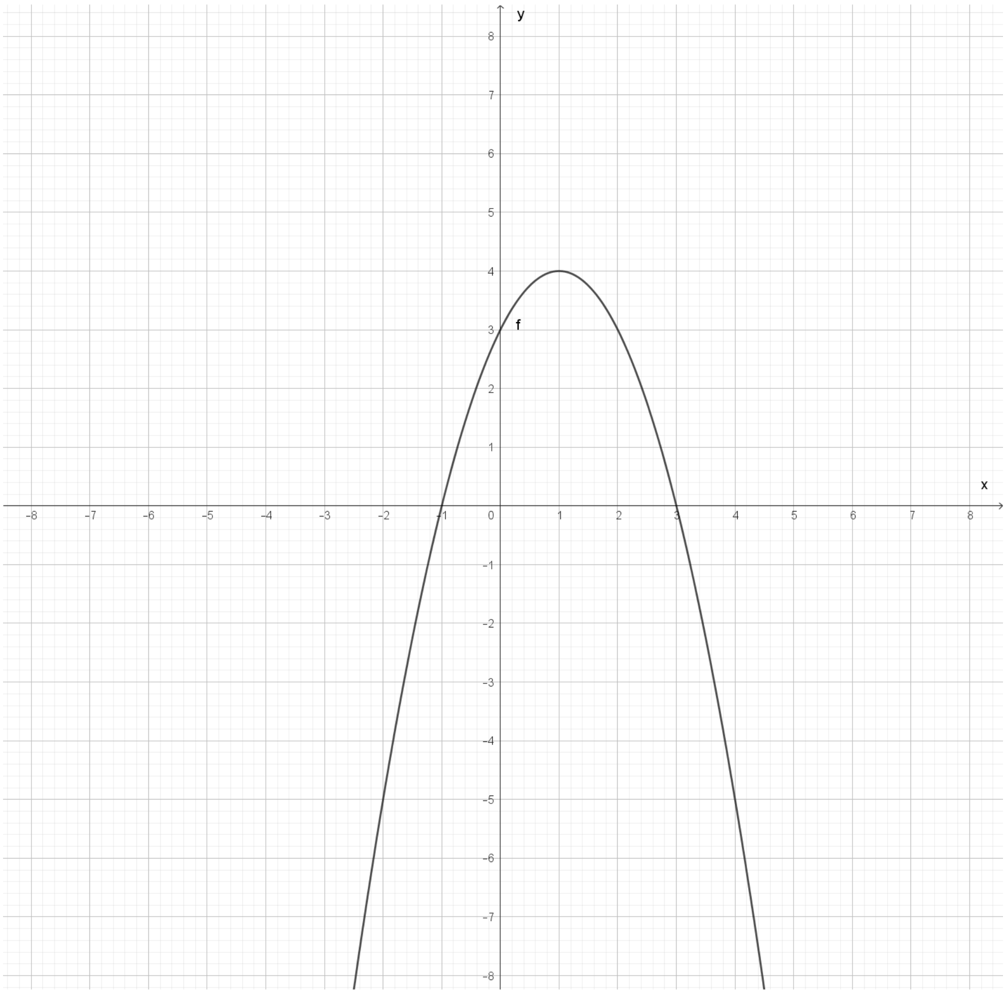
m) La relation binaire représentée ci-dessous est fonctionnelle et non-injective.



Nom : **Prénom :**

Question 3 (40 points)

Soit la fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}; x \leadsto y = f(x)$ représentée par la parabole ci-dessous :



a) Compléter le tableau suivant en justifiant :

Image de $x = 2$ par f ?	
Valeur(s) de x envoyée(s) sur $y = -5$ par f ?	
Equation de l’axe de symétrie de la parabole ?	
Racine(s) de la parabole ?	
Parabole convexe ou concave ?	
f admet une fonction réciproque ?	
f est une application ?	
f est une fonction paire ?	

Nom : **Prénom :**

b) Représenter, dans le même repère orthonormé que la parabole, la droite d passant par le sommet et la racine positive de cette parabole. Déterminer le coefficient angulaire et l'ordonnée à l'origine de cette droite d et donner son équation cartésienne.

c) Représenter, toujours dans le même repère orthonormé, la droite d_1 parallèle à la droite d et passant par l'origine du repère. Déterminer l'équation cartésienne de cette droite d_1.

d) Représenter, également dans ce même repère orthonormé, la droite d_2 perpendiculaire à la droite d au point (4,-2). Déterminer l'équation cartésienne de cette droite d_2.

e) Calculer, s'il(s) existe(nt), le(s) point(s) d'intersection des droites d_1 et d_2.

