# PROGRAMMAZIONE DI SISTEMI EMBEDDED E MULTICORE

Leonardo Biason

October 30, 2024

# Chapter 1

# Programmazione Parallela

Ad oggi, molte tasks e molti programmi necessitano di grandi capacità di calcolo, soprattutto nel campo delle AI, e costruire centri di elaborazione sempre più grandi può non sempre costituire una soluzione. Certo, negli ultimi anni abbiamo assistito a una grande evoluzione dei microprocessori e delle loro potenze, ma non è abbastanza avere hardware sempre più potente, serve saperlo impiegare bene.

La società Nvidia, produttrice di **GPU**s (Graphical Processing Units) è riuscita, in questi anni, a produrre schede grafiche contenenti sempre più milioni di transistors, rendendo una GPU un oggetto estremamente complicato.

Come detto in precedenza, avere oggetti così potenti non è abbastanza, serve saper usare questi ultimi nel modo migliore possibile, ed è proprio questo l'obiettivo di questo corso.

# Chapter 2

## Message Passing Interface (MPI)

**MPI** (acronimo di **M**essage **P**assing **I**nterface) è una libreria usata per **programmare sistemi a memoria distribuita**, e delle varie librerie menzionate nell'introduzione è l'unica pensata per sistemi a memoria distribuita. Questo vuol dire che la memoria e il core usato per ogni thread o processo sono **unici**. Tale core e memoria possono essere collegati attraverso vari metodi: un bus, la rete, etc...

MPI fa uso del paradigma **Single Program Multiple Data** (**SPMD**), quindi ci sarà un **unico programma** che verrà compilato e poi eseguito da vari processi o threads. Per determinare cosa ogni processo o thread deve fare, si usa semplicemente un'istruzione di **branching**, come l'if-else o lo switch.

Siccome la memoria non è condivisa tra i vari processi, l'unico modo per passarsi dei dati è attraverso l'invio di **messaggi** (da qui il nome della libreria). Per esempio, abbiamo visto come fare un semplice "Hello world" in C in modo sequenziale, ma possiamo anche renderlo parallelo tramite MPI. Ad esempio:

```
#include <stdio.h>

int main() {
    printf("Hello world");
    return 0;
}
```

Per rendere questo Hello World un programma parallelo tramite MPI, serve includere la libreria mpi.h e usare alcune funzioni della libreria. Vediamo intanto come potremmo scrivere il programma:

```
#include <stdio.h>
2 #include <mpi.h>
3
4 int main(void) {
5     // Per usare MPI, serve usare una funzione chiamata MPI_INIT;
6     int r = MPI_Init(NULL, NULL);
7
8     if(r != MPI_SUCCESS) {
9         printf("C'è stato un errore con il programma");
```

```
ParallelHelloWorld.c

MPI_Abort(MPI_COMM_WORLD, r);

printf("Hello world");

// Per terminare l'esecuzione di tutti i threads si usa MPI_Finalize
MPI_Finalize();
return 0;
```

Nel precedente codice sono state usate alcune funzioni e alcuni valori di MPI, che possiamo notare grazie al prefix "MPI\_", **comune a tutte le definizioni**, siano esse di funzioni, variabili o costanti, **della libreria**:

- MPI\_Init(): **inizializza** un programma su più processi o threads, e restituisce come output un int, che identifica se è stato possibile inizializzare con successo la libreria di MPI o meno (ovverosia restituisce 0 se la libreria è stata inizializzata con successo, un altro numero altrimenti);
- MPI\_SUCCESS: è il segnale con cui è possibile comparare l'output di MPI\_Init per controllare se MPI è stato inizializzato correttamente o meno;
- MPI\_Abort(MPI\_COMM\_WORLD, <mpi\_boot\_result>): **abortisce** l'esecuzione di MPI, ad esempio nel caso in cui l'inizializzazione non sia stata eseguita con successo;
- MPI Finalize(): **interrompe** l'esecuzione di MPI a fine programma.

