ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL
MÉTODOS NUMÉRICOS

Leandro Bravo GR1CC

1. $$\frac{1}{25 * x^2 + 1}, x_0 = 0$$

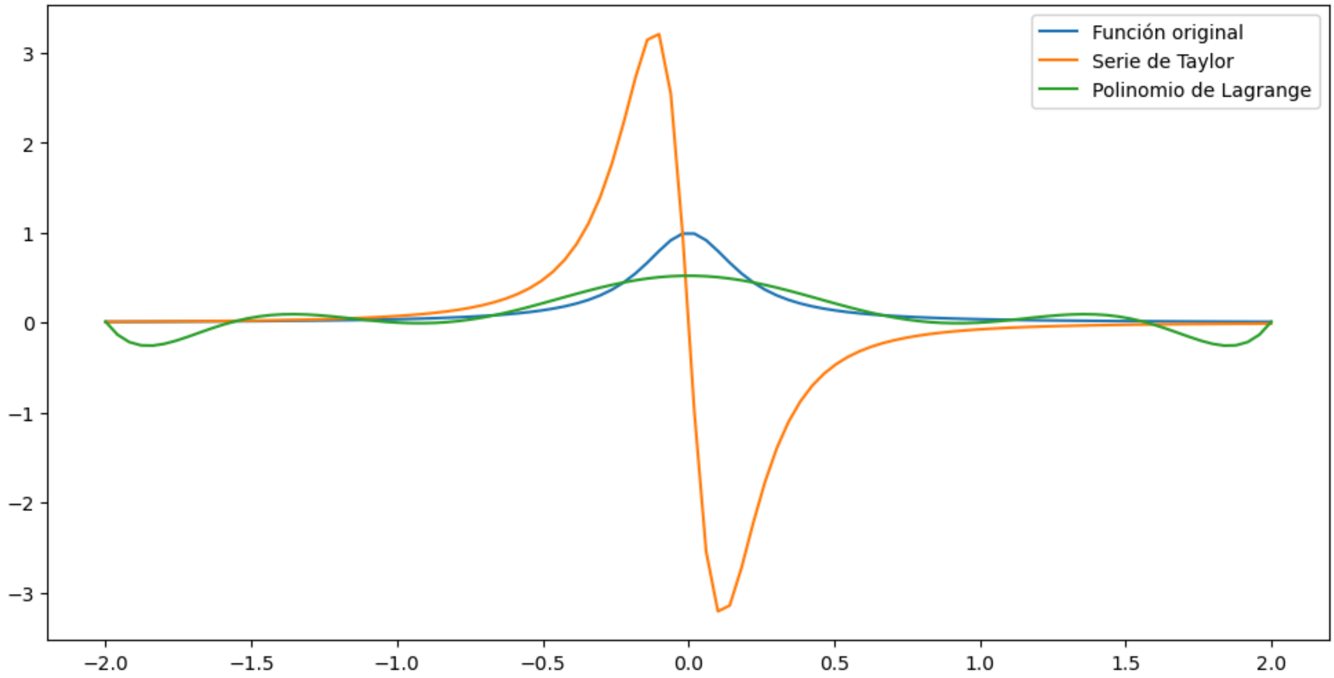
2. $$arctan(x), x_0 = 1$$

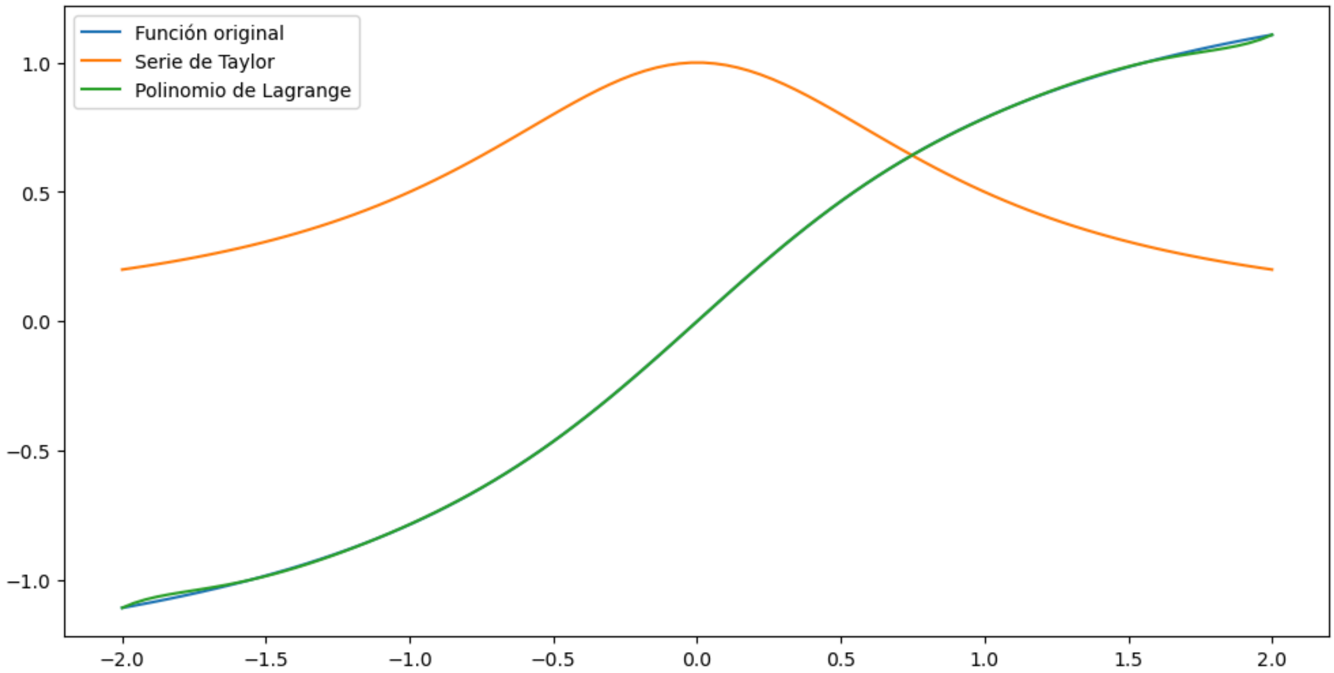
```python
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.interpolate import lagrange
from sympy import symbols, diff, lambdify

x = symbols('x')

# Definimos las funciones usando sympy
f1_sympy = 1/(25*x**2 + 1)
f2_sympy = atan(x)

# Calculamos las derivadas usando sympy
df1_sympy = diff(f1_sympy, x)
df2_sympy = diff(f2_sympy, x)

# Convertimos las funciones y sus derivadas a funciones de numpy
f1 = lambdify(x, f1_sympy, "numpy")
f2 = lambdify(x, f2_sympy, "numpy")
df1 = lambdify(x, df1_sympy, "numpy")
df2 = lambdify(x, df2_sympy, "numpy")
```

```python
# Puntos para la función 1
x_points_f1 = np.linspace(-2, 2, 10)
y_points_f1 = f1(x_points_f1)

# Puntos para la función 2
x_points_f2 = np.linspace(-2, 2, 10)
y_points_f2 = f2(x_points_f2)

# Polinomios de Lagrange
poly_lagrange_f1 = lagrange(x_points_f1, y_points_f1)
poly_lagrange_f2 = lagrange(x_points_f2, y_points_f2)
```

```python
x_values = np.linspace(-2, 2, 100)

# Gráficas para la función 1
plt.figure(figsize=(12, 6))
```

```python
plt.plot(x_values, f1(x_values), label='Función original')
