TALLER DE NUMÉRICO

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

Leidy Yoana Medina Torres

10 de octubre de 2025

PAUTAS DE ENTREGA

Se debe entregar un solo documento en formato **pdf o ipynb** , en este documento debe encontrarse:

1. Nombre del Trabajo
2. Nombre de los integrantes del equipo de trabajo
3. Cada ejercicio, debe contener su documentación, desarrollo o desglose del problema, solución, graficas y las justificaciones de cada uno. Debe encontrarse en su respectivo orden:
   a) **Solución Ejercicio 1**
   b) **Solución Ejercicio 2**
4. Adicional a la solución se requiere un video explicando la solución de solo un problema de los propuestos**(valor 2.0)**.
5. Pueden con los programas que se realizaron en clase o los propios, es decir que no pueden usar las rutinas prediseñadas de python. Pueden realizar modulo-libreria en python que se llame **sel.py, ajustes.py, edos.py** para que realicen una importación de estas para la ejecución sea más sencilla(a la solución no se visualice con tantas celdas de codigo) a la hora de solucionar cada problema.
6. Cada cabeza es un mundo luego cada trabajo debe ser diferente, siendo el mismo trabajo solicitado.
7. La entrega de esta tarea debe ser por la U-virtual y debe ser en el plazo que la plataforma lo indica
8. **Entrega que no siga las recomendaciones dadas se le descontará 15 puntos**

1. **Sistemas de ecuaciones lineales** Consideremos una placa cuadrada de 30×30 unidades, en la cual se estudia la **distribución estacionaria de temperaturas**. Para ello, se utiliza el solución

de ecuaciones lineales. En los bordes de la placa se imponen las siguientes condiciones de frontera:

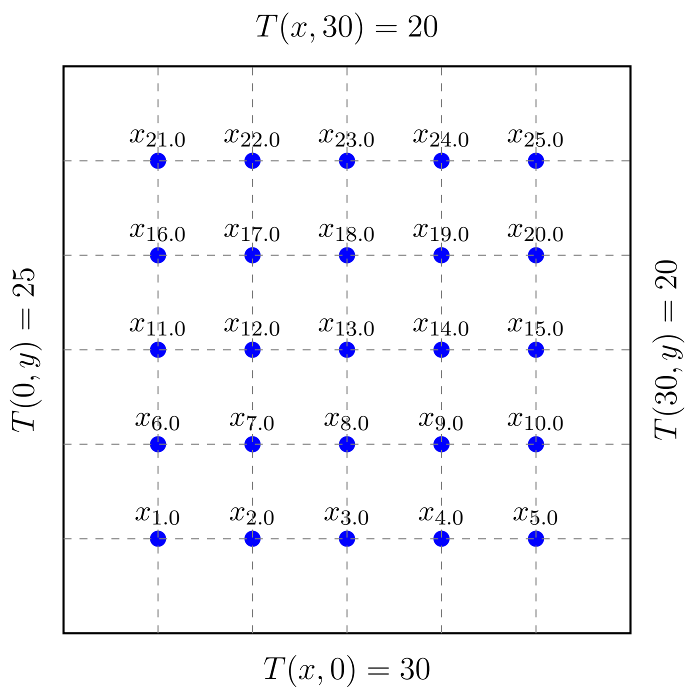
$$
\begin{aligned}
T(x,0) &= 30,\\
T(x,30) &= 20,\\
T(0,y) &= 25,\\
T(30,y) &= 20.
\end{aligned}
$$

La región se divide en una malla con 25 nodos interiores, donde cada incógnita x_i representa la temperatura en el nodo correspondiente. El siguiente esquema muestra la numeración de los nodos interiores:

Cada nodo interior satisface la ecuación de diferencias finitas:

$$x_{i,j} = \frac{1}{4}\big(x_{i+1,j} + x_{i-1,j} + x_{i,j+1} + x_{i,j-1}\big),$$

lo cual conduce a un sistema de 25 ecuaciones lineales con 25 incógnitas. La resolución de dicho sistema proporciona la distribución aproximada de temperaturas en la placa.



a) Formule el sistema de ecuaciones lineales que corresponde los nodos.

b) Qué valor tiene el radio espectral usando el método de Jacobi?

c) Qué valor tiene el radio espectral usando el método de Gauss-Seidel?

d) Utilice el método de Gauss-Seidel o Jacobi para resolver cuáles son las temperaturas de los nodos que se aprecian en la figura.

