

Chapitre 13 - Le MEDAF

Plan

- Présentation et utilité du Medaf
- Deux propositions
 - Tous les individus investissent dans le portefeuille de marché
 - Les individus n'investissent pas dans les mêmes proportions d'actif sans risque
- La notion de prime de risque et la rémunération du risque
- La mesure du risque : le Beta (β)
- L'utilité du Medaf en gestion de portefeuille
- L'utilité du Medaf pour déterminer les taux d'actualisation
- Les critiques adressées au Medaf

Le Modèle d 'Evaluation Des Actifs Financiers

- Modèle d 'évaluation des actifs financiers (MEDAF) ou *Capital asset pricing model (CAPM)*
- Développé essentiellement par William F. Sharpe en 1964 (Prix Nobel d 'économie en 1990), mais aussi Lintner et Mossin.
- Modèle qui « explique » les taux de rentabilité des différents actifs, en fonction de leur risque.
- Utilisé pour
 - évaluer les stratégies d 'investissement sur les marchés financiers, par rapport à une stratégie « passive »
 - définir les taux d 'actualisation à appliquer dans les choix d 'investissement

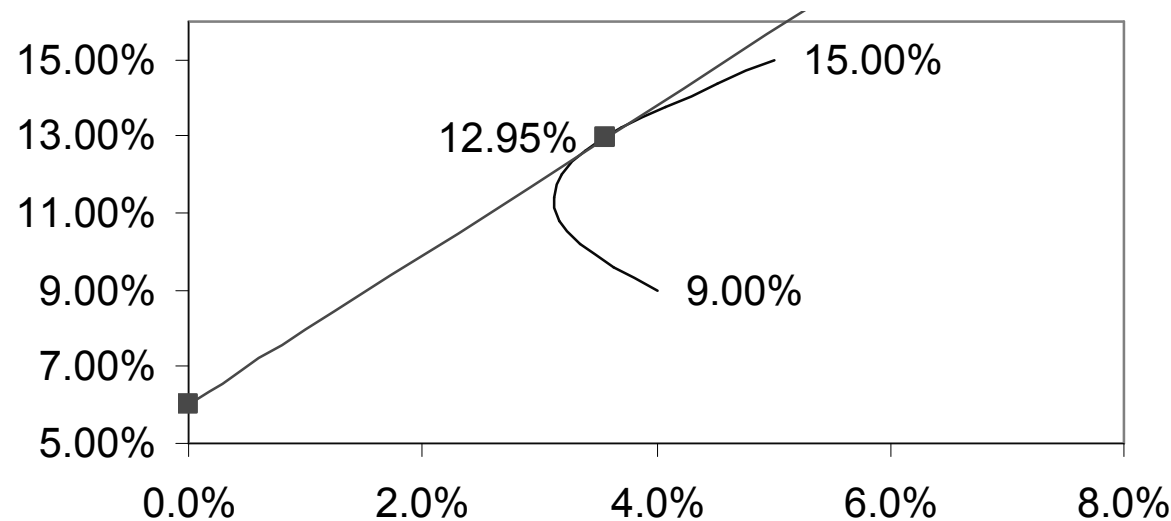
Fondements du MEDAF

- On suppose que tous les individus ont les mêmes anticipations sur les risques et les rentabilités des titres financiers
- On suppose que les individus sont rationnels, c'est-à-dire qu'ils bâtissent des portefeuilles d'actifs risqués optimaux
 - Proposition 1 : les individus ont tous le même portefeuille d'actifs risqués, qui est équivalent au **portefeuille de marché**
 - Proposition 2 : les individus combinent ce portefeuille optimal avec l'actif sans risque *dans des proportions qui varient selon les individus*
 - le MEDAF établit la relation entre le risque encouru (la proportion d'actifs risqués dans le portefeuille) et la rentabilité du portefeuille

