Determinismo vs non Determinismo nei push down.

deterministico PDA: DPDA

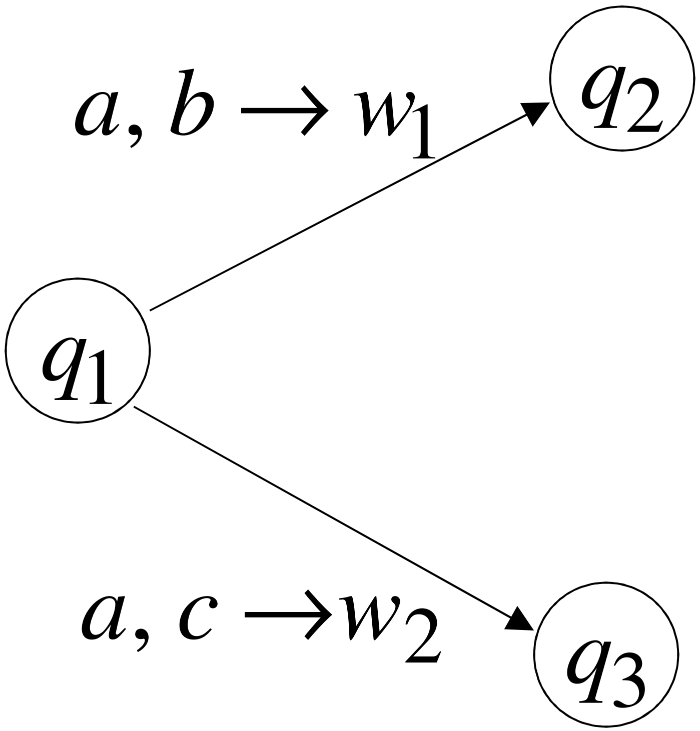
Transizioni permesse:

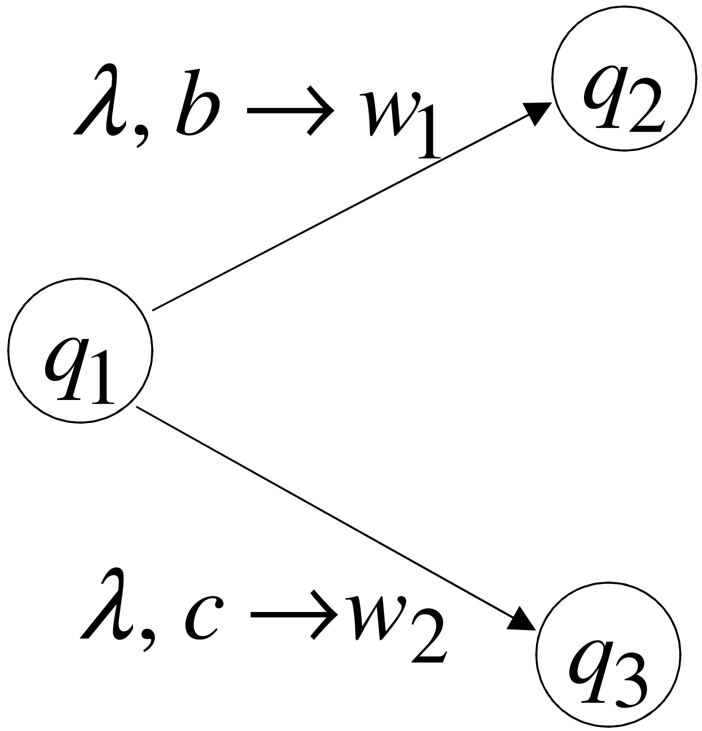
$$q_1 \xrightarrow{a,\, b \rightarrow w} q_2$$

$$q_1 \xrightarrow{\lambda,\, b \rightarrow w} q_2$$

(scelte deterministiche)

