2 oct 2023

SEMINAR 5

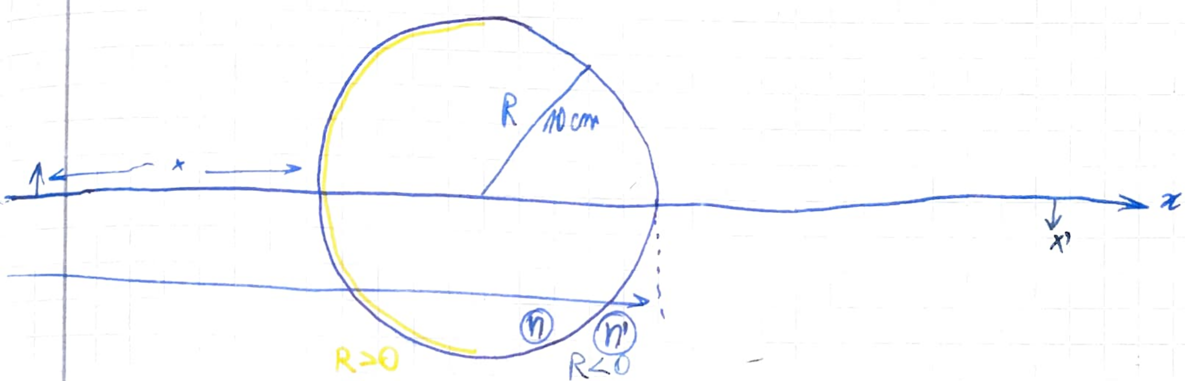
O lentilă sferică are raza de curbură R și indicele de refracție n, situată într-un lichid transparent, cu indicele de refracție n'.

$n = 1,5 = 3/2$

$n' = 1,33 = 4/3$

$R = 10\ cm$

Caracteristicile unei imagini a unui obiect cu înălțimea $y = 1\,cm$ situat la 20 cm de lentilă.



distanța străbătută de lumină prin mediu / indicele de refracție al mediului

$$R = \begin{pmatrix} 1 & \boxed{0} \\ \varphi_2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{2R}{n} \\ \boxed{0} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \boxed{0} \\ \varphi_1 & 1 \end{pmatrix}$$

refracție 2 — translație — refracție 1

$$\varphi = \frac{n_{ieșire} - n_{proveniență}}{R}$$

$\langle \varphi \rangle$ = dioptrie

$$\varphi_2 = \frac{n' - n}{-R} \quad ; \quad \varphi_1 = \frac{n - n'}{R}$$

$$\varphi_2 = \frac{4/3 - 3/2}{-10} = \frac{(8-9)/6}{-10} = \frac{-1}{-60} = \frac{1}{60}\ cm^{-1} = \frac{5}{3}\ m^{-1}$$

1 dioptrie = puterea de dioptru a unei lentile cu distanța focală de un metru

$$\varphi_1 = \frac{(3/2) - (4/3)}{10\ cm} = \dots = \frac{1}{60}\ cm^{-1} = \frac{5}{3}\ m^{-1}$$

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{5}{3} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{40}{300} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 5/3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{4}{30} \\ \frac{5}{3} & \underbrace{1 - \frac{2}{9}}_{7/9} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 5/3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{7}{9} & -\frac{4}{30} \\ \frac{80}{27} & \frac{7}{9} \end{pmatrix}$$

$$S = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{x'}{n'} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \frac{x}{n'} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$R_{11}\frac{x}{n'} - R_{22}\frac{x'}{n'} - R_{21}\frac{xx'}{n'n'} + R_{12} = 0$$ (condiția să se formeze imaginea)

$$\frac{7}{9}\cdot\frac{-20}{4/3} - \frac{7}{9}\cdot\frac{x'}{4/3} - \frac{80}{27}\cdot\frac{-20\cdot x'}{16/9} - \frac{2}{15}\,m = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cancel{\frac{35}{3}\,cm - \frac{7}{12}x'}$$

$$-\frac{35}{3}\,cm - \frac{7x'}{4\cdot 3} - \frac{80}{27}\,m^{-1}\cdot$$ în fine...