Nom : **Prénom :**

Question 4 (30 points) : Résoudre dans $\mathbb{R}$

a) $\frac{4^{x^2}}{(4^{2x})^{(x-1)}} \ : \ \frac{16^x}{4^{x^2}} = 1$

b) $tg^2(2x) = 3$

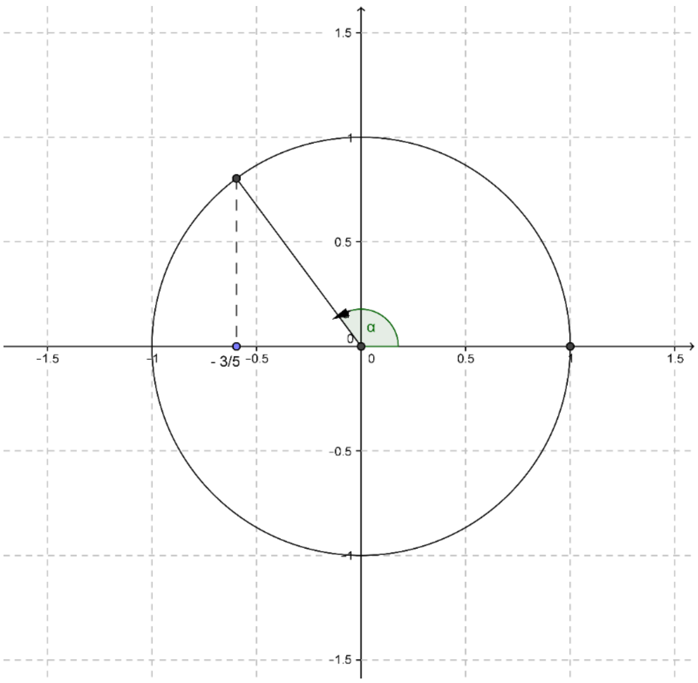
c) $log_5 3x = 2\, log_5 x - \ log_5(x-1)$

d) 3 sin x = 2 $cos^2 x$

Nom : **Prénom :**

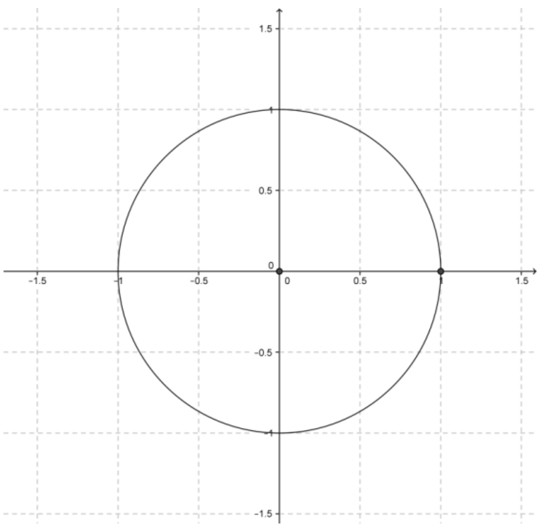
Question 5 (20 points)

a) Représenter sur le cercle trigonométrique ci-dessous les nombres trigonométriques de l'angle α et calculer les valeurs exactes de ces nombres trigonométriques.



b) Calculer à l'aide du cercle trigonométrique

$\sin(210°) =$	$arc\ cotg\ (1) =$
$arccos\ (-\sqrt{3}\ /2) =$	$\cos(-420°) =$
$tg\ \left(\frac{-2\pi}{3}\right) =$	$cos(225°) =$
$sin\ \left(\frac{5\pi}{3}\right) =$	$\text{tg}\left(\frac{13\pi}{4}\right) =$



Nom : **Prénom :**

Question 6 (60 points)

Soient les matrices A, B, C et D suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 2 & -5 & 0 \\ 1 & -3 & -1 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 4 & -1 & 3 \\ 2 & 4 & 8 \end{pmatrix},\ C = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -5 \\ 0 & 8 & 1 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix},\ D \in \mathbb{R}^{2\times 3} \text{ où } d_{ij} = (-1)^{i+j}\, i\, j\ .$$

a) Vrai ou Faux ? Justifier.

1) $b_{21} = 4$.

2) Le mineur de a_{22} vaut 1.

3) Le cofacteur de c_{32} vaut -3.

4) A est inversible.

5) C est triangulaire inférieure.

6) $D = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 4 \\ 3 & -6 \end{pmatrix}$.

7) La troisième inconnue z du système linéaire de trois équations à trois inconnues $\begin{cases} -x + 3y + 2z = -2 \\ 2x - 5y = 0 \\ x - 3y - z = 1 \end{cases}$ a pour valeur $z = -1$.

b) Si cela est possible, calculer (sinon, justifier pourquoi cela est impossible) :

1) $A^T + 2B$

Nom : **Prénom :**

2) BC

3) CD

4) A^{-1}

5) D^2

6) B + D

c) Utiliser la méthode de l'inverse pour trouver la solution du système linéaire de trois équations à trois inconnues $\begin{cases} -x+3y+2z=1 \\ 2x-5y=2 \\ x-3y-z=3 \end{cases}$.

Nom : **Prénom :**