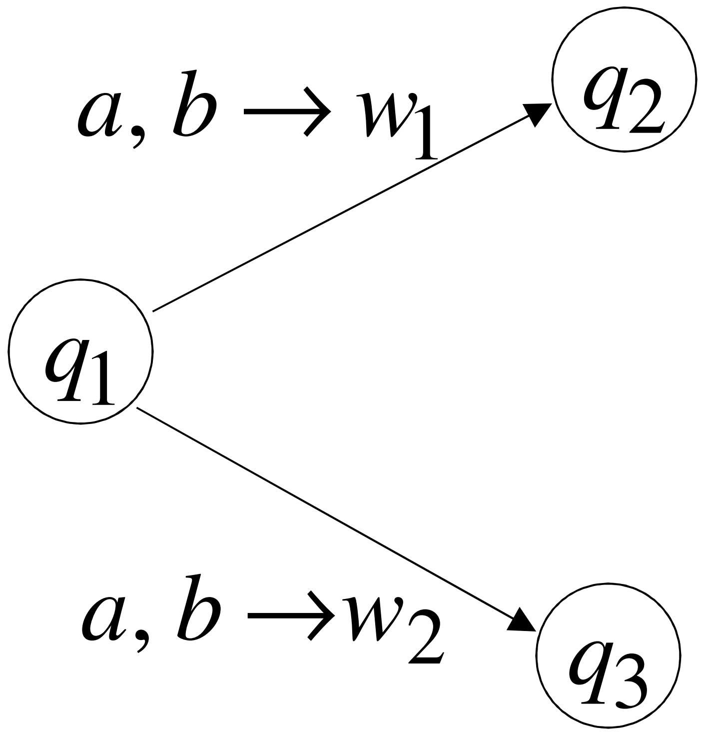
Transizioni permesse:

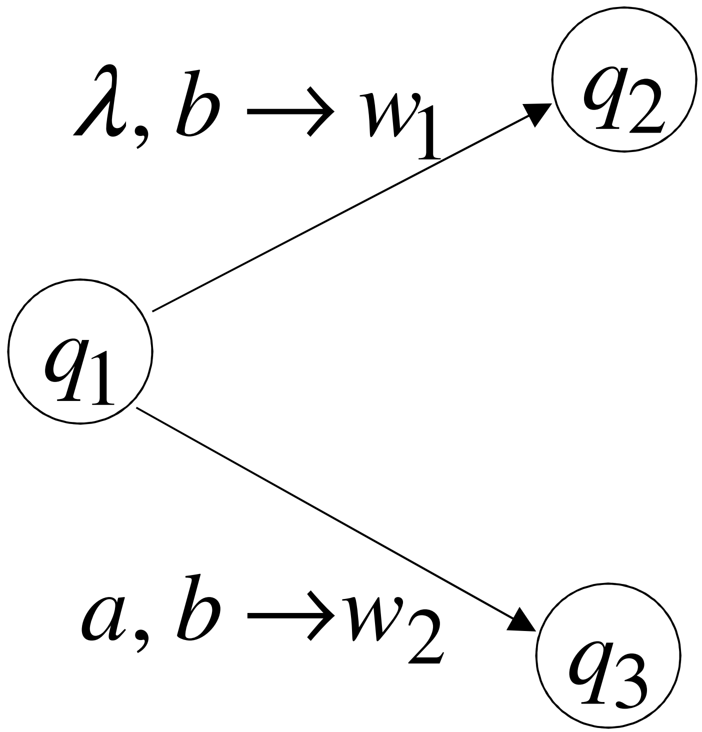




scelte deterministiche

Non permesse:

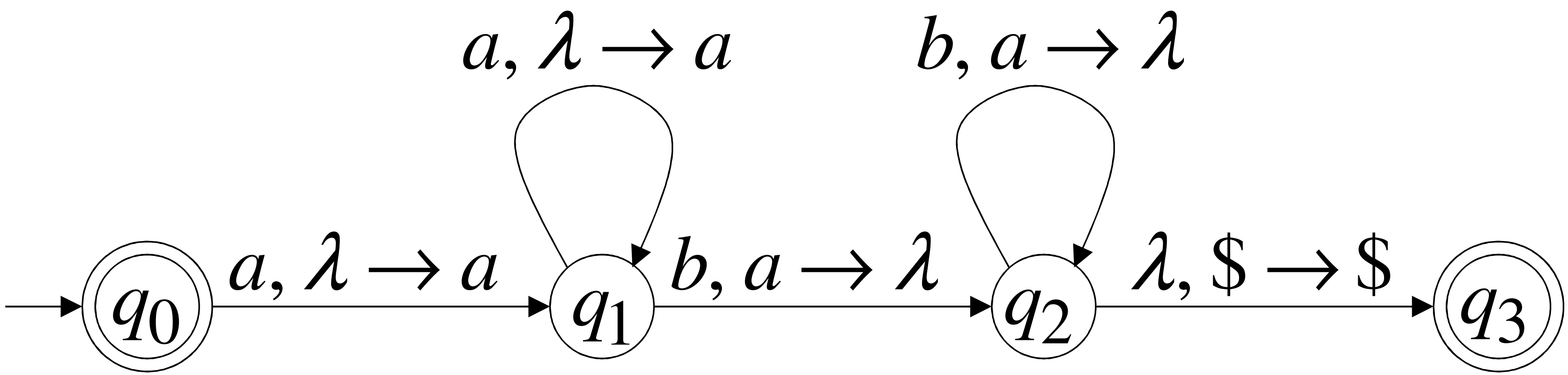




(scelte non deterministiche)

