Sciences Po – Master Finance et Stratégie

Capital Markets

Conférence de Vincent Batailler

Octobre 2007 – février 2008

La gestion de portefeuille

Indicateurs statistiques
Modèle de Markowitz
Le MEDAF
Beta et prime de risque

- La variance : $Var(X) = \sigma_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}{n}$

- L'écart type : $\sigma_x = \sqrt{Var(X)}$

- La covariance : $Cov(X;Y) = \sigma_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y})}{n}$

- La corrélation : $\rho_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y}$

- Quelques propriétés :

$$\sigma^2_{ax+b} = a^2\,\sigma^2_x$$

$$\sigma^2_{x+y} = \sigma^2_x + \sigma^2_y + 2\sigma_{xy}$$

$$\sigma^2_{\alpha x+(1-\alpha)y} = \alpha^2\sigma^2_x + (1-\alpha)^2\sigma^2_y + 2\alpha(1-\alpha)\rho_{xy}\sigma_x\sigma_y$$

$$\sigma^2_{\alpha x+(1-\alpha)y} \leq \alpha\sigma^2_x + (1-\alpha)\sigma^2_y$$

La gestion de portefeuille

- Indicateurs statistiques
- **Modèle de Markowitz**
- Le MEDAF
- Beta et prime de risque

Modèle de Markowitz :

- ✓ Les investisseurs composent le portefeuille qui maximise leur utilité sous contrainte d'un niveau de risque minimum pour un niveau de rentabilité donné
- ✓ Notion de frontière efficiente : ensemble des portefeuilles dont la variance est minimum pour un rendement donné
- ✓ Choix du portefeuille : celui situé sur la frontière efficiente qui maximise l'utilité; i.e. point de tangence entre la frontière efficiente et la courbe d'indifférence « la plus haute »
- ✓ La diversification des investissements permet de construire un portefeuille dont la rentabilité sera celle souhaitée et avec une variance inférieure à celle que l'on aurait obtenue en investissant sur un titre unique de même niveau de rentabilité
- ✓ Ceci n'est bien entendu valable que dans le cas où les titres composant le portefeuille ne sont pas parfaitement corrélés les uns avec les autres

