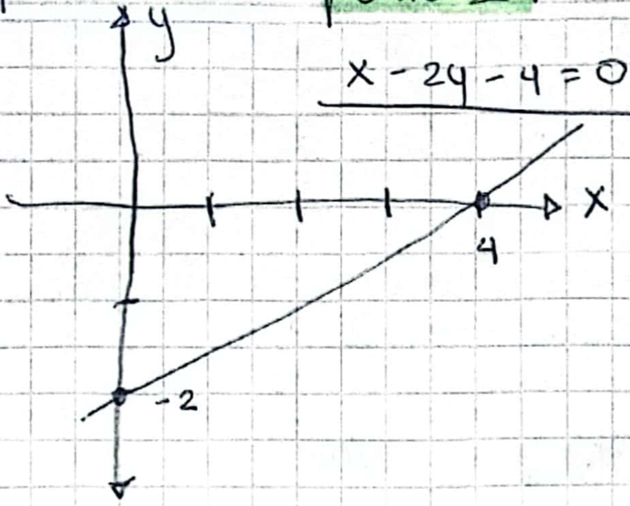
P4 1.

Ejercicio 24. Punto 2.

$x - 2y - 4 = 0$



• Hallar ptos corte

$\boxed{x = 0}$

$-2y = 4$

$y = -2$

$\boxed{y = 0}$

$x = 4$

• Hallar la hipotenusa por 2 métodos.

(1) Diferencial en x:

$f(x) = \frac{x}{2} - 2$

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + [f'(x)]^2}\, dx$$

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + (1/2)^2}\, dx$$

$$L = \int_0^4 \sqrt{5/4}\, dx$$

$$L = \sqrt{5/4}\, x = \sqrt{5/4}\,(4)$$

$$= \frac{\sqrt{5}}{\cancel{2}}\,(\cancel{4})^2 = 2\sqrt{5} + C$$

(2) Diferencial en y:

$g(x) = 2y + 4$

$$L = \int_c^d \sqrt{1 + [g'(y)]^2}\, dy$$

$$L = \int_{-2}^0 \sqrt{1 + (2)^2}\, dy$$

$$L = \int_{-2}^{0} \sqrt{5}\, dy = \sqrt{5}\, y + C$$

$$= \sqrt{5}\,(-(-2)) = 2\sqrt{5} + C.$$

Ejercicio 1 Punto 3 P4

$$V = \pi \int_0^b [f(x)]^2\, dx. \longrightarrow \text{Cono.}$$

$$V = \pi \int_0^b x^2 c^2\, dx$$

$$V = \pi c^2 \int_0^b x^2\, dx$$

$$V = \pi c^2 \left(\frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^b + c$$

$$V = \frac{\pi c^2 b^3}{3} + c$$

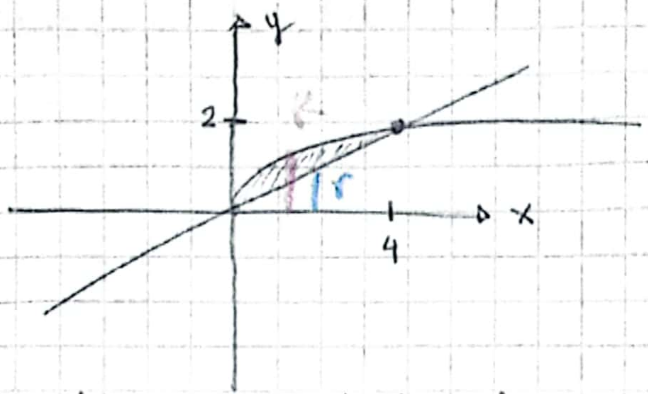
Si el área de la base del cono es πR^2 donde R es una función de b, $f(b) = bc$, tenemos que

$$V = \underbrace{\pi\,(cb)^2}_{\text{área de la base del cono.}} \cdot \underbrace{b}_{\text{altura}} \cdot \frac{1}{3}$$

Se prueba que el volumen está descrito como el producto del área de la base del cono por la altura b, y eso divido entre 3 (la tercera parte de ese producto)

Ejercicio 12 Punto 4 P4

gráfica en 2D.



$f(x) = \sqrt{x}$

$g(x) = \frac{x}{2}$

Usando el método de las arandelas.

$$V = \pi \int_0^t (\underbrace{f(x)}_{R}^2 - \underbrace{g(x)}_{r}^2) \, dx$$

$$V = \pi \int_0^t \left(x - \frac{x^2}{4} \right) dx$$

$$V = \pi \left[\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{12} \right] \Bigg|_0^t$$

$$V = \pi \left[\frac{t^2}{2} - \frac{t^3}{12} \right]$$

Igualar el volumen a $\frac{\pi t^3}{3}$

$$\frac{\pi t^2}{2} - \frac{\pi t^3}{12} = \frac{\pi t^3}{3}$$

$$6t^2 - t^3 = 4t^3$$

$$5t^3 - 6t^2 = 0$$

$$t^2(5t-6)=0$$

$$t=0 \quad ; \quad t=\frac{6}{5}$$

Como $1<t<2$ tomamos el segundo valor de $t=\frac{6}{5}=1.2$

Ejercicio 9 Punto 5 P4

El voltaje lo podemos escribir como

$V(q)=kq$, donde k es una constante de proporcionalidad.

El trabajo W necesario para cargar el condensador desde $q=a$ hasta $q=b$ está dado por:

$$W=\int_a^b V(q)\,dq$$

y $V(q)=\frac{q}{C}$ donde C es la capacidad del condensador

$$W=\int_a^b \frac{q}{C}\,dq = \frac{1}{C}\int_a^b q\,dq$$

$$W=\left.\frac{q^2}{2C}\right|_a^b = \frac{1}{2C}(b^2-a^2)$$

Si escribimos b y a en términos de voltaje:

$b=CV(b)$ y $a=CV(a)$

donde una carga q es igual a la capacidad del condensador multiplicado por su voltaje

6

$$W = \frac{1}{2C} \left[(CV(b))^2 - (CV(a))^2 \right]$$

Teniendo en cuenta que el capacitor está inicialmente descargado y

se necesita demostrar el Trabajo realizado para situar una carga Q, se pueden reescribir los límites de integración de esta forma:

$$W = \frac{1}{C} \int_0^Q q \, dq$$

$$W = \frac{1}{2C} Q^2$$

Si $Q = CV(Q)$, $\frac{Q}{C} = V(Q)$

$$W = \frac{1}{2} Q \, V(Q)$$