

Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего профессионального образования

«Московский физико-технический институт  
(государственный университет)»

Факультет управления и прикладной математики

Кафедра «Интеллектуальные Системы»

## Построение и оценка качества гетерогенных иерархических тематических моделей

Выпускная квалификационная работа  
(бакалаврская работа)

Направление подготовки: 03.03.01 Прикладные математика и  
физика

Выполнил:

студент 474 группы \_\_\_\_\_ Селезнева Мария  
Сергеевна

Научный руководитель:

к.ф.-м.н. \_\_\_\_\_ Воронцов Константин  
Вячеславович

Москва 2018

# Оглавление

1	Введение	3
2	Постановка задачи	5
2.1	Плоская модель ARTM . . . . .	5
2.2	Мультимодальная модель ARTM . . . . .	6
2.3	Регуляризаторы . . . . .	7
2.4	Иерархическая модель ARTM . . . . .	7
3	Proposed Framework	9
3.1	Notation and Problem Setup . . . . .	9
3.2	Solution . . . . .	10
4	Numerical Experiments	17
5	Conclusion	18

Todo list

# Глава 1

## Введение

Вероятностное тематическое моделирование — это раздел машинного обучения, решающий задачу поиска тем в коллекции документов. Тематическая модель определяет, к каким темам относится каждый документ и какие слова образуют темы [1]. Базовыми подходами построения тематических моделей являются PLSA [2] и LDA [3]. В работах [4, 5, 6] предложены модификаций данных подходов, учитывающие специфику конкретных задач. Аддитивная регуляризация тематических моделей (ARTM)[7, 8, 9, 10, 11] позволяет комбинировать упомянутые модели, интерпретируя их как регуляризаторы в PLSA.

В больших текстовых коллекциях темы часто образуют иерархии, в которых каждая тема делится на более специфичные подтемы. Моделью такой ситуации являются тематические иерархии. Они удобны для навигации пользователей по коллекциям, поэтому являются подходящей моделью для агрегирования контента.

Общепринятого определения и подхода к построению иерархических тематических моделей не существует. В модели иерархического LDA (hLDA) [12] темы образуют дерево. С другой стороны, модель иерархического распределения патинко (hPAM)[13] и модель иерархического ARTM (hARTM) [14] представляют собой направленный ациклический многодольный граф, что лучше соответствует реальным отношениям между темами в мультидисциплинарных научных и научно-популярных статьях.

Модель hARTM — это развитие идеи аддитивной регуляризации тематических моделей для задачи построения тематических иерархий. Она позволяет применять регуляризацию как к уровням иерархии для комбинирования любых тематических моделей, так и к самой иерархии для контроля разреженности отношения «родитель-ребенок».

Цель данной работы — построение иерархической тематической модели по нескольким источникам в рамках модели hARTM. Построение модели по объединенной коллекции источников, различных по объему и тематической структуре, не решает поставленной задачи, так как темы, уникальные для меньшего из источников, теряются. В работе предлагается дополнять существующую модель одного источника выборками документов из новых источников. Дополнение происходит в два этапа: сначала выбираются документы нового источника, наиболее подходящие для добавления в коллекцию, затем выбранные документы добавляются в коллекцию и строится дополненная модель. При этом в силу стратегии инициализации и регуляризации модели существующие темы сохраняются, а добавленные документы уточняют соответствующие им темы на первом уровне иерархии. На втором уровне добавленные документы могут порождать подтемы, характерные только для нового источника.

В работах [15, 16] рассмотрено построение иерархических тематических моделей гетерогенных источников. Однако, задача последовательного достроения модели затронута в работах, не использующих подход вероятностного тематического моделирования [17]. Предложенный в данной работе подход выигрывает у построения по объединенной коллекции по качеству решения и скорости.

Для проведения экспериментов используется BigARTM — библиотека для тематического моделирования с открытым исходным кодом [18, 19].

## Глава 2

# Постановка задачи

В вероятностном тематическом моделировании коллекция документов рассматривается как множество троек  $(d, w, t)$ , выбранных случайно и независимо из дискретного распределения  $p(d, w, t)$ , заданного на конечном множестве  $D \times W \times T$ . Документы  $d \in D$  и термины  $w \in W$  являются наблюдаемыми переменными, тема  $t \in T$  является латентной (скрытой) переменной. Построить тематическую модель коллекции документов  $D$  — значит найти распределения  $p(w|t)$  для всех тем  $t \in T$  и распределения  $p(t|d)$  для всех документов  $d \in D$ . Известными при это являются распределения  $p(w|d)$  терминов (токенов) в документах коллекции.