Deterministico PDA
esempio

$$L(M) = \{a^n b^n : n \geq 0\}$$



Definition:

Un linguaggio L è **deterministico context-free**

Se esiste un DPDA che lo accetta

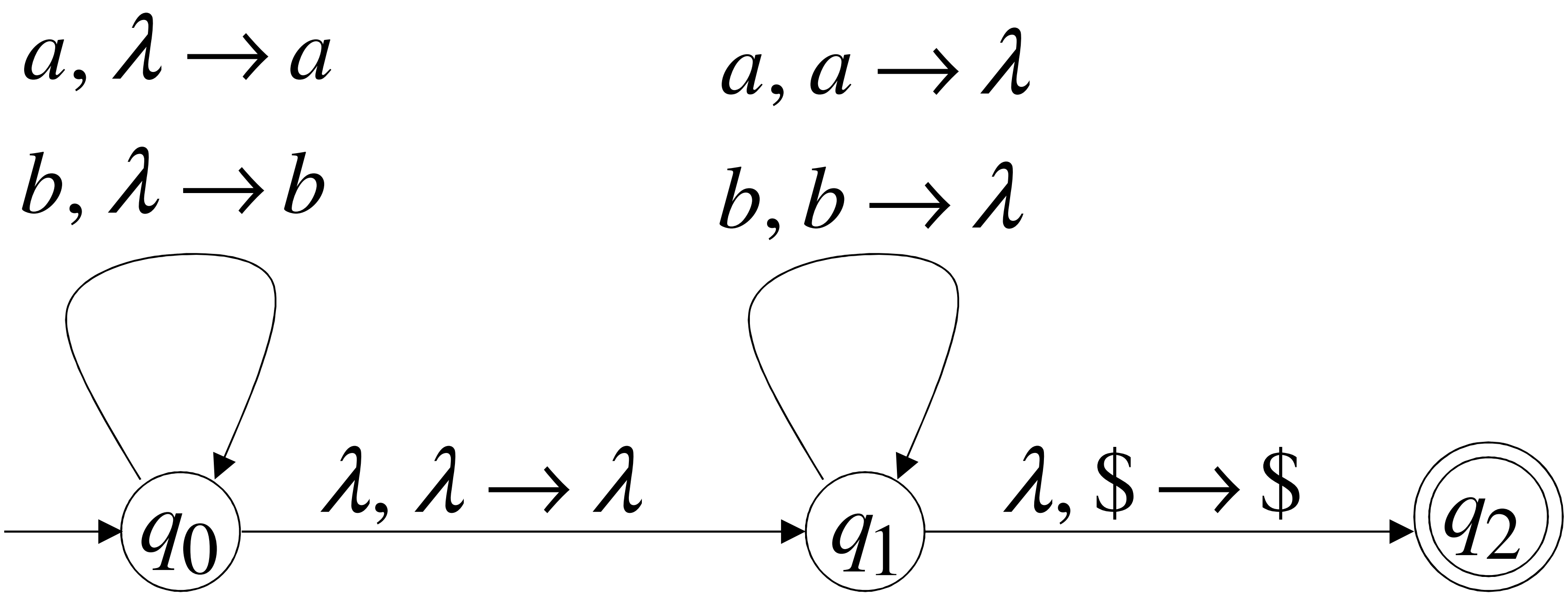
Esempio:

