

Examen "Théorie de l'information et codage"

Documents de cours autorisés

Durée : 1h20

I. Une source simple S émet 7 symboles $\{x_1, \dots, x_7\}$ avec les probabilités données par $\{0.03, 0.08, 0.12, 0.14, 0.18, 0.20, 0.25\}$ sur un canal en utilisant des symboles binaires

- 1) Trouver à l'aide de l'algorithme de Huffman un premier code pour les sept symboles.
- 2) Appliquer un codage de Shannon-Fano pour cette source et trouver un code irréductible.

II. On décide d'utiliser le système de Merkle-Hellman comme schéma de chiffrement de données dans un réseau. La clef privée utilisée est comme suit :

$A = (3; 12; 17; 33; 74,157; 301)$, $p=69$ et $u=605$.

- 1) Calculer la clef publique associée.
- 2) Quel est alors le message chiffré associé au message $M = (0, 1, 1, 1, 1, 1, 0)$.
- 3) Trouver l'inverse de $p=69$ modulo $u=605$.
- 4) Déchiffrer le cryptogramme $C = 459$.

III. On considère le code convolutionnel de taux $1/2$ et de séquences génératrices les séquences

$$g_1 = (100) \quad g_2 = (101)$$

- 1) Donner un dessin du circuit codeur associé à ce code.
- 2) Quelle est la longueur de contrainte de ce code ? est-il systématique ?
- 3) Construire le diagramme d'état pour ce codeur.
- 4) Une séquence d'information est codée par ce code et ensuite transmise via un canal binaire symétrique avec une probabilité de transition $p=10^{-3}$. Si la séquence reçue est

$$r = (11 \ 00 \ 10 \ 10 \ 10 \ 00 \ 01 \ 00).$$

Appliquer l'algorithme de Viterbi et montrer sur un treillis la procédure d'élimination des chemins non survivants et indiquer le chemin optimal. Retrouver la séquence émise qui a la plus grande vraisemblance.