Per compilare ed eseguire un programma con MPI si usa mpicc, che è un wrapper del compilatore gcc di C. Un comando che viene usato per compilare un programma che usa MPI può essere il seguente:

```
Terminal

$ mpicc <file>.c -o <output>
$ mpicc -g -Wall <file>.c -o <output> # Fa stampare i warning in console
```

Il compilatore ha molte flags che possono essere usate, così da personalizzare il processo di compilazione. Nel secondo comando si può notare l'uso di due flags che possono risultare comode in fase di debug:

- -Wall: fa stampare in console **tutti i warnings** del compilatore;
- -g: fa stampare in console varie **informazioni di debug**.

Questo è per quanto riguarda la compilazione, ma per eseguire il programma invece? Dovremo usare mpirun, attraverso il seguente comando:

```
$ mpirun -n <numero_core_fisici> <programma>
$ mpirun --oversubscribe -n <numero_core> <programma>
# Permette di usare più core di quelli fisici
```

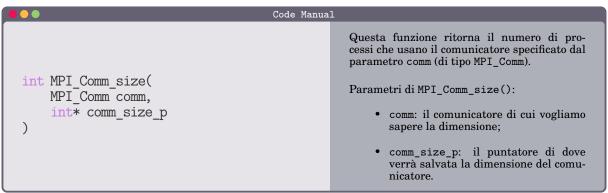
Normalmente MPI esegue il codice solo sui core fisici di una CPU, tuttavia è possibile far sì che questa limitazione non venga considerata. La flag --oversubscribe permette di lanciare il programma su n processi, dove  $n \ge$ numero di core fisici.

In un programma complesso, è spesso utile sapere quale core esegue quale parte di programma, magari anche per assegnare dei compiti diversi ad ogni core. In questi casi, possiamo differenziare i processi in base al loro **rank**.

#### Rank

Il **rank** di un processo appartenente a un programma di MPI è un **indice incrementale**, nell'intervallo [0, 1, 2, ..., p), che viene assegnato ad ogni processo.

Prima abbiamo usato, nella funzione MPI\_Abort(), un parametro di MPI: MPI\_COMM\_WORLD. Questo è un **comunicatore**, ovverosia un canale di comunicazione con altri processi / thread (può anche essere usato per tutti i processi). MPI\_COMM\_WORLD è il comunicatore di default in MPI, a cui tutti i processi sono collegati. Ogni comunicatore ha vari parametri associati, tra cui anche la sua **grandezza** (ovverosia quanti processi sono collegati al comunicatore). Ci sono due funzioni importanti relativi al comunicatore, che permettono di ottenere sia la grandezza del comunicatore che il rank del processo che chiama la funzione:



```
Questa funzione ritorna il rank relativo al comunicatore, ovverosia l'indice del processo che ha eseguito la chiamata di questa funzione.

int MPI_Comm_rank(
    MPI_Comm_comm,
    int* my_rank_p

• comm: il comunicatore rispetto cui si vuole conoscere il proprio rank;

• my_rank_p: il puntatore di dove verrà salvato il rank del processo nel comunicatore.
```

Possiamo provare ad eseguire il seguente codice, che dati p processi fa stampare ad ognuno di loro il proprio rank e la dimensione del comunicatore:

```
#include <stdio.h>
2 #include <mpi.h>
3
4 int main(void) {
```

```
MPIRankAndSize.c
      int res = MPI Init(NULL, NULL);
5
      int comm_sz, my_rank;
6
      // Determiniamo la dimensione del comunicatore
8
      MPI_Comm_size(MPI_COMM_WORLD, &comm_sz);
9
      // Determiniamo il rank del processo che esegue
      MPI Comm rank(MPI_COMM_WORLD, &my_rank);
12
      if(res != MPI SUCCESS) {
14
          printf("C'è stato un errore con il programma");
15
          MPI Abort(MPI COMM WORLD, res);
16
      }
18
      printf("'Hello world' dal core %d di %d\n", my_rank, comm_sz);
19
      MPI Finalize();
      return 0;
|_{23} }
24
```

Chiamando il precedente programma con il seguente comando di MPI, noteremo un effetto interessante, che magari potremmo non aspettarci:

```
$ mpirun --oversubscribe -n 4 02-mpi-ranks-comm

// Prima esecuzione
'Hello world' dal core 1 di 4
'Hello world' dal core 0 di 4
'Hello world' dal core 2 di 4
'Hello world' dal core 3 di 4

// Seconda esecuzione
'Hello world' dal core 3 di 4
'Hello world' dal core 0 di 4
'Hello world' dal core 1 di 4
'Hello world' dal core 2 di 4
```