2. **Ecuaciones diferenciales-Teoría de catástrofes(20 %)** Alrededor del año 1970 y 1980, nace la teoría de las catástrofes producto de la investigación de Rene Thom, la cual esta relacionada con la teoría cualitativa de las ecuaciones diferenciales. Una ejemplo de esta teoría es la pérdida

de estabilidad de un sistema dinámico: Consideremos el modelo que representa la dinámica de una población de mariposas

$$\frac{dy}{dt} = g(y) = \gamma A y - \psi y^2 - \frac{\alpha y^2}{1+\beta y^2}$$

Los dos primeros términos de la ecuación representan un modelo logístico y el último factor corresponde al modelo de disco Holling

a. Determine los puntos de equilibrio resolviendo la ecuación $y'(t) = 0$ con los siguientes valores $\beta = 0.1$, $\alpha = 0.5$, $\gamma = 0.0111$, $\psi = 0.009$ y variando los valores de $A = 30, 35, 40, 45, 80, 90$, use un método de ceros de funciones para determinar las soluciones para cada valor de A.

b. Determine la solución de la ecuación diferencial con el método de Euler o Runge Kutta con $y(0) = 18$

c. Realice una de la solución del primer literal para cada valor de A

d. Realice la gráfica de fase de la ecuación autónoma para cada valor de A, es decir gráfica de y' donde A representa un factor de crecimiento ambiental o externo e interprete.

3. **Ajustes** En un club de pesca deportiva quieren pesar sus peses, pero el objetivo es liberarlos lo más rápido posible para no causar daño al pez. Tal que diseña un modelo matemático para realizar dicha medida.

Longitud	14.5	12.5	17.25	14.5	12.625	17.75	14.125	12.625
Peso	27	17	41	26	17	49	23	16

a) Contruya un polinomio que pase por cada uno de los datos y estime el peso de un pez de una longitud de 16ul.

b) Determine un modelo no lineal y estime el mismo valor

4. **Sistemas de ecuaciones diferenciales** Consideremos el movimiento de insulina, la cual se administra vía intravenosa al interior del flujo sanguíneo de un conejo, donde los dos compartimientos son el plasma sanguíneo (comportamiento 1) y el fluido extra celular (comportamiento 2). Sea $x(t)$ la concentración de la insulina en el plasma y que $y(t)$ sea la concentración de insulina en el fluido extra celular, así:

$$\begin{cases} x' = -0.8x + 0.3y \\ y' = 0.5x - 0.3y \end{cases}$$

En este modelo la insulina es transportada en ambos sentidos entre el plasma y el fluido extracelular a velocidades constantes. Las condiciones iniciales $x(0) = 1$, $y(0) = 0$, donde t en minutos, concentraciones en unidades adecuadas (U/mL). Los coeficientes representan: Tasa de eliminación de plasma: $0.8 min^{-1}$, Intercambio entre compartimientos: $0.3 - 0.5$
min^{-1}

a) Resuelva el sistema de ecuaciones usando el método de Euler en el intervalo $0 \leq t \leq 4$ con h=0.01.

b) ¿Cuál es la concentración de insulina en el fluido extracelular en $t = 2$ minutos?

c) ¿Cuál es la concentración de insulina en el plasma en $t = 2$ minutos?

d) Interprete físicamente el comportamiento de las concentraciones en el tiempo.