Предполагается, что порядок токенов  $w \in W$  в документе  $d \in D$  не важен (гипотеза “мешка слов”), что позволяет представить коллекцию в виде матрицы  $[n_{dw}]_{D \times W}$ , где  $n_{dw}$  — число вхождений  $w$  в  $d$ . Также коллекцию можно представить в виде матрицы эмпирических оценок вероятности встретить токен в документе  $[p_{dw}]_{D \times W}$ , где  $p_{dw} = \hat{p}(w|d) = \frac{n_{dw}}{n_d}$ ,  $n_d = \sum_{w \in W} n_{dw}$  — число слов в документе  $d$ . Кроме того, используется гипотеза условной независимости:  $p(w|t, d) = p(w|t)$ .

## 2.1 Плоская модель ARTM

При сделанных предположениях плоская (одноуровневая) тематическая модель описывается формулой

$$p(w|d) \approx \sum_{t \in T} p(w|t)p(t|d) \quad d \in D, w \in W, \quad (*)$$

которая следует из определения условной вероятности и формулы полной вероятности. Пусть число тем  $|T|$  много меньше числа до-

кументов  $|D|$  и числа терминов  $|W|$ . Тогда представим задачу (\*) в виде факторизации матрицы  $F = [p(w|d)]_{W \times D}$ :

$$F \approx \Phi \Theta.$$

Параметры модели — матрицы  $\Phi = [\phi_{wt}]_{W \times T}$ ,  $\phi_{wt} = p(w|t)$  (термины, относящиеся к темам) и  $\Theta = [\theta_{td}]_{T \times D}$ ,  $\theta_{td} = p(t|d)$  (темы документов) — такие, что

$$\sum_{w \in W} \phi_{wt} = 1, \quad \sum_{t \in T} \theta_{td} = 1.$$

В ARTM матрицы  $\Phi$  и  $\Theta$  находятся с помощью максимизации суммы логарифма правдоподобия и регуляризаторов  $R_i$  с неотрицательными коэффициентами регуляризации  $\tau_i$  [10]:

$$\sum_{d \in D} \sum_{w \in W} n_{dw} \ln \sum_{t \in T} \phi_{wt} \theta_{td} + \sum_i \tau_i R_i(\Phi, \Theta) \rightarrow \max_{\Phi, \Theta}$$

$$\text{при условиях } \phi_{wt} \geq 0, \theta_{td} \geq 0, \sum_{w \in W} \phi_{wt} = 1, \sum_{t \in T} \theta_{td} = 1.$$

## 2.2 Мультимодальная модель ARTM

Документы  $d \in D$  могут содержать не только текст, но и другие элементы, такие как тэги, ссылки, имена авторов и т.д. Такие типы элементов называются модальностями. Пусть  $M$  — множество модальностей. Каждой  $m \in M$  соответствует отдельный словарь (множество токенов)  $W^m$ , причем  $W = \bigsqcup_{m \in M} W^m$ .

Пусть  $F^m = [p(w|d)]_{W^m \times D}$ ,  $m \in M$  — матрицы наблюдаемых вероятностей для каждой модальности, а  $\Phi^m$  — соответствующие матрицы скрытых вероятностей  $p(w|t)$ . Определим  $F$  и  $\Phi$  как объединения строк  $F^m$  и  $\Phi^m$ ,  $m \in M$  соответственно. Тогда получим задачу факторизации  $F \approx \Phi \Theta$  для мультимодальной тематической модели.

При построении мультимодальной тематической модели максимизируется взвешенная сумма логарифмов правдоподобия для всех модальностей  $m \in M$  и регуляризаторов  $R_i$  [10]:

$$\sum_{m \in M} \kappa_m \sum_{d \in D} \sum_{w \in W^m} n_{dw} \ln \sum_{t \in T} \phi_{wt} \theta_{td} + \sum_i \tau_i R_i(\Phi, \Theta) \rightarrow \max_{\Phi, \Theta}$$

$$\text{при условиях } \phi_{wt} \geq 0, \theta_{td} \geq 0, \sum_{w \in W} \phi_{wt} = 1, \sum_{t \in T} \theta_{td} = 1.$$

Как показано в [7], эта оптимизационная задача решается ЕМ-алгоритмом.