Notiamo che l'ordine dei processi è sempre diverso, sia nella prima esecuzione che nella seconda. Ma perché accade? Siccome i processi vengono eseguiti ognuno su un core diverso, soprattutto se p=|core|, allora in certi momenti alcuni dei core verranno usati dal sistema operativo, tramite cambi di contesto, per effettuare altre operazioni, magari del kernel. Questo può causare dei ritardi di esecuzione, e quindi il motivo del perché ogni volta l'ordine è diverso.

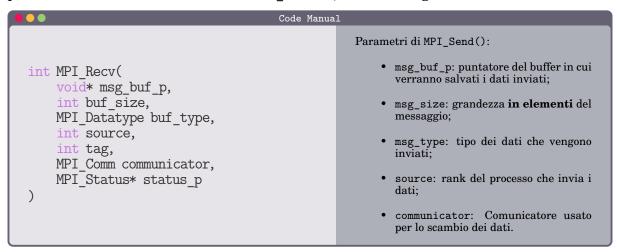
#### 2.1 Invio e Ricezione di Dati

Per mandare qualcosa da un processo all'altro, MPI usa i **comunicatori**. Ci sono molti modi per far sì che i processi si scambino messaggi attraverso un comunicatore, e molte

funzioni sono costruite sulla base di due funzioni fondanti di MPI, ovverosia le funzioni MPI\_Send() e MPI\_Recv(). Iniziamo vedendo la sintassi di MPI\_Send():

```
Code Manual
                                                       Parametri di MPI_Send():
                                                            • msg_buf_p: puntatore del buffer da
int MPI_Send(
                                                              cui vengono inviati i dati;
    void* msg_buf_p,
                                                             msg_size: grandezza in elementi del
    int msg size,
                                                              messaggio;
    MPI Datatype msg type,
    int dest,
                                                             msg_type: tipo dei dati che vengono
    int tag,
    MPI Comm communicator,
                                                             dest: rank del processo che riceve i
)
                                                              communicator: Comunicatore usato
                                                              per lo scambio dei dati
```

Per mandare dei dati però è necessario che ci sia, all'interno del comunicatore, almeno un processo / thread che sia pronto a ricevere i dati. Per far sì che un processo si dichiari pronto a ricevere si usa la funzione MPI Recv(), che ha la seguente sintassi:



In entrambe le funzioni c'è un parametro che non abbiamo spiegato, ovverosia tag. Tale parametro permette di distinguere i messaggi mandati su un comunicatore attraverso un tag (in questo caso, un intero), e far sì che i vari processi / threads eseguano parte di codice diverso in base al tag.

Ma possiamo esser certi che, quando inviamo un messaggio, esso sia stato ricevuto correttamente? In genere non possiamo avere la certezza che sia stato ricevuto correttamente usando solo una chiamata di MPI\_Send() e MPI\_Recv(), ma per certo il messaggio è stato inviato e ricevuto se le seguenti condizioni sono vere allo stesso momento:

```
• se recv_type = send_type;
```

• serecv buf  $sz \ge send$  buf sz.

Il destinatario può anche ricevere un messaggio **senza sapere** la **quantità di dati** nel messaggio, il **mittente** del messaggio (usando MPI\_ANY\_SOURCE) e il **tag** del messaggio (MPI\_ANY\_TAG).

Supponiamo che in un momento del codice non ci interessi sapere chi manda il messaggio, ma che in un secondo momento ci interessi saperlo. Per poter vedere in un momento successivo il mittente o altri dati del messaggio possiamo usare il parametro status, di tipo MPI\_Status, che permette di salvare in memoria lo status del messaggio (quindi vedremo che il parametro è scritto come MPI\_Status\* &status). I possibili valori di status sono i seguenti:

- MPI Source: indica il mittente del messaggio;
- MPI\_Tag: indica il tag del messaggio;
- MPI Error: indica se ci sono stati errori nella comunicazione.