Il linguaggio $L(M) = \{a^n b^n : n \geq 0\}$

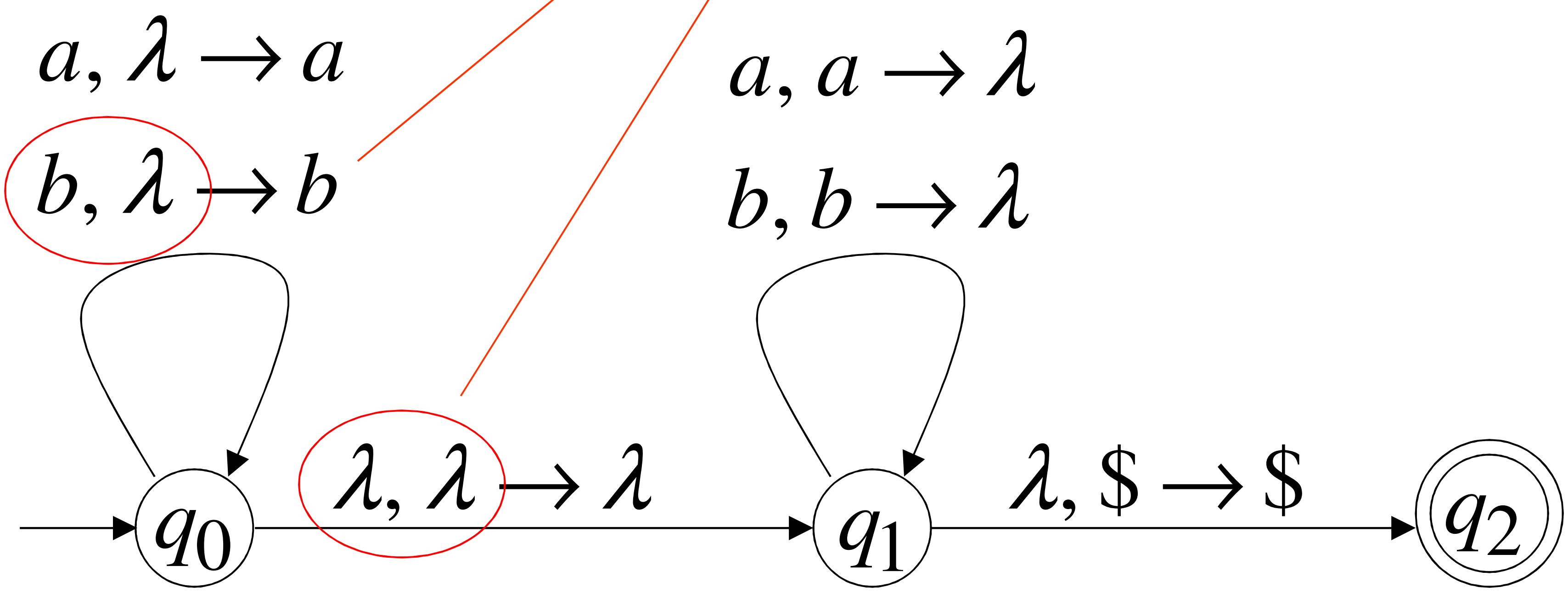
è **deterministico context-free**

Esempio di Non-DPDA (PDA)

$$L(M) = \{vv^R : \; v \in \{a,b\}^*\}$$



Non è permesso in DPDA



I PDA

hanno più potere dei

DPDA

Vale la relazione:

$$\left\{\begin{array}{c}\text{deterministico}\\ \text{Context-Free}\\ \text{linguaggi}\\ \text{(DPDA)}\end{array}\right\} \subseteq \left\{\begin{array}{c}\text{Context-Free}\\ \text{linguaggi}\\ \text{PDA}\end{array}\right\}$$

Poichè ogni DPDA è anche un PDA

Dimostriamo che :

$$L \notin \left\{ \begin{array}{c} \text{deterministico} \\ \text{Context-Free} \\ \text{Languages} \\ \text{(DPDA)} \end{array} \right\} \subset \left\{ \begin{array}{c} \text{Context-Free} \\ \text{Languages} \\ \text{(PDA)} \end{array} \right\} \ni L$$

Definiremo un linguaggio context-free L che non è Accettato da un DPDA

Il linguaggio è :

$$L = \{a^n b^n\} \cup \{a^n b^{2n}\} \qquad\qquad n \geq 0$$

Dobbiamo dimostrare che :

- L è context free
- L **non è** deterministico context-free

$$L = \{a^n b^n\} \cup \{a^n b^{2n}\}$$

Il linguaggio L è context-free

Grammatica Context-free per : L

$$S \rightarrow S_1 \mid S_2 \qquad \{a^n b^n\} \cup \{a^n b^{2n}\}$$

$$S_1 \rightarrow aS_1b \mid \lambda \qquad \{a^n b^n\}$$

$$S_2 \rightarrow aS_2bb \mid \lambda \qquad \{a^n b^{2n}\}$$

Teorema:

Il linguaggio $L = \{a^n b^n\} \cup \{a^n b^{2n}\}$

non è deterministico context-free

(**nessun** DPDA accetta L)