Е-шаг:

$$p(t|d, w) = p_{tdw} = \text{norm}_{t \in T}(\phi_{wt}\theta_{td}).$$

М-шаг:

$$\phi_{wt} = \text{norm}_{w \in W} \left( n_{wt} + \phi_{wt} \sum_i \tau_i \frac{\partial R_i}{\partial \phi_{wt}} \right); \quad n_{wt} = \sum_{d \in D} n_{dw} p_{tdw};$$

$$\theta_{td} = \text{norm}_{t \in T} \left( n_{td} + \theta_{td} \sum_i \tau_i \frac{\partial R_i}{\partial \theta_{td}} \right); \quad n_{td} = \sum_{w \in d} n_{dw} p_{tdw}.$$

## 2.3 Регуляризаторы

Сглаживание и разреживание:

Регуляризатор сглаживания вводит в модель требование, чтобы столбцы  $\phi_t$  и  $\theta_d$  были близки к заданным распределениям  $\beta_t = [\beta_{wt}]_{w \in W}$  и  $\alpha_d = [\alpha_{td}]_{t \in T}$  в смысле дивергенции Кульбака-Лейблера[10]:

$$R(\Phi, \Theta) = \beta_0 \sum_{m \in M} \sum_{t \in T} \sum_{w \in W^m} \beta_{wt} \ln \phi_{wt} + \alpha_0 \sum_{d \in D} \sum_{t \in T} \alpha_{td} \ln \theta_{td} \rightarrow \max_{\Phi, \Theta},$$

где  $\beta_0$  и  $\alpha_0$  — заданные положительные коэффициенты.

Регуляризатор разреживания имеет такой же вид, но коэффициенты  $\beta_0$  и  $\alpha_0$  отрицательны. Он способствует обращению значительной части вероятностей  $\phi_{wt}$  и  $\theta_{td}$  в ноль, что соответствует естественному предположению о том, что каждый документ  $d$  и каждый токен  $w$  связаны лишь с небольшим числом тем  $t$ .

Декоррелирование:

Регуляризатор декоррелирования минимизирует ковариации между столбцами  $\phi_t$ , что способствует увеличению различности тем модели [10]:

$$R(\Phi) = -\frac{\tau}{2} \sum_{t \in T} \sum_{s \in T \setminus t} \text{cov}(\phi_t, \phi_s) \rightarrow \max_{\Phi, \Theta}, \quad \text{cov}(\phi_t, \phi_s) = \sum_{w \in W} \phi_{wt} \phi_{ws}.$$

## 2.4 Иерархическая модель ARTM

Тематическая иерархия ARTM представляет собой многоуровневый граф, где каждый уровень — это плоская тематическая модель. Для ее построения необходимо не только строить тематические модели уровней, но и устанавливать связи родитель-ребенок между темами



соседних уровней. Для этого вводятся специальные межуровневые регуляризаторы.

Пусть построено  $l \geq 1$  уровней тематической иерархии, параметры  $l$ -го уровня — матрицы  $\Phi^l$ ,  $\Theta^l$ ,  $A$  — множество тем  $l$ -го уровня. Построим  $(l + 1)$ -ый уровень с параметрами  $\Phi$ ,  $\Theta$  и множеством тем  $T$ .

Будем моделировать распределение токенов по темам  $l$ -го уровня как смесь распределений по темам  $(l + 1)$ -го уровня [14]:

$$p(w|a) \approx \sum_{t \in T} p(w|t)p(t|a) \quad a \in A, w \in W.$$

Это приводит к задаче факторизации

$$\Phi^l \approx \Phi \Psi, \quad (**)$$

где  $\Phi = [p(w|t)]_{W \times T}$ ,  $\Psi = [p(t|a)]_{T \times A}$ . Полученная матрица  $\Psi$  содержит распределения тем  $(l + 1)$ -го уровня в темах  $l$ -го уровня. Таким образом, межуровневый регуляризатор — это логарифм правдоподобия для задачи (\*\*):

$$R(\Phi, \Psi) = \sum_{a \in A} \sum_{w \in W} n_{wa} \ln \sum_{t \in T} \phi_{wt} \psi_{ta} \rightarrow \max_{\Phi, \Psi},$$

где  $n_a = \sum_{w \in W} n_{wa}$  — веса тем родительского уровня, пропорциональные их размеру.

Этот регуляризатор эквивалентен добавлению в коллекцию  $|A|$  псевдодокументов, представленных матрицей  $[n_{wa}]_{W \times A}$ . Тогда  $\Psi$  образует  $|A|$  дополнительных столбцов матрицы  $\Theta$ , соответствующих этим псевдодокументам.

## Глава 3

# Proposed Framework

### 3.1 Notation and Problem Setup

We consider the system of  $n$  thermostatically controlled loads, indexed by  $i = 1, 2, \dots, n$ . We suppose that there is an aggregator  $A$  which send matrices  $\bar{P}(t)$ ,  $t = 1, \dots, T$ .