Proposition 1 - les investisseurs détiennent tous le portefeuille de marché

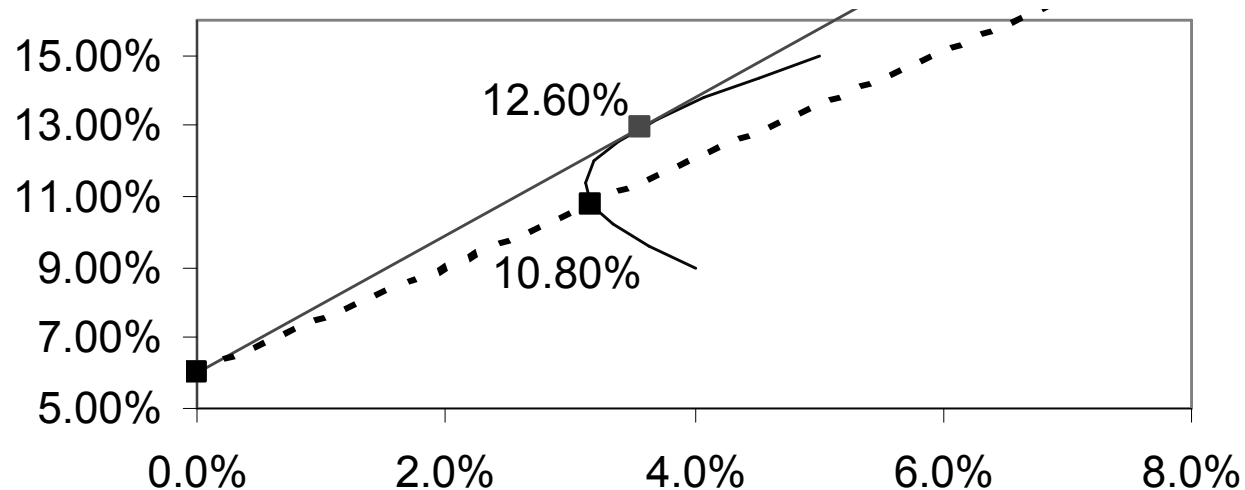
- Le marché est constitué de 2 actions et d'un actif sans risque

| | Rentabilité espérée | Ecart-type |
|-------------------|---------------------|------------|
| Actif sans risque | 6% | 0% |
| Action K-stoua | 15% | 5% |
| Action D-gage | 9% | 4% |
| Corrélation | 0 | 0 |



Si la répartition des actifs diffère du portefeuille de marché

| | Nb titres | Cours | Valeur | Proportion |
|-------------------|-----------|-------|--------|------------|
| Actif sans risque | 100 | 200 | 20 000 | |
| Action K-stoua | 100 | 300 | 30 000 | 30.0% |
| Action D-gage | 100 | 700 | 70 000 | 70.0% |



↳ sous-optimalité

Validation de la Proposition 1

| | Nb titres | Cours | Valeur | Proportion |
|-------------------|-----------|-------|--------|------------|
| Actif sans risque | 100 | 200 | 20 000 | |
| Action K-stoua | 100 | 300 | 30 000 | 30.0% |
| Action D-gage | 100 | 700 | 70 000 | 70.0% |