Un'altra funzione utile relativa ai messaggi è MPI\_Get\_count(), che indica quanti dati stanno venendo mandati.

### 2.2 Misurazione delle Prestazioni

Una volta che sviluppiamo un programma con MPI, è importante misurarne le prestazioni. Esistono vari modi per controllare l'efficienza di un programma, e qui ne vedremo alcuni.

Un modo molto semplice per capire l'efficienza di un programma consiste nel misurare il tempo di esecuzione, e possiamo farlo tramite la funzione MPI\_Wtime(), la quale ritorna un timestamp che misura il tempo dal momento in cui il programma viene eseguito. Per poter ottenere il tempo di esecuzione, bisognerà sottrarre dal tempo a fine esecuzione il tempo di quanto la funzione viene chiamata.

In un programma parallelo, ogni processo calcola il suo tempo, ma può essere che alcuni processi impieghino meno tempo, soprattutto se ogni processo esegue operazioni diverse. Per questo motivo, l'efficienza si calcola considerando il tempo maggiore. Per ovviare a questo problema, tutti i processi possono mandare a un solo processo i loro tempi, e tramite una chiamata di MPI Reduce() si può ritornare solo il tempo maggiore.

Tuttavia, un altro problema si presenta: **non tutti i processi possono iniziare allo stesso tempo**. E questo chiaramente è un problema, soprattutto se il processo che inizia in ritardo inizia parecchio in ritardo. Un modo per far sì che tutti i processi inizino assieme è tramite l'uso di una funzione chiamata MPI\_Barrier(). Tale funzione è una **funzione collettiva**, che si propaga a tutti i processi, e che li blocca fino al momento in cui tutti non raggiungono tale barriera. Possiamo considerare questa funzione come una sorta di checkpoint, che **posta all'inizio del programma** fa sì che tutti i processi inizino ad eseguire il loro codice "assieme".

Tuttavia, se anche questa collettiva generasse ritardi venendo propagata, non avremmo più un inizio collettivo. Riuscire a sincronizzare tutti i processi assieme è complicato, e richiederebbe l'uso di clock interni per ogni core. Tuttavia, in casi in cui non sia fondamentale avere grande precisione, MPI\_Barrier() garantisce una buona approssimazione.

Ma è abbastanza eseguire l'applicazione solo una volta per avere una buona misurazione? Generalmente no, e ci sono vari motivi: sappiamo che il sistema operativo, di tanto in tanto, può effettuare dei cambi di contesto, per cui uno o più core vengono usati per

eseguire delle operazioni dell'OS. Questo chiaramente può aumentare i tempi per alcune esecuzioni. In altri casi invece potrebbe essere che lo scheduler della memoria liberi la cache prima del necessario, etc...

Tali motivi di ritardo vengono chiamati **rumore** (o **noise**). In genere, per misurare l'efficienza di un programma, **conviene sempre basarsi su tutte le esecuzioni di un programma**, considerando media, mediana, il tipo di distribuzione, eventuali intervalli di confidenza, etc... Il tempo di esecuzione minimo, da solo, non indica molto, poiché per vari motivi di interferenza può non sempre (e in realtà non accade quasi mai) indicare la vera efficienza del programma.

#### 2.2.1 Speed-Up ed Efficienza

Generalmente, potremmo aspettarci che se un processo viene eseguito da quanti più core possibili, allora potremmo ottenere tempi sempre più bassi. Benché in molti casi questo sia vero, lo speed-up dell'esecuzione parallela non è sempre esistente aumentando il numero di processi e di core. Infatti, consideriamo il seguente esempio:

Se notiamo la prima colonna, il tempo di esecuzione con 8 e 16 core è identico. Questo perché, oltre a un certo punto, anche dividendo le operazioni su più core, raggiungeremmo un tempo minimo di inizializzazione che non è ottimizzabile. Dunque, lo speed-up terminerebbe. Ma cosa intendiamo effettivamente con speed-up?