Dim : Assumiamo per assurdo che

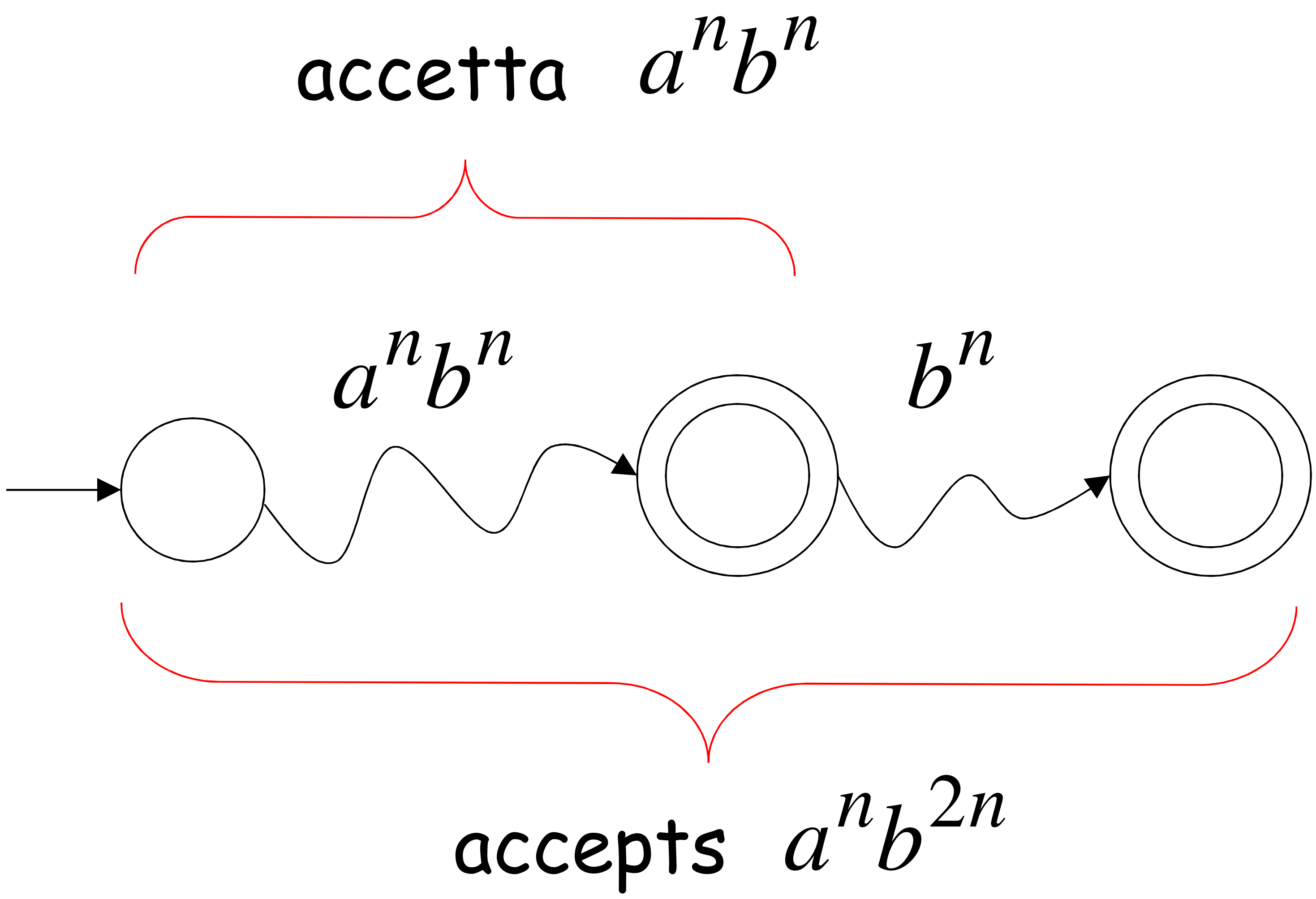
$$L = \{a^n b^n\} \cup \{a^n b^{2n}\}$$

è deterministico context free

quindi:

