Jacobian Constantin-Ilie

Examen

① Rezolvați sistemul prin metoda Gauss:

Soluția: $x_1 = 3$; $x_2 = 1$; $x_3 = 2$

$$\begin{cases} 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 16 \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 13 \\ 6x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 19 \end{cases}$$

$$\tilde{A} = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 2 & 16 \\ 2 & 3 & 2 & 13 \\ 6 & 3 & 4 & 9 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 & 13 \\ 3 & 3 & 2 & 16 \\ 6 & 3 & 4 & 9 \end{pmatrix} \begin{matrix} \cdot(-3) \\ \cdot 2 \leftarrow (+) \\ \\ \end{matrix} \Rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 & 13 \\ 0 & -3 & -2 & -7 \\ 6 & 3 & 4 & 9 \end{pmatrix} \begin{matrix} /(-3) \\ \\ \leftarrow (+) \end{matrix} \Rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 & 13 \\ 0 & -3 & -2 & -7 \\ 0 & -6 & -2 & -30 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ /(-2) \\ \leftarrow (+) \end{matrix} \Rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 & 13 \\ 0 & -3 & -2 & -7 \\ 0 & 0 & 2 & -16 \end{pmatrix}$$

Subiectul II Alegeți 3 puncte din umătorul tabel și găsiți polinomul de interpolare prin metoda lagrange

x	-2	-1	0	1	2
f(x)	7	3	1	1	3

Punctele (0,1) ; (1,1) ; (2,3)

$$L(x) = 1 \cdot \frac{x-1}{0-1} \cdot \frac{x-2}{0-2} + 1 \cdot \frac{x-0}{1-0} \cdot \frac{x-2}{1-2} + 3 \cdot \frac{x-0}{2-0} \cdot \frac{x-1}{2-1} =$$

$$= \frac{x-1}{-1} \cdot \frac{x-2}{-2} + x \cdot \frac{x-2}{-1} + 3 \cdot \frac{x}{2} \cdot \frac{x-1}{1} =$$

$$= \frac{(x-1)(x-2)}{2} - x(x-2) + \frac{3x(x-1)}{2} =$$

$$= \frac{x^2 - 3x + 2 - 2x^2 + 4x + 3x^2 - 3x}{2}$$

$$= \frac{2x^2 - 2x + 2}{2} = \frac{2(x^2 - x + 1)}{2} = x^2 - x + 1$$

Sub. III Calculați integrala $I = \int_a^{a+2} (3x^2 - x)\,dx$ prin 3 metode (met. dreptunghiului, met. trapezelor și met. Simpson) utilizând un pas $h = 0{,}5$.

Alegeți o dintre următoarele valori $a \in \{-2, -1, 0, 1\}$

$a = 0$

$I = \int_0^2 (3x^2 - x)\,dx = \left(\frac{3x^3}{3} - \frac{x^2}{2}\right)\Big|_0^2 =$

$\left(x^3 - \frac{x^2}{2}\right)\Big|_0^2 = 8 - 2 = 6 \quad h = \frac{1}{2}$

$I_{\text{dreptunghi}} = \int_0^{1/2} (3x^2 - x)\,dx + \int_{1/2}^{1} (3x^2 - x)\,dx =$

$= f(0) \cdot \frac{1}{2} + f\left(\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{1}{2} =$

Met. trapezului

$I = \int_0^3 (3x^2 - x)\,dx =$