#### Speed-up

Definiamo le seguenti variabili:

- $T_s(n)$ : il **tempo di esecuzione** di un problema di dimensione n in **seriale**;
- $T_p(n, p)$ : il **tempo di esecuzione** di un problema di dimensione n eseguito in **parallelo** su p core;

Lo **speed-up** di un'applicazione in parallelo su p core viene dunque definito come il rapporto tra il tempo di esecuzione in seriale e il tempo di esecuzione in parallelo con p core:

$$S(n, p) = \frac{T_s(n)}{T_p(n, p)}$$

Se S(n, p) = p, allora lo speed-up viene definito come **speed-up lineare**.

C'è un dettaglio importante di questa precedente definizione: il tempo di esecuzione in sequenziale **non è uguale** al tempo di esecuzione in parallelo con p=1, anzi, tendenzialmente  $t_p(n, 1) \ge t_s(n)$ . A causa di questo, possiamo definire due implementazioni diverse della precedente formula:

$$S(n, p) = \frac{T_s(n)}{T_p(n, p)}$$
  $S(n, p) = \frac{T_p(n, 1)}{T_p(n, p)}$ 

Speed-up Scalabilità

Grazie alla definizione di speed-up, possiamo definire anche il concetto di **efficienza**:

#### Efficienza

L'**efficienza** di un programma viene calcolata come il rapporto tra lo speed-up di un programma e il numero di core su cui viene eseguito:

$$E(n, p) = \frac{S(n, p)}{p} = \frac{T_s(n)}{p \cdot T_p(n, p)}$$

#### 2.2.2 Scalabilità Forte e Scalabilità Debole

Esistono due tipi di scalabilità, in base ai risultati che si ottengono dalle misurazioni dell'efficienza di un programma: scalabilità forte e scalabilità debole.

- Per **scalabilità forte** si intende quando, dato un problema di grandezza n, se si incrementa il numero di processi p, allora l'efficienza rimane alta;
- Per **scalabilità debole** si intende quando, dato un problema di grandezza n e un numero di processi p, se incrementando ugualmente n e p, allora l'efficienza rimane alta.

comm_size	Ordine della matrice					
	1024	2048	4096	8192	16384	

#### 2.2.3 Leggi di Amdhal e Gustafson

Quando dobbiamo rendere un programma parallelo, sappiamo che possiamo parallelizzare solo alcune operazioni: ad esempio, leggere dal disco dei dati, richiedere dei dati in input all'utente o mandare dati attraverso un comunicatore di MPI. Avremo dunque una parte **sempre sequenziale** e una parte **parallelizzabile**. La frazione del programma sempre sequenziale viene indicata con  $\alpha$ . C'è una legge, chiamata **legge di Amdhal**, che definisce lo speed-up possibile di un'applicazione.

#### Legge di Amdhal

Per la **legge di Amdhal**, lo speed-up di un'applicazione, se resa parallela, è limitato dalla **frazione di codice sequenziale**  $\alpha$ :

$$T_p(n, p) = (1 - \alpha) \cdot T_s(n) + \alpha \cdot \frac{T_s(n)}{p}$$

Lo speed-up calcolabile sarà dunque uguale a

$$S(n,p) = \frac{T_s(n)}{(1-\alpha) \cdot T_s(n) + \alpha \cdot \frac{T_s(n)}{p}}$$

Generalmente, se portassimo il numero di core *p* all'infinito, raggiungeremmo il seguente valore:

$$\lim_{x \to +\infty} S(n, p) = \frac{1}{1 - \alpha}$$

La legge di Amdhal tuttavia ha dei problemi: intanto non tiene conto della scalabilità debole (poiché la legge di Amdhal considera un *n* costante)

9

Legge di Gustafson

La **legge di Gustafson** definisce ciò che si chiama **speed-up scalabile**, e che prende in assunzione che, se si **aumenta** il **numero di processi** p per una costante a, allora anche la **dimensione del problema** n **aumenta** di a.

$$S(n, p) = (1 - \alpha) + \alpha \cdot p$$

## 2.3 Esempi con MPI

Un altro esempio di codice parallelizzabile è la **somma tra vettori**. Per questo esempio, abbiamo dei vettori composti da n elementi, e abbiamo p core disponibili per fare la somma delle componenti dei vettori. Intuitivamente, il metodo più semplice per parallelizzare tale esempio è assegnare a ogni core un numero  $\frac{n}{p}$  di elementi da ogni vettore e calcolare dunque la somma tra le varie parti autonomamente.