Esiste un DPDA M che accetta L

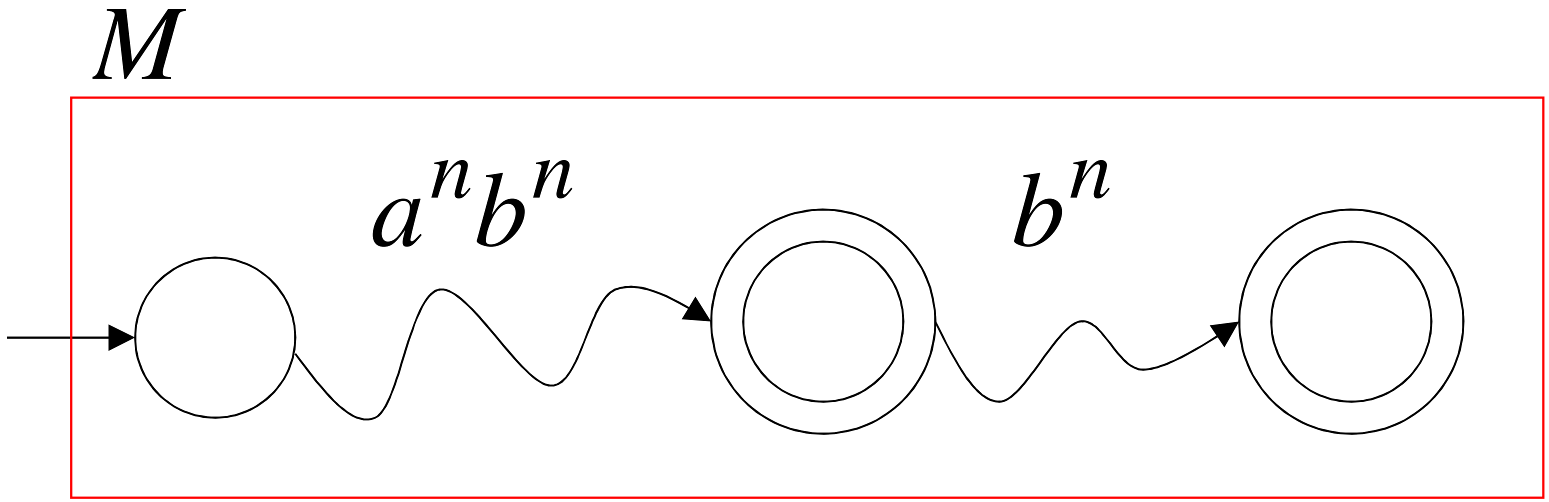
DPDA M con $L(M) = \{a^n b^n\} \cup \{a^n b^{2n}\}$



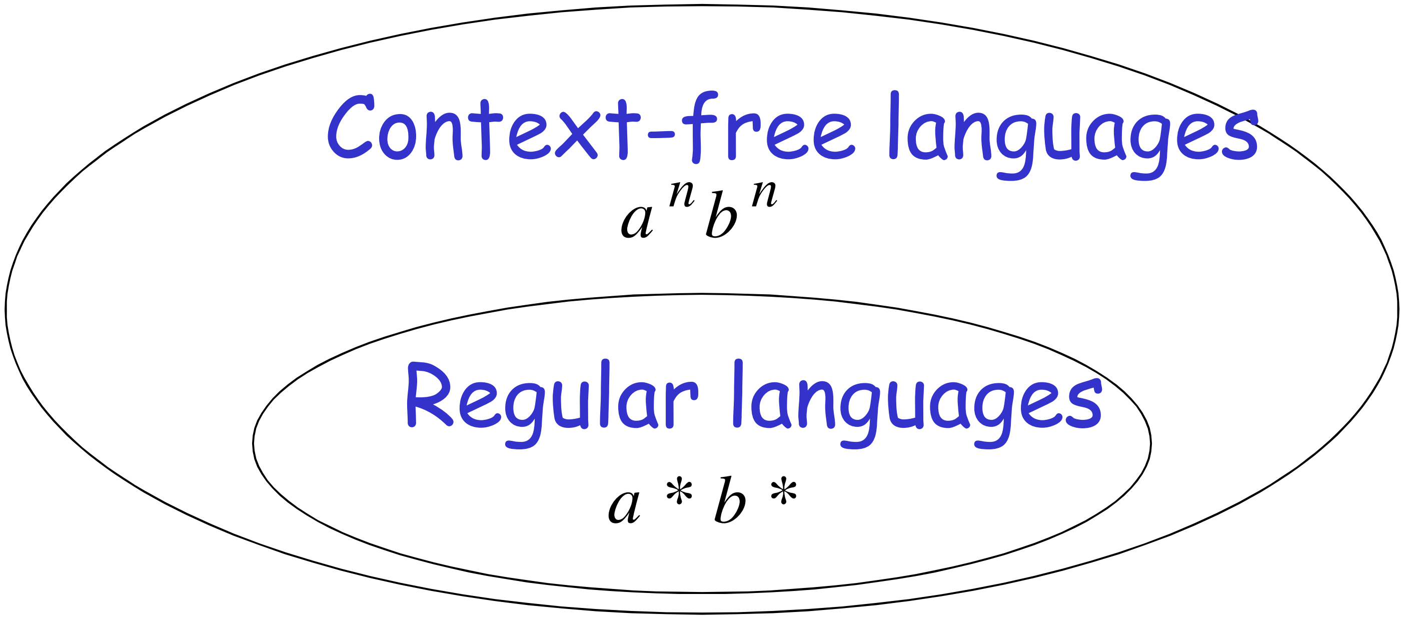
DPDA M con $L(M)=\{a^n b^n\} \cup \{a^n b^{2n}\}$