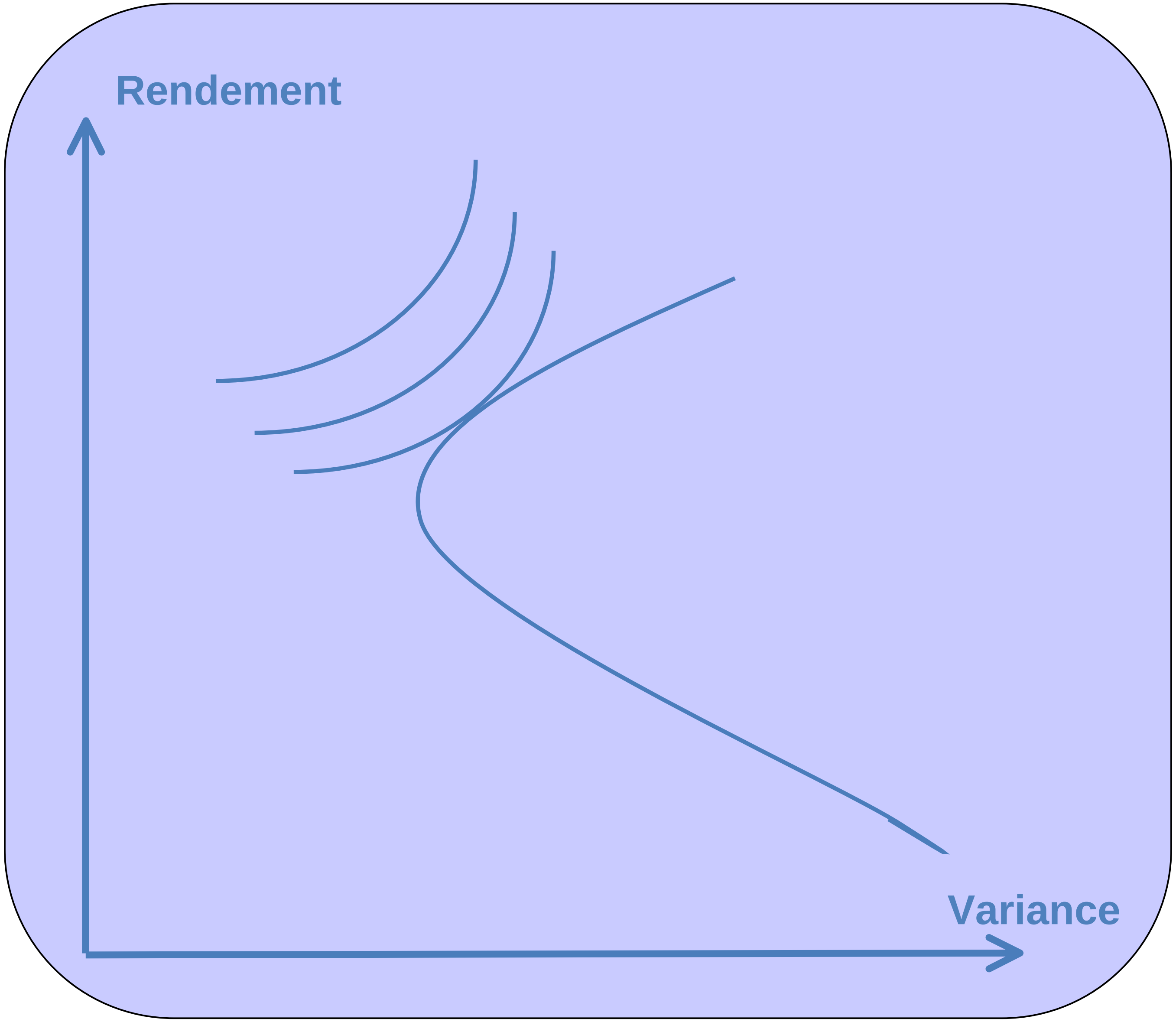
La gestion de portefeuille

Indicateurs statistiques

Modèle de Markowitz

Le MEDAF

Beta et prime de risque



- Les hypothèses du MEDAF :
  - ✓ *Tous les investisseurs cherchent à minimiser le risque pour un rendement donné*
  - ✓ *Ils ont les mêmes anticipations*
  - ✓ *Les marchés sont parfaits : pas de barrières à l'entrée, pas de biais an fonction de tel ou tel type d'investisseur, les actifs sont divisibles…*
- Fonctionnement du MEDAF :
  - ✓ Construire un portefeuille P combinant le portefeuille de marché M (composé de tous les actifs du marché pondérés par leur capitalisation) et l'actif sans risque SR en fonction de son aversion pour le risque

$$E(R_P) = \alpha E(R_M) + (1-\alpha)E(R_{SR})$$

$$\sigma_P^2 = \alpha^2 \sigma_M^2$$

  - ✓ i.e.