MPI ha una funzione collettiva che ci permette di mandare ad ogni processo una parte di un elemento, ovverosia MPI Scatter(). Tale funzione è definita come segue:

```
int MPI_Scatter(
    void* send_buff_p,
    int send_count,
    MPI_Datatype send_type,
    void* recv_buff_p,
    int recv_count,
    MPI_Datatype recv_type,
    int src_proc,
    MPI_Comm comm
)
```

## 2.4 Tipi Derivati

Sappiamo che in C è possibile creare structs, ovverosia composizioni di vari tipi. Tuttavia, nel caso in cui volessimo usare una struct custom, come possiamo dire ad MPI come funziona la nostra struct? Si possono definire dei **tipi di MPI derivati**. Ad esempio, nell'esercizio del trapezio, noi per inviare dei dati abbiamo impiegato 3 invii e 3 ricezioni. Possiamo fare di meglio utilizzando proprio i tipi derviati.

Tipi Derivati

Un **tipo derivato** di MPI consiste in una **sequenza** di **tipi primitivi** di MPI, che indica anche lo spazio che ogni tipo primitivo occupa in memoria.

Possiamo creare nuovi tipi attraverso la funzione MPI\_Type\_create\_struct(), che è definita come segue:

```
int MPI_Type_create_struct (
   int count,
   int array_of_blocklengths[],
   MPI_Aint array_of_displacements[],
   MPI_Datatype array_of_types[],
   MPI_Datatype* new_type_p
)
```

Nel seguente codice, vedremo come trasformare una struct di C in un tipo derivato:

```
CustomStruct.c
struct my_struct {
   double a;
   double b;
    int c;
}
// Trasformiamo my struct in un tipo derivato
MPI_Aint a_addr, b_addr, c_addr;
MPI_Get_address(&a, %a_addr);
array of displacements[0] = 0;
MPI_Get_address(&b, %b_addr);
array_of_displacements[0] = b_addr - a_addr;
MPI Get address(&c, %c addr);
array_of_displacements[0] = c_addr - b_addr;
// Facciamo il commit del tipo derivato
MPI_Type_commit()
```

## Chapter 3

## **PThreads**

Con MPI, ci siamo sempre occupati di sistemi a memoria distribuita, dove i processi sono collegati da qualche mezzo (come un bus comune, o una connessione internet). Tuttavia come rappresentazione, questa è molto semplificata.

Ogni nodo (o server, o addirittura *blade*) contiene una memoria DRAM e una CPU multicore. In questa CPU, per ogni core sono presenti, assieme all'ALU, anche una cache L1 privata. La CPU ha anche assegnata una cache L2 comune. Assegnato al nodo, può esserci anche una, o più, GPUs (Graphics Processing Unit) e una, o più, NICs (Network Interface Card).

Come possiamo sfruttare un cluster di servers? Sappiamo che ogni server può comunicare attraverso MPI, ma come usarlo al meglio? Dovremmo scrivere un programma di MPI per ogni core? O per ogni nodo?

Di norma, si usa creare un processo MPI per ogni nodo, e poi internamente sfruttare librerie come PThreads e CUDA (per le GPU Nvidia) per gestire rispettivamente i core / threads delle CPU e i core della GPU. Il vantaggio di usare dei threads al posto di processi separati è che i **threads condividono la memoria DRAM** della CPU.

Ridefiniamo al volo cosa intendiamo con il termine **processo** e **thread**, così da poter distinguere la differenza tra un processo e un thread:

#### Processo

Un **processo** è un'**istanza di computazione** di un programma che può essere in esecuzione, in stato di attesa o sospeso.