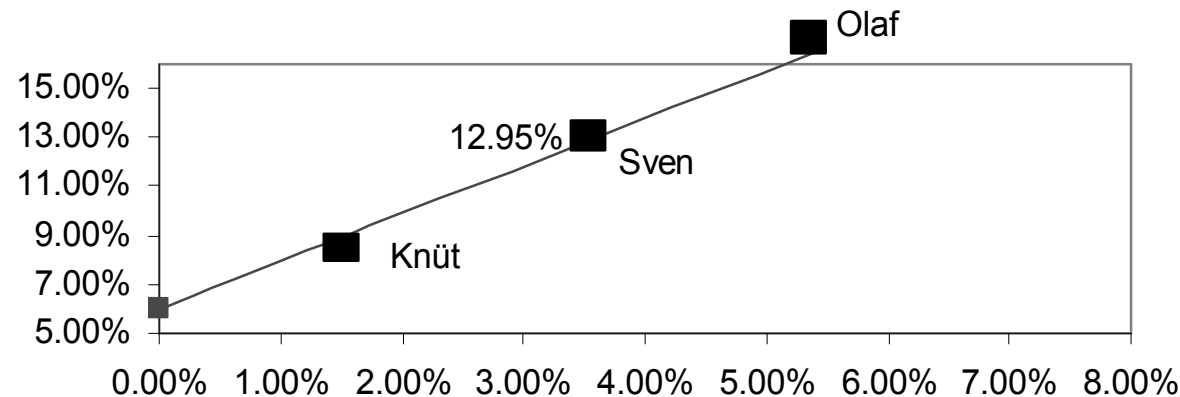
- Les investisseurs vont vendre des actions D-gage ($E_r=9\%$) et acheter des actions K-stoua ($E_r=15\%$)
- Le cours des actions va s'ajuster en conséquence

| | Nb titres | Cours | Valeur | Proportion |
|-------------------|-----------|-------|--------|------------|
| Actif sans risque | 100 | 200 | 20 000 | |
| Action K-stoua | 100 | 657.5 | 65 750 | 65.8% |
| Action D-gage | 100 | 342.5 | 34 250 | 34.3% |

**Le portefeuille de marché est donc
toujours égal au portefeuille optimal**

Proposition 2 - la proportion actif sans risque / portefeuille de marché varie suivant les individus

La droite de marché



- Sven a investi 100% dans le portefeuille de marché ; Knüt a investi 50% en actif sans risque, 50% dans le portefeuille de marché ; Olaf a emprunté au taux sans risque pour investir « plus que 100% » dans le portefeuille de marché.

**Tous les portefeuilles efficients
sont sur la droite de marché**

Comment gagner de l'argent en bourse ?

Stratégie d'investissement active

- essayer d'identifier les titres sous-évalués / sur-évalués
- investir dans ces titres avant que le marché ne ré-ajuste le portefeuille de marché en fonction des nouvelles valeurs

→ demande des informations, de l'expertise... et de la rapidité

Stratégie d'investissement passive

- investir dans un fonds qui réplique le portefeuille de marché (ex : un *tracker* ETF indexé sur le CAC 40) et dans l'actif sans risque (emprunt d'Etat), dans les proportions souhaitées, puis attendre...

→ Ne demande aucun effort, coûte beaucoup moins cher, est plus efficace

La notion de prime de risque

- **Prime de risque** : supplément de rentabilité au-dessus du taux sans risque.

$$\rightarrow \text{prime de risque de Danone} = E(\tilde{r}_{danone}) - r_f$$

$$\rightarrow \text{prime de marché} = E(\tilde{r}_{Portefeuille de Marché}) - r_f$$

