

Frontière Efficiente en Excel

Daniel Herlemont

Table des matières

1 Objectifs	1
2 Frontière Efficiente avec Excel	1
2.1 Deux actifs	1
2.2 Trois actifs sans contrainte	2
2.3 Trois actifs avec contrainte	3
3 Frontière efficiente et Estimation de la matrice de variance/covariance	3
4 Modèle à un facteur - estimation des betas - CAPM	4

1 Objectifs

L'objectif de ce TP est double :

- mettre en oeuvre les techniques relatives à la gestion de portefeuille : calcul de la matrice de covariance, de la matrice de corrélation, estimation des betas, calcul de la frontière efficiente.
- se familiariser avec Excel pour la gestion des données, le calcul matriciel, l'optimisation (utilisation du solveur) et les graphiques.

2 Frontière Efficiente avec Excel

2.1 Deux actifs

Construire la frontière efficiente, tout d'abord pour 2 actifs en reproduisant l'exemple donné en cours :

[efficient-frontier-project-excel-fr.pdf](#),

Etudier l'impact du coefficient de corrélation ρ sur la frontière efficiente.

2.2 Trois actifs sans contrainte

Construire la frontière efficiente pour 3 actifs dont les caractéristiques sont les suivantes :

	Actif1	Actif2	Actif3
σ	0.2	0.3	0.4
μ	20%	5%	15%

avec la matrice de corrélation :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0.4 & 0.2 \\ 0.4 & 1 & 0.4 \\ 0.2 & 0.4 & 1 \end{pmatrix}$$

Démarche :

- Calculer la matrice de covariance à partir de la matrice de corrélations.
- Calculer l'inverse de la matrice de covariance
- Calculer les coefficients A,B,C,D, intervenants dans la solution explicite de la frontière efficiente (sans contraintes), à savoir :

$$\begin{aligned} A &= \mu^T \Sigma^{-1} \mu \\ B &= \mu^T \Sigma^{-1} \mathbf{1} \\ C &= \mathbf{1}^T \Sigma^{-1} \mathbf{1} \\ D &= AC - B^2 \end{aligned}$$

- appliquer la formule :

$$\sigma^2 = \frac{Cr^2 - 2Br + A}{D}$$

avec σ^2 la variance du portefeuille et r le rendement attendu.

- tracer la frontière efficiente avec r en ordonnée et σ en abscisse.
- déterminer la composition des portefeuilles caractéristiques :
- le portefeuille de variance minimale

$$\pi_{min} = \frac{1}{C} \Sigma^{-1} \mathbf{1} = \frac{1}{\mathbf{1}^T \Sigma^{-1} \mathbf{1}} \Sigma^{-1} \mathbf{1}$$

- le portefeuille tangent

$$\pi_{slope} = \frac{1}{B} \Sigma^{-1} \mu = \frac{1}{\mathbf{1}^T \Sigma^{-1} \mu} \Sigma^{-1} \mu$$

- Etudier les sensibilités, notamment :
 - l’impact des corrélations sur la frontière efficiente
 - la variation des pondérations du portefeuille tangent en fonction des rendements espérés

2.3 Trois actifs avec contrainte

A l’aide du solveur Excel (voir cours), tracer la frontière efficiente en ajoutant les contraintes de gestion classiques, à savoir :

- pas de vente à découvert : $w_i \geq 0$
- pas d’emprunts $w_i \leq 1$

Comparer avec la frontière efficiente sans contrainte ... s

3 Frontière efficiente et Estimation de la matrice de variance/covariance

Récupérer le fichier disponible à l’adresse :

<http://www.yats.com/doc/efficient-frontier-tp-003-statements-fr.xls> contenant les prix hebdomadaires des principaux indices européens.

- Déterminer les rendements arithmétiques à partir des prix :

$$r_{i,t} = \frac{P_{i,t} - P_{i,t-1}}{P_{i,t-1}}$$

- Estimer le rendement moyen et la variance pour chaque titre. Pour cela, on pourra utiliser les fonctions excel **AVERAGE** et **VAR** (ou leur équivalent en Français).
- Estimer la matrice de covariance.
- Estimer la matrice de corrélation
- Tracer la frontière efficiente sans contrainte (ventes à découvert et emprunts autorisés). Pour les rendements anticipés, on utilisera les rendements annualisés valeurs suivants :

SMI	FTSE	CAC	IBEX	MIB	AEX	DAX	STOXX	NIKKEI
13%	12%	15%	14%	15%	15%	17%	16%	12%

Pour estimer la matrice de covariance, on pourra utiliser deux méthodes

Méthode 1 : utilisation des fonctions **COVAR** (et **CORREL**) d’excel.

Méthode 2 : calcul direct :

- Constituer une matrice centrée des rendements H de dimension n lignes et m colonnes, n étant le nombre d’observations : $n = 52$ semaines et m le nombre d’actifs ($m = 9$).

- calculer la matrice transposée H^T avec excel, donc une matrice de 9 ligne et 52 colonnes.
- Estimer la matrice de variance/covariance par le produit matriciel

$$\hat{\Sigma} = \frac{1}{n-1} H^T H$$

On utilise $n-1$ pour obtenir un estimateur sans biais (de la même façon que dans le cas de l'estimation de la variance). Ce produit matriciel réalise bien l'estimation de la covariance entre deux colonnes X et Y de la matrice

$$\text{cov}(\hat{X}, Y) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1,n} (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})$$

4 Modèle à un facteur - estimation des betas - CAPM

Récupérer le fichier disponible à l'adresse :

<http://www.yats.com/doc/efficient-frontier-tp-005-statements-fr.xls> contenant les rendements mensuels du SP500 et des actions de l'indice Dowjones de 1980 à 1999.

- Estimer le rendement moyen et la variance pour chaque titre
- On considère l'indice SP500 comme le facteur principal. A l'aide de la fonction SLOPE (PENTE en version française) d'Excel, estimer les betas sur l'ensemble de la période, puis sur les sous périodes 1980-1984, 1985-1989, 1990-1994, 1995-1999.
- Décomposer le risque de chaque titre en risque systématique et risque spécifique sur l'ensemble de la période.
- En supposant que le taux sans risque est de 5%, déduire les rendements attendus en application du CAPM.

$$r_{i,t} - r_f = \beta(R_{M,t} - r_f) + \epsilon_t$$

avec $r_{i,t}$ le rendement du titre i à la date t , pour $i = 1, n$, avec n le nombre d'actifs et $R_{M,t}$ le rendement du marché à la date t . On déterminera le rendement du marché par la relation d'équilibre :

$$\frac{R_M - r_f}{\sigma^2} = \gamma$$

avec γ , l'aversion au risque. En pratique, γ est de l'ordre de 3. Déterminer le rendement attendu du marché (S&P), puis les rendements attendus des titres, en utilisant le CAPM.

- Construire la frontière efficiente en utilisant le modèle du CAPM
- Placer les titres sur la frontière efficiente.
- Tracer la Security Market Line (rendements attendus en fonction des beta).

Commentaires et conclusions ?