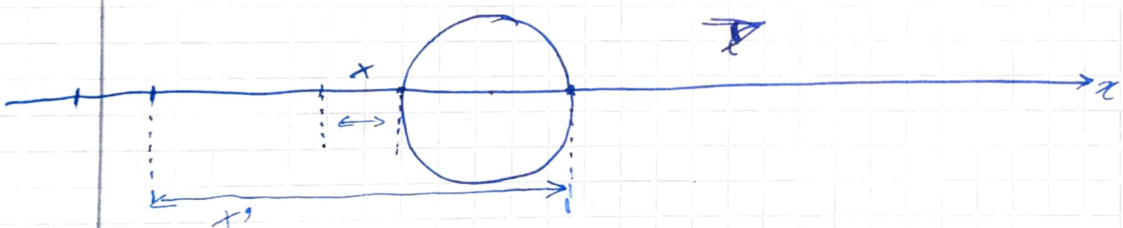
(...)

$$-\frac{175}{3} - \frac{200}{15} = x'\left(\frac{7}{12} - \frac{4}{12}\right) \Rightarrow \cancel{-\frac{375}{15}} \quad -\frac{215}{3} = \frac{x'}{4} \Rightarrow x' = \frac{-4\cdot 215}{3} =$$

În fine...

$$x' = -100\ cm$$

$$\begin{array}{r|l} 215 & 3 \\ \hline 21 & 71, \\ =5 & \\ 3 & \\ 20 & \end{array}$$



$$S_{11} = M = R_{11} - R_{21}\cdot\frac{x'}{n'}$$

$$S_{11} = \frac{7}{9} + \frac{80}{27}\,m^{-1}\cdot 1m\cdot\frac{3}{4}$$

$$S_{11} = \frac{27}{3} = 3 \Rightarrow M = 3$$

E ca o lupă, dar cu care poți vedea numai un fascicul îngust și trebuie ținută foarte aproape de ochi.

55/38

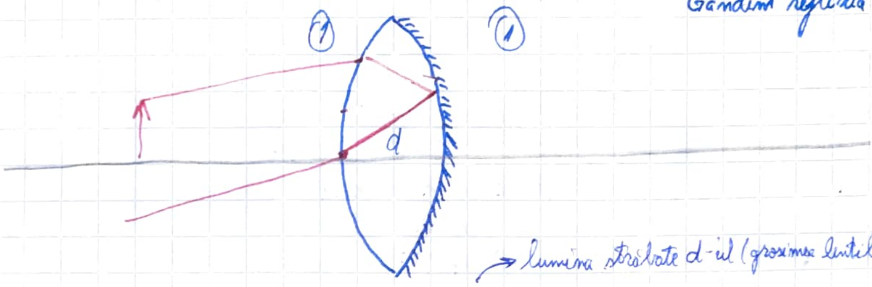
$\boxed{55/38}$

O lentilă biconvexă de sticlă ($n_2 = \frac{3}{2}$), cu razele $|R_1| = |R_2| = 5$ cm și grosimea $d = 5$ cm. Se argintează pe una din fețe (devine oglindă). Să se determine:

a) elementele cardinale.

Gândim reflexia ca pe o refracție cu $n_2 = -n_1$

R măsurat din vârf spre centru.



→ lumina străbate d-ul (grosimea lentilei) invers

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \varphi_2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \frac{-d}{n_2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \varphi_{refla} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \frac{-d}{n_2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \varphi_1 & 1 \end{pmatrix}$$

refracția — translație — reflexie — translație — refracție

$$\varphi_1 = \frac{n_2 - n_1}{R_1} = \frac{1/2}{5\,cm} = \frac{1}{10}\,cm^{-1}$$

$n_{imagine} = -n_{obiect}$

$$\varphi_2 = \frac{1 - n_2}{-R_1} = \frac{-1/2}{-5\,cm} = \frac{1}{10}\,cm^{-1}$$

$$\varphi_R = \frac{-n_2 - n_2}{-R_2} = \frac{2n_2}{R_2} = \frac{3}{5}\,cm^{-1}$$

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{10}\,cm^{-1} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \overset{-\frac{5\,cm}{3/2}}{\frac{10}{3}} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{10} & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{10}{3} \\ \frac{1}{10} & \frac{4}{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{10} & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{4}{3} & \frac{10}{3} \\ \frac{1}{10} + \frac{4}{30} & \frac{4}{3} \end{pmatrix}$$

$$R = \ldots = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{pmatrix}$$

Condiția de stigmatism

$$S = \begin{pmatrix} 1 & \frac{-x'}{n} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{pmatrix} \overset{(n=1)}{\begin{pmatrix} 1 & \frac{x}{n} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}} = \begin{pmatrix} S_{11} & \overset{0}{S_{12}} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix}$$

Puncte și plane principale

$$\left.\begin{matrix} M = 1 \Rightarrow S_{11} = 1 \\ S_{22} = 1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{matrix} x_P \\ x'_{P'} \end{matrix}$$

$S_{12} = 0 \Rightarrow$ ecuația punctelor conjugate

$x \to -\infty$; $x'_{F'}$

$x' \to +\infty$; x_F