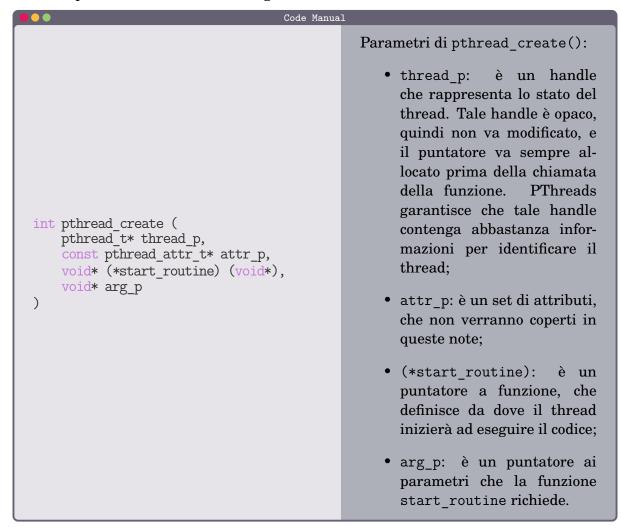
#### Thread

Un thread è l'istanza di computazione più piccola e indipendente che può essere eseguita su un computer.

Sui sistemi UNIX, un processo si crea tramite la chiamata di sistema fork(). Facendo così, il processo padre viene duplicato e riassegnato al processo figlio. Quando viene creato il processo, viene copiato il codice del processo, la sua memoria, etc... Una volta copiata la memoria del processo, questa viene poi sovrascritta con il codice

Sempre sui processi UNIX, si usa la libreria PThreads, che sta per POSIX Threads. Questa libreria può essere utilizzata tramite C, includendola proprio come veniva fatto per MPI.

Con MPI dovevamo usare un wrapper specifico di gcc, ma con PThreads non è necessario: i threads infatti vengono creati automaticamente una volta lanciato il programma. La funzione per creare un thread è la seguente:



Un puntatore a funzione è semplicemente un indirizzo di memoria che indica il luogo in memoria dove è immagazzinata una funzione. Il nome di una funzione è utilizzabile per ottenere il puntatore della funzione stessa. Ad esempio:

```
FunctionPointer.c

1 void func(int a) {
2     printf("Hello world");
3 }
4
5 void main() {
6     // Riprendere dalle slides...
7 }
```

Le variabili globali sono visibili da tutti i threads, tuttavia è meglio evitarne l'uso a meno che non sia assolutamente necessario.

Per attendere la fine dell'esecuzione di un thread, si usa la funzione pthread\_join(). Tale funzione richiede in input l'handle del thread, e aspetterà finché il thread non terminerà la sua esecuzione.

#### 3.1 Concorrenza

Supponiamo di voler creare, similarmente a come è stato fatto per MPI, un programma che calcoli il vlaore di  $\pi$  tramite approssimazione. Proviamo dunque a scrivere una versione del codice con PThreads:



Proviamo a vedere il valore delle varie approssimazioni in base al numero di threads t con cui eseguiamo il programma:

Threads	n					
	$10^{5}$	$10^{6}$	$10^{7}$	$10^{8}$		
π	3,14159	3,141593	3,1415927	3,14159265		
t = 1	3,14158	3,141592	3,1415926	3,14159264		
t = 2	3,14158	3,141480	3,1413692	3,14164686		

Come possiamo notare, più il numero di threads aumenta, più la stima si allontana dal valore reale. Questo però è controintuitivo, in quanto ci aspetteremmo che con più threads la stima dovrebbe essere più accurata. Quindi, come mai succede questo?

Il motivo sta nella riga di codice sum += factor/(2 \* i + 1), più nello specifico, nel fatto che la variabile sum è condivisa da tutti i threads. Quando si fa l'operazione += non stiamo facendo solo una somma, ma stiamo eseguendo più istruzione.

#### 3.1.1 Busy Waiting

#### 3.1.2 Mutex

Un modo alternativo per far sì che l'accesso a una variabile sia controllato è usare una **mutex** (mutual exclusive). Le mutex esistono per ovviare al problema del busy waiting, cioè che la CPU continua a non eseguire nulla mentre controlla il valore di una variabile.

Mutex

Una variabile **mutex** (mutually exclusive) è una variabile che **controlla** l'accesso a una sezione critica, e che permette a un solo thread alla volta di accedervi.

PThread implementa il concetto di mutex attraverso un tipo speciale: pthread\_mutex\_t. Le mutex sono implementate attraverso istruzioni di Assembly particolari, come ad esempio le test/set. Le istruzioni test/set sono istruzioni **atomiche** che riescono a controllare una variabile e impostarla a 1 quando essa è 0.