We refer  $P_i(t) \in \mathbb{R}^{N \times N}$  as a transition matrix of load  $i$ ,  $i = 1, \dots, n$ , and  $N$  is a number of possible states of any load (all loads have the same number of states). Each load has its own behaviour defined as a function  $P_i(t)$ . All these behaviours are independent. We also suppose that any  $\bar{P}(t)$  and  $P_i(t) \in \mathcal{P} = \{P^{(1)}, P^{(2)}, \dots, P^{(m)}\}$ . Each load is allowed to accept or reject a transition matrix  $\bar{P}(t)$  according to the following rule:

$$\bar{P}_i(t) = \begin{cases} \bar{P}(t), & \text{if } \Omega(\bar{P}(t), P_i(t), t) = 1 \\ P_i(t), & \text{otherwise,} \end{cases}$$

where  $\Omega(P_1, P_2, t)$  is some decision rule which meets all legal and customer requirements. For the sake of simplicity we may assume this rule is known (i.e. a part of the contract), however, it is not required: we may learn it on-the-fly. Also, as we have only  $m$  different matrices,  $\Omega$  is a time-dependent matrix where  $\Omega_{ij}(t) = 1$  if having own matrix  $P_k(t) = P^{(i)}$  a load  $k$  accepts proposed matrix  $\bar{P}^{(j)}$  at time  $t$ .

We refer  $\pi_i(t)$  as a unit vector corresponding to the state of load  $i$ ,  $1 \leq i \leq n$ , at time  $t$ , so that

$$\pi(t) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \pi_i(t).$$

We also assume the the power consumption  $q$  at each state is known, so that the total power consumption  $s(t)$  is

$$s(t) = n \cdot \pi(t)^\top q.$$

We refer  $\bar{s}(t)$  as the power requested by the system operator at time  $t$ .

We also assume the loss function of the system operator to be

$$\sum_{i=1}^T c(t) |\bar{s}(t) - s(t)|,$$

where  $c(t) > 0$  is non-negative cost function.

In this research we implement an incentive-based model of users motivation to participate in the curtailment program. In particular we consider the Emergency Demand-Response Program (EDRP) setting here, in which consumers get incentive payments for reducing their power consumption during reliability triggered events (see [?]). Consumers may choose not to curtail and therefore to forgo the payments, which are usually specified beforehand [?]. Due to privacy protection reasons ([?]) the aggregator is forbidden to observe exact loads accepting a curtailment request, but it is important to know the total amount of these loads for two reasons:

1. As the aggregator's budget is strictly limited, it must estimate expenses for incentive payments.
2. Most of the DR incentive-based programs limit the total amount of curtailment hours to avoid user disturbance (typically 200 hours/year [?])

To sum up, the exact objective will be:

$$\min \sum_{i=1}^T c(t) |\bar{s}(t) - s(t)| \tag{3.1}$$

$$s.t. \sum_{t=1}^T k(t) \leq K \tag{3.2}$$

## 3.2 Solution

In the following section we treat 3.1 as a linear contextual bandit with knapsack problem [?]. Define the policy as some mapping from the context  $f(t)$  to the matrix number  $i \in \{0, 1, \dots, m\}$  (a.k.a. arm). Define the regret  $\mathcal{R}_T^\nu$  as the difference between performances under the best policy available and under some policy  $\nu$ :

$$\mathcal{R}_T^\nu = \sum_{t=1}^T (r^*(t) - r^\nu(t)) \quad (3.3)$$

The goal is to learn the policy  $\nu$  which minimizes the regret:

$$\begin{aligned} \min_{\nu} \mathcal{R}_T^\nu &= \min_{\nu} \sum_{t=1}^T (r^\nu(t) - r^*(t)) \\ \text{s.t. } \sum_{t=1}^T k(t) &\leq K \end{aligned} \quad (3.4)$$

where the penalty is defined as

$$r^\nu(t) = c(t) |s^\nu(t) - \bar{s}(t)|$$

and  $k(t)$  is the number of loads who accepted the curtailment request at the time  $t$ ,  $K$  is the contract limit for user disturbance and  $\nu$  is the policy being used. Hereafter we refer to  $r^\nu(t)$  as  $r(t)$ .

In this form of bandits setup we face two major troubles:

1. General bandit with knapsack problem setup [?] consider penalties as a random independent variables over time and arms. Both assumptions here are false: our choices from the past strongly affects the current reward distributions.
2. Variables  $k(t)$  are unobservable, hence we can only ensure thresholds with some probability.