Un tale cammino

deve esistere a causa del determinismo



Fatto 1: Il linguaggio $\{a^n b^n c^n\}$
not è context-free



(si prova per pumping lemma "per i" context free)

Fatto 2: Il linguaggio $L \cup \{a^n b^n c^n\}$

non è context-free

$$(L = \{a^n b^n\} \cup \{a^n b^{2n}\})$$

(usando pumping lemma per linguaggi context-free)

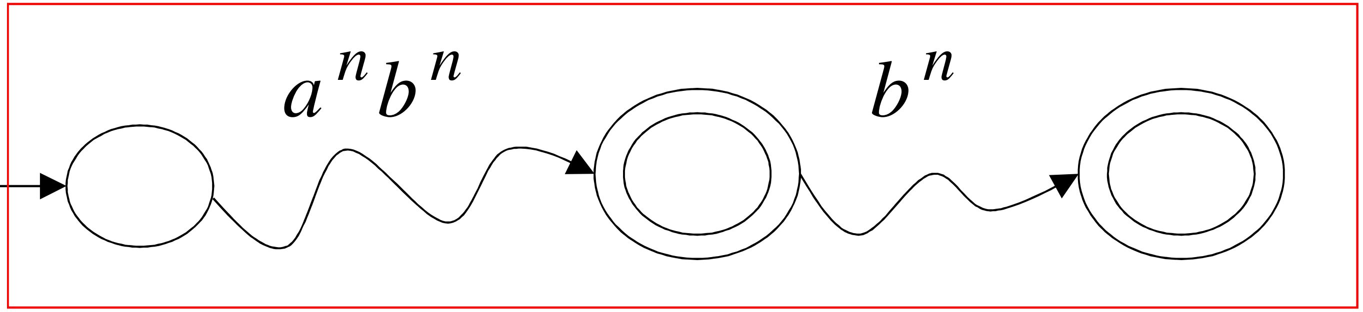
Ora costruiamo un PDA che accetta:

$$L \cup \{a^n b^n c^n\}$$

$$(L = \{a^n b^n\} \cup \{a^n b^{2n}\})$$

Che è una contraddizione !

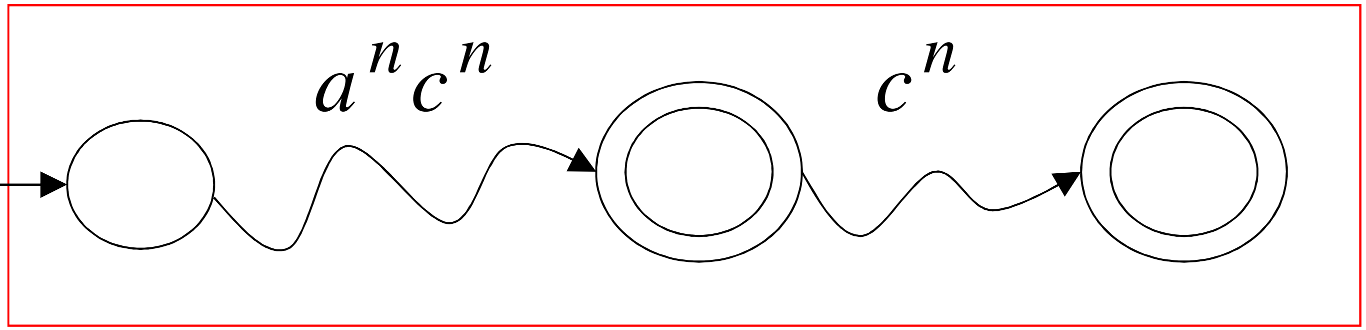
DPDA M $L(M) = \{a^n b^n\} \cup \{a^n b^{2n}\}$