plt.plot(x_values, df1(x_values), label='Serie de Taylor')
plt.plot(x_values, poly_lagrange_f1(x_values), label='Polinomio de Lagrange')
plt.legend()
plt.show()

# Gráficas para la función 2
plt.figure(figsize=(12, 6))
plt.plot(x_values, f2(x_values), label='Función original')
plt.plot(x_values, df2(x_values), label='Serie de Taylor')
plt.plot(x_values, poly_lagrange_f2(x_values), label='Polinomio de Lagrange')
plt.legend()
plt.show()
```





1. Para la función

$$f_1(x) = \frac{1}{25x^2 + 1}$$

, su derivada es

$$f_1'(x) = -\frac{50x}{(25x^2 + 1)^2}$$

.

2. Para la función

$$f_2(x) = \arctan(x)$$

, su derivada es

$$f_2'(x) = \frac{1}{1 + x^2}$$

.

Y aquí están las fórmulas de los polinomios de Lagrange para las dos funciones. Estos polinomios son las mejores aproximaciones a las funciones originales en los puntos que seleccionamos:

1. Para la función

$$f_1(x)$$

, el polinomio de Lagrange es

$$L_1(x) = \sum_{i=0}^{n} f_1(x_i) \prod_{j=0, j \neq i}^{n} \frac{x - x_j}{x_i - x_j}$$

.

2. Para la función

$$f_2(x)$$

, el polinomio de Lagrange es

$$L_2(x) = \sum_{i=0}^{n} f_2(x_i) \prod_{j=0, j \neq i}^{n} \frac{x - x_j}{x_i - x_j}$$

.

Por favor, ten en cuenta que en las fórmulas de los polinomios de Lagrange,

$$x_i$$

son los puntos que seleccionaste para la interpolación, y

$$n$$

es el número de puntos menos uno.