To deal with these issues consider the the mechanics of how  $s(t)$  depends on aggregator's actions. Suppose that by the time  $t$  we have a (possibly unknown) state-distribution  $\pi(t)$ . It is easy to see that if each device chooses its own matrix, and we denote the number of devices which have chosen matrix  $P_j$  as  $n_j$ , then the next-moment consumption with no control will be:

$$s(t|0) := \sum_{j=1}^m n_j(t) q^T P_j \pi(t) = \sum_{j=1}^m n_j(t) f_j(t|0) \quad (3.5)$$

and if we pull  $i^{th}$  arm, the consumption will be:

$$s(t|i) := \sum_{j=1}^m n_j(t) q^T (\Omega_{ij}(t) P_i + (1 - \Omega_{ij}(t)) P_j) \pi(t) = \sum_{j=1}^m n_j(t) f_j(t|i) \quad (3.6)$$

The model appears to be linear over unknown variables  $n_j(t)$  and some vector  $f(t|i) := \{f_j(t|i)\}_{j=1}^m$ ,  $i \in [0, 1, \dots, m]$  which we know if we have  $\pi(t)$  and  $\Omega_{ij}(t)$ . Therefore it is surprisingly convenient to consider  $f(t|i)$  as a feature vector of an arm  $i$  at the moment  $t$ . Note, that the features  $f_j(i|t)$  have the natural interpretation as the amount of energy being consumed by an average device which has  $\bar{P} = P_j$  at the time  $t$  if we pull the  $i$ -th arm. Moreover, we also have an estimator for budgeted variable:  $k(t|i) = \sum_{j=1}^m \Omega_{ij} n_j$ .

The Bandit The above mentioned arm feature vectors (a.k.a. arm-contexts)  $f(i|t)$  reveals a straightforward "linear contextual bandit with knapsack" setup:

$$\begin{aligned} \min_{\nu: t \rightarrow \{0, 1, \dots, m\}} & \sum_{t=1}^T \mathcal{L}_t(n(t)^T f(t|\nu(t))) \\ \text{s.t. } \mathbb{E} & \sum_{t=1}^T k(t|\nu(t)) \leq K \\ & \sum_{j=1}^m n_j(t) = n \forall t \\ & n_j(t) \geq 0 \forall t \end{aligned}$$

where  $n(t) = \{n_j(t)\}_{j=1}^m$  (do not miss it with  $n$  – the total amount of devices), and  $\mathcal{L}_t(x)$  is a loss function. In this work two classical demand-response loss functions are considered. The first one is a trivial mapping:

$$\mathcal{L}_t(x) = x \tag{3.7}$$

which gives the consumption minimization setup:

$$\begin{aligned} \min_{\nu: t \rightarrow \{0, 1, \dots, m\}} & \sum_{t=1}^T n(t)^T f(t|\nu(t)) = \min_{\nu} \sum_{t=1}^T s^{\nu}(t) \\ \text{s.t. } \mathbb{E} & \sum_{t=1}^T k(t|\nu(t)) \leq K \\ & \sum_{j=1}^m n_j(t) = n \forall t \\ & n_j(t) \geq 0 \forall t \end{aligned} \tag{3.8}$$

and the second one is the absolute deviation from a given series  $\bar{s}(t)$ :

$$\mathcal{L}_t(x) = |x - \bar{s}(t)| \quad (3.9)$$

which gives the consumption stabilization setup:

$$\begin{aligned} \min_{\nu: t \rightarrow \{0,1 \dots m\}} \sum_{t=1}^T |n(t)^T f(t|\nu(t)) - \bar{s}(t)| &= \min_{\nu} \sum_{t=1}^T |s^\nu(t) - \bar{s}(t)| \\ \text{s.t. } \mathbb{E} \sum_{t=1}^T k(t|\nu(t)) &\leq K \\ \sum_{j=1}^m n_j(t) &= n \quad \forall t \\ n_j(t) &\geq 0 \quad \forall t \end{aligned} \quad (3.10)$$

It remains to notice that  $n(t)$  is a periodic function over time with a period of 24 hours (at least within one season of a year), so we can consider 3.8 and 3.10 as a set of 24 bandits: each one is learning to make a decision at the assigned hour. Note that these problems are in exact form for recently emerged budgeted bandit solvers ([?] and more (add later)), and all the requirements are met: the divergence between predicted and real consumption may appear only regarding to stochastic fluctuations due to the finiteness of the ensemble, hence we have independence of reward as a function of a context through arms and time (of course we need a proof here).

The Algorithm with known  $\Omega_{ij}(t)$  and without a knapsack: Consider a simpler setup when  $K = \infty$  i.e. we have no knapsack constraints in our problem. Here  $\tau$  is the number of steps which a device performs each hour. We also assume that we do not know neither an initial state distribution  $\pi(0)$  nor  $n_j(t)$ . In this case 1 is how a dummy algorithm may look like (we assume here a 3.9 loss function).