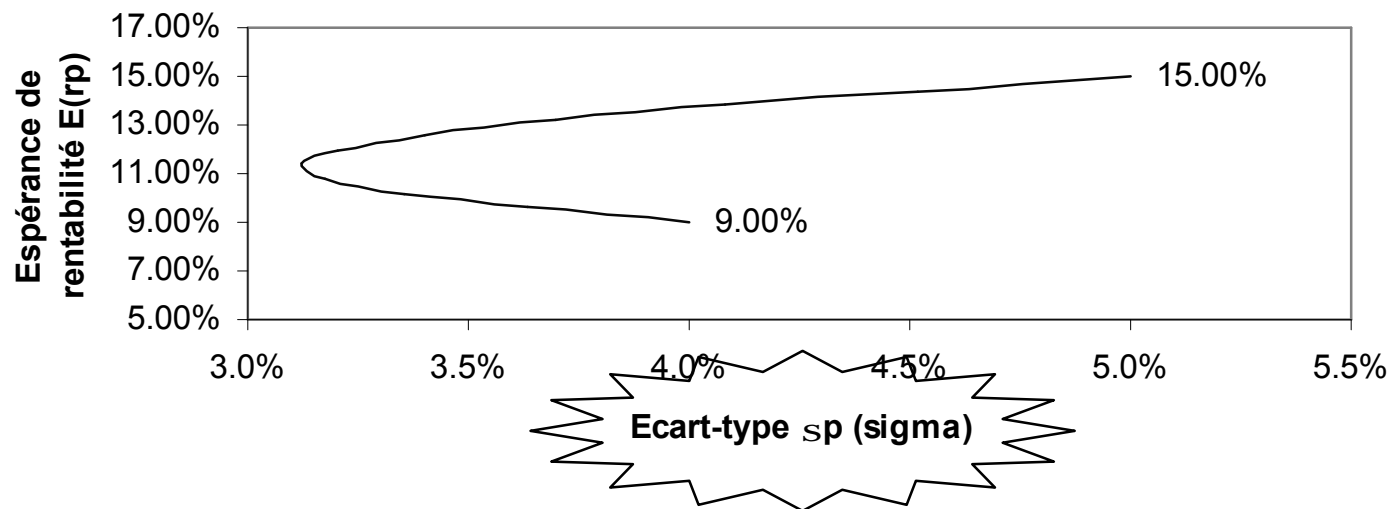
- Au sein du Medaf, la prime de marché est fonction de :
 - l'aversion au risque des investisseurs (A)
 - la variance du portefeuille de marché \mathbf{s}_M^2

$$E(\tilde{r}_M) - r_f = A \times \mathbf{s}_M^2$$