modifichiamo M

Al posto di b poniamo c

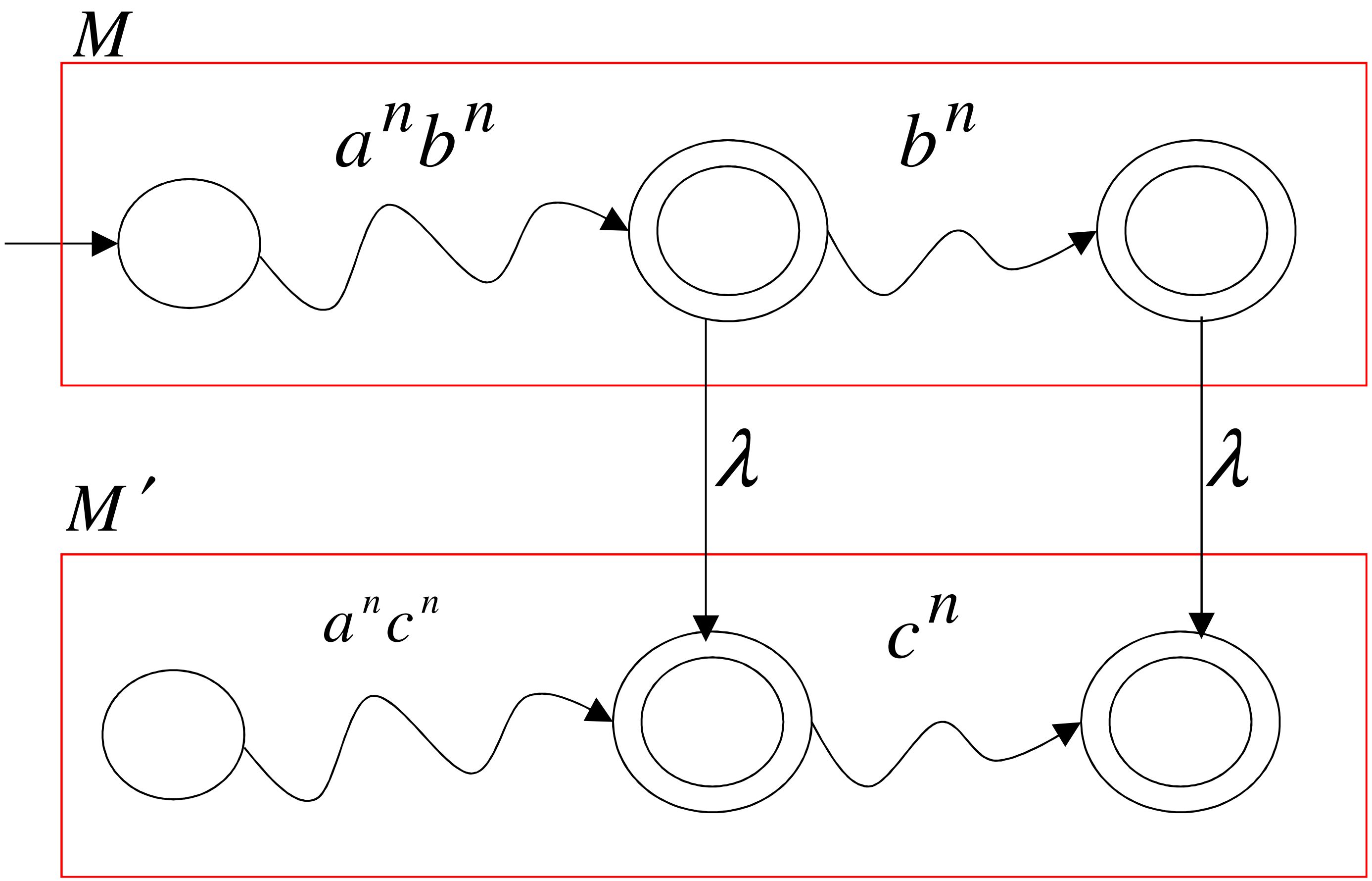
DPDA M' $L(M') = \{a^n c^n\} \cup \{a^n c^{2n}\}$



un PDA che accetta $L \cup \{a^n b^n c^n\}$

Connettiamo lo stato finale M

Con lo stato finale di M'



poichè $L \cup \{a^n b^n c^n\}$ è accettato da PDA

È context-free

Contradizione!

(poichè $L \cup \{a^n b^n c^n\}$ non è context-free) quindi:

$$L = \{a^n b^n\} \cup \{a^n b^{2n}\}$$

Non è deterministico context free

non esiste DPDA che lo accetta

Fine context free