One may notice that in 1 the greedy policy was used, and no exploration steps were proposed. In fact, the greedy policy here turns to be optimal: all the reward variances depend only on unknown vector  $n(t)$  and when we learn it we decrease reward variances for all arms simultaneously. Hence, in contrast to the following case, no exploration-exploitation balance is required here.

The Algorithm without a knapsack and without  $\Omega_{ij}(t)$  Note that it is not crucial for the previous algorithm to know the oracle  $\Omega_{ij}(t)$ , as we

---

Algorithm 1 Non-budgeted TCL-control with oracle

---

Require:  $\mathcal{P}$ ,  $n$ ,  $\tau$ ,  $\Omega_{ij}(t)$

- 1:  $n_i(0) := 1/n \forall i$
  - 2:  $\pi_0 := \frac{1}{n} \sum_{i=1}^m n_i(0) u_i$ , where  $u_i$  is a stationary distribution of the matrix  $P_i$
  - 3:  $A(t) = \{\emptyset\} \forall t$  where  $A(t)$  is an array of all feature vectors through time which we got at the hour  $t$ . It will be used as a learning dataset for the  $t$ -th regressor.
  - 4:  $S(t) = \{\emptyset\} \forall t$  where  $S(t)$  is an array of all  $s(t)$  through time which we got at the hour  $t$ . These are the targets for the  $t$ -th regressor.
  - 5: for  $t := 1 \dots T$  do
  - 6:   Generate the arm contexts  $\{f_j(t|i)\}_{j=1}^m$  for all  $i \in \{0, 1 \dots m\}$ :
  - 7:    $f_j(t|i) := \sum_{\xi=1}^{\tau} q^T (\Omega_{ij}(t) P_i^{\xi} + (1 - \Omega_{ij}(t)) P_j^{\xi}) \pi(t) \quad i \in \{1 \dots m\}$
  - 8:    $f_j(t|0) := \sum_{\xi=1}^{\tau} q^T P_j^{\xi} \pi(t)$
  - 9:   if  $\bar{s}(t) == 0$  then
  - 10:     Set  $i := 0$  (no control) and send it to the ensemble
  - 11:   else
  - 12:      $i := \arg \max_{i \in \{1 \dots m\}} \mathcal{L}_t(s(t|i)) := \arg \max_{i \in \{1 \dots m\}} \mathcal{L}_t(n(t)^T f(t|i)).$
  - 13:     Send the chosen arm  $i$  to the ensemble
  - 14:   end if
  - 15:   Wait and receive  $s(t|i)$  – the actual ensemble consumption
  - 16:    $A(t).append(f(t|i))$
  - 17:    $S(t).append(s(t|i))$
  - 18:   Solve a constrained regression problem to learn real  $n_j(t)$ :
  - 19:    $n(t) = \arg \min_{n \in R_+^n} \|A(t)n(t) - S(t)\|^2, s.t. \sum_{j=1}^m n_j(t) = n, n_j(t) \geq 0$ , start from  $n(t)$
  - 20:   Calculate next  $\pi$ :
  - 21:    $\pi(t+1) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^m n_j(t) (\Omega_{ij}(t) P_i^{\tau} + (1 - \Omega_{ij}(t)) P_j^{\tau}) \pi(t)$
  - 22:   if  $n_j(t+1)$  are undefined yet then
  - 23:      $n_j(t+1) = n_j(t)$
  - 24:   end if
  - 25: end for
-

may learn in the same way we learn  $n(t)$ . Formally, let  $i$  be the arm the aggregator pulled at the moment  $t$ , then the consumption will be:

$$\begin{aligned}
s(t|i) &= n(t)^T f(t|i) = \sum_{j=1}^m n_j(t) \sum_{\xi=1}^{\tau} q^T (\Omega_{ij}(t) P_i^{\xi} + (1 - \Omega_{ij}(t)) P_j^{\xi}) \pi(t) = \\
&= \sum_{j=1}^m \Omega_{ij}(t) n_j \sum_{\xi=1}^{\tau} q^T (P_i^{\xi} - P_j^{\xi}) \pi(t) + \underbrace{\sum_{j=1}^m n_j \sum_{\xi=1}^{\tau} q^T P_j^{\xi} \pi(t)}_{s(t|0)}
\end{aligned} \tag{3.11}$$

and we have a discrete regularized regression problem over the vector  $\Omega_i(t) \in \{0, 1\}^m$  here:

$$\underbrace{s(t|i) - s(t|0)}_{\text{target}} = \sum_{j=1}^m \underbrace{\Omega_{ij}(t)}_{\text{variables}} n_j(t) \underbrace{\sum_{\xi=1}^{\tau} q^T (P_i^{\xi} - P_j^{\xi}) \pi(t)}_{\text{features}} \tag{3.12}$$

If we also have observations from  $i$ -th arm at  $t$ -th hour from the past (i.e. this is not the first time we pull this arm at this hour), then we may solve the least-squared optimization problem over  $\Omega_{ij}(t)|_{j=j} \in \{0, 1\}^m$  which might reduce the fluctuations of  $\Omega$ .