$$E(R_P) = R_{SR} + \frac{E(R_M) - R_{SR}}{\sigma_M}\sigma_P$$

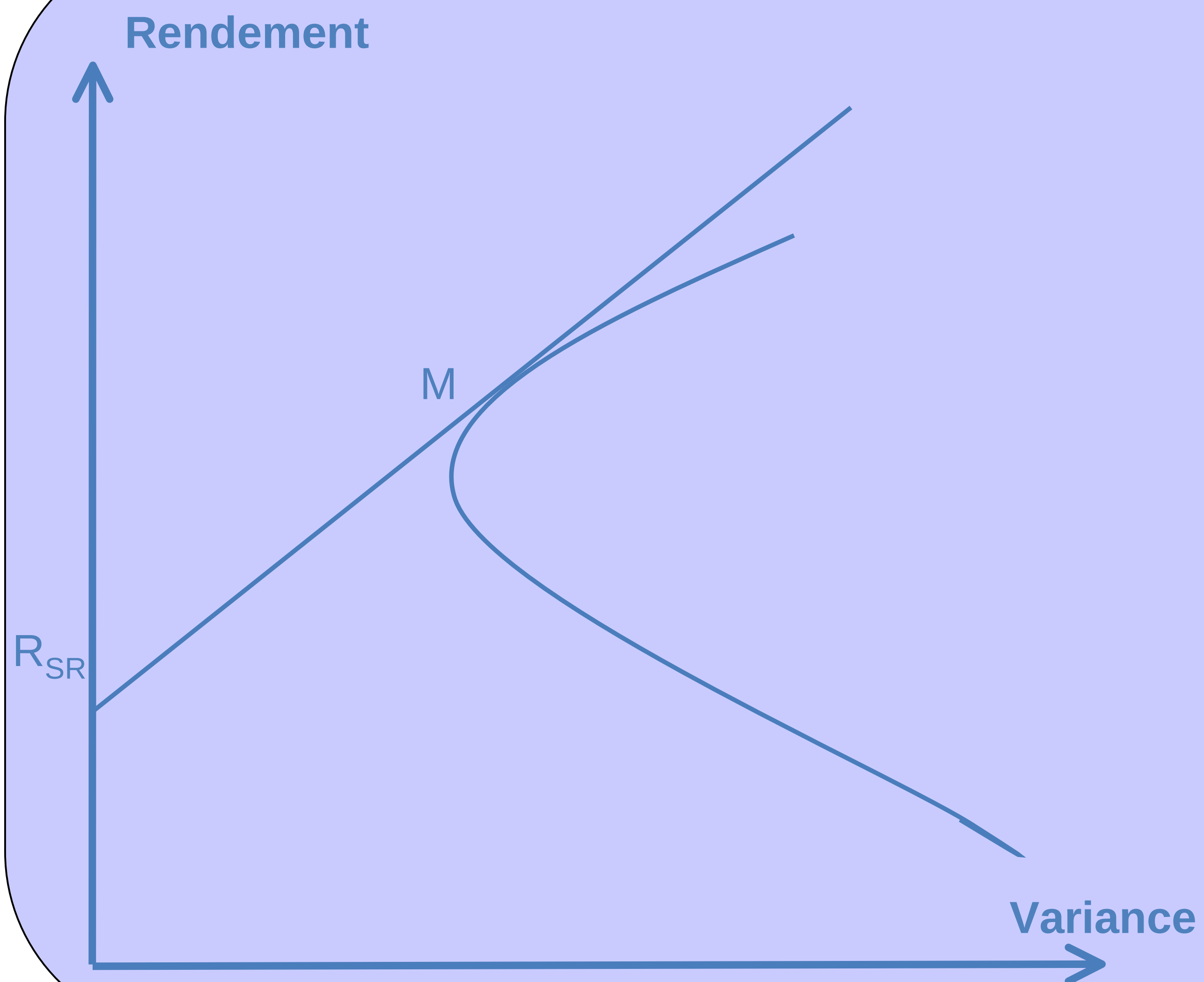
Les produits négociés sur les marchés au comptant

Indicateurs statistiques

Modèle de Markowitz

Le MEDAF

Beta et prime de risque



- Le beta d'une action i mesure son risque systématique par rapport au marché :

$$\beta_i = \frac{\sigma_{iM}}{\sigma_M^2}$$

- Il est possible d'exprimer l'espérance de rendement de l'action en fonction de son beta :

$$E(R_i) = R_{SR} + \beta_i \left(E(R_M) - R_{SR} \right)$$

$E(R_M) - R_{SR}$ est la prime de risque du marché

- Le risque systématique : $\beta_i \sigma_M$
- Le risque spécifique : $\sigma_{\varepsilon i}^2 = \sigma_i^2 - \beta_i \sigma_M$