La mesure du risque d'un titre

- Une mesure déjà évoquée consiste en l'écart-type (σ) ou la variance (σ^2) d'un titre.

Couple risque-rentabilité avec deux actifs risqués



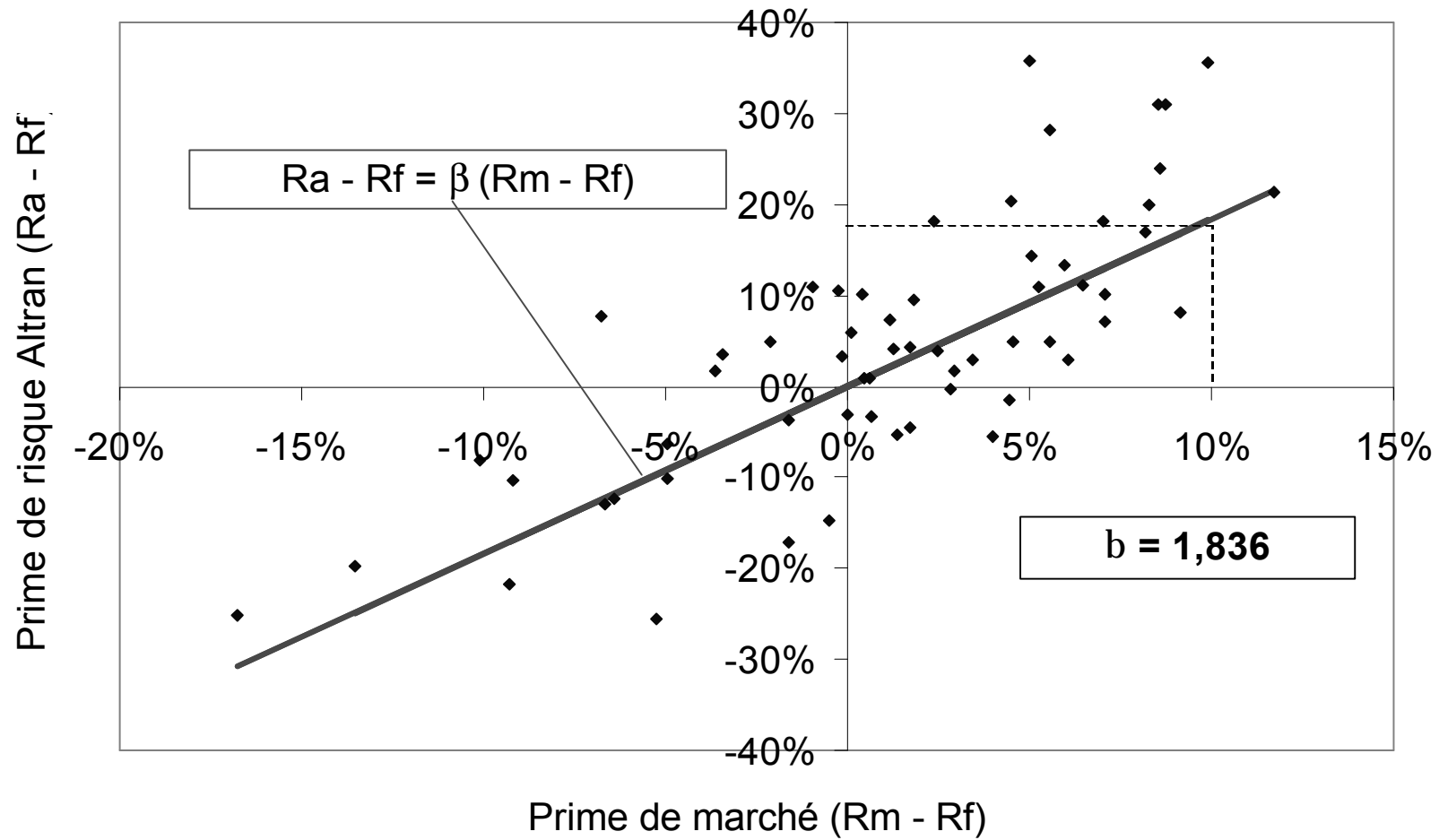
La mesure du risque d'un titre dans le cadre du Medaf : le Beta (b)