The algorithm 2 for this case is the essentially the same: the new parts are marked with **red**.

The Algorithm with a knapsack and without  $\Omega_{ij}(t)$  This one is our final result. Note that we just need to apply not a regular UCB1 bandit inside the abovementioned algorithm, but the "bandit-with-knapsack"solver from [?] or something similar.



---

Algorithm 2 Non-budgeted TCL-control without oracle

---

Require:  $\mathcal{P}$ ,  $n$ ,  $\tau$ ,  $\Omega_{ij}(t)$

```

1:  $n_i(0) := 1/n \forall i$ 
2:  $\pi_0 := \frac{1}{n} \sum_{i=1}^m n_i(0) u_i$ 
3:  $A(t) = \{\emptyset\} \forall t$ 
4:  $S(t) = \{\emptyset\} \forall t$ 
5:  $\Omega_{ij}(0) = \{0, 1\}^{m \times m}$  – random matrix
6: for  $t := 1 \dots T$  do
7:   Generate arm contexts  $\{f_j(t|i)\}_{j=1}^m$  for all  $i \in \{0, 1 \dots m\}$ :
8:    $f_j(t|i) := \sum_{\xi=1}^{\tau} q^T(\Omega_{ij}(t) P_i^{\xi} + (1 - \Omega_{ij}(t)) P_j^{\xi}) \pi(t) \quad i \in \{1 \dots m\}$ 
9:    $f_j(t|0) := \sum_{\xi=1}^{\tau} q^T P_j^{\tau} \pi(t)$ 
10:  if  $\bar{s}(t) == 0$  then
11:    Set  $i := 0$  (no control) and send it to the ensemble
12:    Wait and receive  $s(t|0)$  – the actual ensemble consumption
13:    When we have no control signal, we learn  $n_j(t)$ 
14:     $A(t).append(f(t|0))$ 
15:     $S(t).append(s(t|0))$ 
16:    Solve a constrained regression problem to learn real  $n_j(t)$ :
17:     $n(t) = \arg \min_{n \in \mathbb{R}_+^n} \|A(t)n(t) - S(t)\|^2, s.t. \sum_{j=1}^m n_j(t) = n, n_j(t) \geq 0$ , start from  $n(t)$ 
18:    Calculate next  $\pi$ :
19:     $\pi(t+1) = \sum_{j=1}^m n_j(t) P_j^{\tau} \pi(t)$ 
20:  else
21:    Calculate  $s(t|i) = n(t)^T f(t|i)$  for all  $i \in \{0, 1, \dots, m\}$ 
22:    Calculate variance estimations  $\Delta s(t|i)$ 
23:     $i := \arg \min_{j \in \{0, 1, \dots, m\}} \mathcal{L}_t(s(t|j) + B \sqrt{\Delta s(t|i)})$ 
24:    Send the chosen arm  $i$  to the ensemble
25:    Wait and receive  $s(t|i)$  – the actual ensemble consumption
26:    Learn the vector  $\Omega_i(t)$  solving optimization problem:
27:    
$$\Omega_i(t) := \arg \min_{\omega \in \{0, 1\}^m} \left( \underbrace{(s(t|i) - s(t|0))}_s - \underbrace{\sum_{j=1}^m \omega_j n_j(t) \sum_{\xi=1}^{\tau} q^T (P_i^{\xi} - P_j^{\xi}) \pi(t)}_{g_j} \right)$$

28:     $= \arg \min_{\omega \in \{0, 1\}^m} (s - w^T g)^2$ 
29:    I suppose we need some kind of smooth relaxation here
30:    Calculate next  $\pi$ :
31:     $\pi(t+1) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^m n_j(t) (\Omega_{ij}(t) P_i^{\tau} + (1 - \Omega_{ij}(t)) P_j^{\tau}) \pi(t)$ 
32:  end if
33:  if  $n(t+1)$  is undefined yet then
34:     $n(t+1) = n(t)$ 
35:  end if
36:  if  $\Omega_{ij}(t+1)$  is undefined yet16 then
37:     $\Omega_{ij}(t+1) = \Omega_{ij}(t)$ 
38:  end if

```

Глава 4

# Numerical Experiments

Глава 5

Conclusion

# Литература

- [1] David M. Blei, “Probabilistic topic models”, *Commun. ACM*, vol. 55, no. 4, pp. 77–84, 2012.
- [2] T. Hoffman, “Probabilistic latent semantic indexing”, in *Proceedings of the 22nd Annual International ACM SIGIR Conference on Research and Development in Information Retrieval*, pp. 50–57. ACM Press, New York, 1999.
- [3] David M. Blei, Andrew Y. Ng, and Michael I. Jordan, “Latent dirichlet allocation”, *Journal of Machine Learning Research*, vol. 3, pp. 993–1022, 2003.
- [4] Michal Rosen-Zvi, Thomas L. Griffiths, Mark Steyvers, and Padhraic Smyth, “The author-topic model for authors and documents”, *CoRR*, vol. abs/1207.4169, 2012.
- [5] Chaitanya Chemudugunta, Padhraic Smyth, and Mark Steyvers, “Modeling general and specific aspects of documents with a probabilistic topic model”, in *NIPS*, Bernhard Schölkopf, John C. Platt, and Thomas Hofmann, Eds. 2006, pp. 241–248, MIT Press.
- [6] Khoat Than and Tu Bao Ho, “Fully sparse topic models”, in *ECML/PKDD (1)*, Peter A. Flach, Tijl De Bie, and Nello Cristianini, Eds. 2012, vol. 7523 of *Lecture Notes in Computer Science*, pp. 490–505, Springer.
- [7] Konstantin Vorontsov, Oleksandr Frei, Murat Apishev, Peter Romov, Marina Suvorova, and Anastasia Yanina, “Non-bayesian additive regularization for multimodal topic modeling of large collections”, in *TM@CIKM*, Nikolaos Aletras, Jey Han Lau, Timothy Baldwin, and Mark Stevenson, Eds. 2015, pp. 29–37, ACM.
- [8] Konstantin Vorontsov, Anna Potapenko, and Alexander Plavin, “Additive regularization of topic models for topic selection and

sparse factorization”, Statistical Learning and Data Sciences, January 2015.

- [9] K. V. Vorontsov, “Additive regularization for topic models of text collections”, *Doklady Mathematics*, vol. 89, no. 3, pp. 301, May 2014.
- [10] Konstantin Vorontsov and Anna Potapenko, “Additive regularization of topic models”, *Machine Learning*, vol. 101, no. 1-3, pp. 303, October 2015.
- [11] Konstantin Vorontsov and Anna Potapenko, “Tutorial on probabilistic topic modeling: Additive regularization for stochastic matrix factorization”, in *Analysis of Images, Social Networks and Texts*. Springer, January 2014.
- [12] D. M. Blei, T. Griffiths, Michael I. Jordan, and J. Tenenbaum, “Hierarchical topic models and the nested chinese restaurant process”, 2003.
- [13] David M. Mimno, Wei Li 0010, and Andrew McCallum, “Mixtures of hierarchical topics with pachinko allocation”, in *ICML*, Zoubin Ghahramani, Ed. 2007, vol. 227 of *ACM International Conference Proceeding Series*, pp. 633–640, ACM.
- [14] NA Chirkova and KV Vorontsov, “Additive regularization for hierarchical multimodal topic modeling”, 2016.
- [15] Chi Wang, Jialu Liu, Nihit Desai, Marina Danilevsky, and Jiawei Han, “Constructing topical hierarchies in heterogeneous information networks”, *Knowl. Inf. Syst*, vol. 44, no. 3, pp. 529–558, 2015.
- [16] Marina Danilevsky, Chi Wang, Fangbo Tao, Son Nguyen, Gong Chen, Nihit Desai, Lidan Wang, and Jiawei Han, “AMETHYST: A system for mining and exploring topical hierarchies of heterogeneous data”, December 03 2013.
- [17] Nachiketa Sahoo, Jamie Callan, Ramayya Krishnan, George T. Duncan, and Rema Padman, “Incremental hierarchical clustering of text documents”, in *CIKM*, Philip S. Yu, Vassilis J. Tsotras, Edward A. Fox, and Bing Liu 0001, Eds. 2006, pp. 357–366, ACM.
- [18] Konstantin Vorontsov, Oleksandr Frei, Murat Apishev, Peter Romov, and Marina Dudarenko, “Bigartm: Open source library

for regularized multimodal topic modeling of large collections”, in Analysis of Images, Social Networks and Texts. Springer, January 2015.

- [19] Oleksandr Frei and Murat Apishev, “Parallel non-blocking deterministic algorithm for online topic modeling”, in Analysis of Images, Social Networks and Texts. Springer, January 2017.