- Le Beta : mesure la volatilité du titre par rapport à l'évolution globale du marché.
- On a $b_j = \frac{\text{cov}(j, M)}{s_M^2}$
 - où j représente le titre j
 - cov représente la covariance entre la rentabilité du titre j et celle du marché M
 - s_M^2 représente la variance de la rentabilité du marché
- On a, de même,

$$E(\tilde{r}_j) = r_f + b_j [E(\tilde{r}_M) - r_f]$$

Equation de la droite du Medaf

Beta de l'action Altran Technologies **Novembre 1996 à Novembre 2001**



le Beta (b)

Prime de risque
du titre

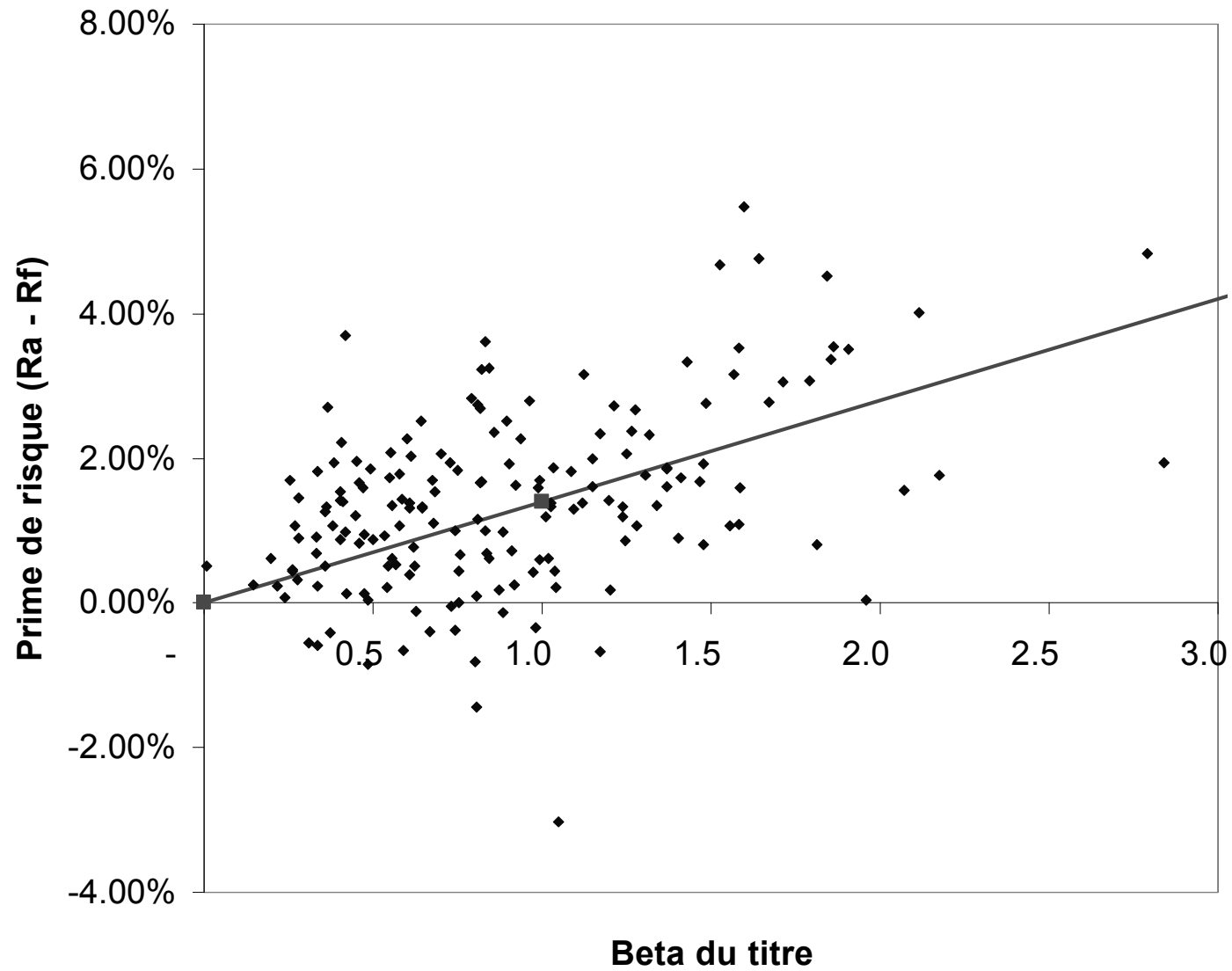
$$E(\tilde{r}_j) = r_f + \overbrace{\mathbf{b}_j [E(\tilde{r}_M) - r_f]}^{\text{Prime de risque du titre}}$$

Prime de marché

- Tout titre rapporte le taux sans risque plus une prime de risque
- cette prime de risque est fonction de la prime de marché (indicateur global) et du Beta du titre (indicateur propre au titre)

- Un titre qui a un Beta = 1 rapportera la rentabilité du marché
- Un titre qui a un Beta > 1 amplifiera les variations du marché
- Un titre qui a un Beta < 1 amortira les variations du marché

Droite du Medaf - SBF 250 - novembre 2001



L 'utilisation du Medaf dans la gestion de portefeuille

- La stratégie d 'investissement passive : portefeuille indexé
- La stratégie d 'investissement active : rechercher activement les valeurs sous-évaluées ou sur-évaluées, pour en tirer un profit rapide

Question : comment juger la performance d 'un gestionnaire de portefeuille ?

- Il suffit de comparer sa gestion (active) au gain qui aurait été obtenu par une stratégie passive.
- La différence entre la rentabilité du portefeuille géré et celle du portefeuille « passif » est appelée *alpha* (α)

Un bon gérant aura un alpha positif

Que signifie un alpha positif ?

- Un alpha positif signifie que le portefeuille géré rapporte plus que le portefeuille passif, pour un même risque
- En d 'autres termes, le gérant « sur-performe » le marché.
- On peut alors combiner le portefeuille à alpha positif avec le portefeuille de marché pour obtenir l 'ensemble des portefeuilles qui sur-performent le marché

**Les portefeuilles avec un alpha
régulièrement positif sont rares...**

Exemple

Pour les fonds d 'actions françaises sur 5 ans :

- ♦ 142 fonds sur 337 (soit 42,1%) ont fait mieux que l 'indice SBF 250 (+95,9% sur 5 ans). Les 58% restants ont fait moins bien...
- ♦ 81 fonds sur 337 (soit 24,0%) ont fait mieux que l 'indice CAC 40 (+109,38% sur 5 ans). Les 76% restants ont fait moins bien...

Utilisation du Medaf pour le coût des capitaux propres

- Le Medaf permet de déterminer quelle sera la prime de risque exigée pour une action donnée (pour un β donné)
- On peut en déduire le coût des capitaux propres, ou l'exigence de rentabilité des actionnaires d'une société
- Ce coût des capitaux propres sert de *taux d'actualisation* pour les évaluations des actions
- Ce coût des capitaux propres permet de déterminer le coût du capital, qui sert de *taux d'actualisation* pour les choix d'investissement.

Rappel du Chap. 9 - L'évaluation par les dividendes

- Un investisseur qui achète une action en attend, en retour, une certaine rentabilité

→ Exemple :

- Achat d'une action le 1er janvier pour 30 €, revente le 31 décembre pour 35 €, dividende de 2 € versé sur l'année.

$$Rentabilité = \frac{35€ - 30€ + 2€}{30€} = +23,3\%$$

- La rentabilité exigée par l'investisseur est fonction du risque perçu.
On appellera k le taux de rentabilité exigé par un investisseur pour une action donnée (la détermination précise de k sera abordée dans le chapitre 13)

Rappel - Modèle de Gordon-Shapiro

- Exemple :

Soit la société Obeur 2 Yak dont les dividendes estimés sont les suivants: $D_1 = 7$ € et les dividendes croissent de $g = 2\%$ par an

- Combien vaut une action de la société Obeur 2 Yak ?

→ On peut appliquer Gordon-Shapiro : $C_0 = \frac{D_1}{k - g}$

→ mais il nous manque k l'exigence de rentabilité des actionnaires. En appliquant le Medaf, on peut trouver k .

Détermination de l'exigence de rentabilité des actionnaires

→ Supposons que l'analyse du cours passé de l'action nous donne

$$b_{Obeur2Yak} = 1,5$$

→ Avec un taux sans risque à 5%, et une prime de marché de 4% (ces données sont à vérifier périodiquement), on obtient :

$$\begin{aligned} k &= R_f + b (R_m - R_f) \\ &= 5\% + 1,5 \times (4\%) = 11\% \end{aligned}$$

→ En appliquant Gordon-Shapiro, on trouve :

$$Valeur_{Obeur2Yak} = \frac{D_1}{k - g} = \frac{7\text{€}}{11\% - 2\%} = 77,8\text{€}$$

Les critiques adressées au Medaf

- Le modèle pose des hypothèses trop simples (possibilité d'investir et d'emprunter au taux sans risque ; existence d'actifs uniquement financiers ; fiscalité homogène entre actifs ; pas de coûts de transaction...)
- Il est difficile, voire impossible, de déterminer le « vrai » portefeuille de marché i.e. celui qui contient tous les actifs risqués (actions, obligations, matières premières, immobilier, capital humain, etc.)
- Il existerait plusieurs Betas pour une valeur, chacun rendant compte de la sensibilité à un facteur macroéconomique (principe de l'*Arbitrage Pricing Theory*)
- Mais le raisonnement fondamental tient toujours :
les primes de risque sur les titres dépendent de risques systématiques supportés par tous