

**Université Mohamed V Souissi
Rabat**

**Ecole Nationale Supérieure d'Informatique
et d'Analyse des Systèmes**

ENSIAS

AEM_Ensiass

MPRF

1

**Ecole Nationale Supérieure
d'Informatique
et d'Analyse des Systèmes**

**ENSIAS
3A**

AEM_Ensiass

MPRF

2

ENSIAS

3A

MPRF

Pr. A. ELManouar

AEM_Ensisas

MPRF

3

ENSIAS_3ABI

**Management de portefeuille
et Risques financiers**

Pr. A. ELManouar

AEM_Ensisas

MPRF

4

السلام عليكم

Bienvenue

ENSIAS
3A

AEM_Ensiass

MPRF

5

Agenda

CHO: Marchés de capitaux et financiers

- Marché interbancaire, Marché des titres et créances négociables
- Marché primaire, Marché boursier
- Finalité des marchés, Salles & Métiers de marchés...
- TI et marchés (SdeM, ingénierie et TI...)

CHI: Management de portefeuille

- Théorie de portefeuille
- Frontières efficaces, Portefeuille efficaces
- SML, CML & CAPM
- Pratique marchés au Maroc

CHII: Management des risques financiers

- Risques financiers
 - Marchés financiers et produits dérivés
 - Risques et normes internationales
 - Mesures, analyse et stratégies de couverture
- Introduction à l'ingénierie financière
 - Modélisation de la gestion des risques et théorie des options
 - Digressions
- Références (voir Class)

AEM_Ensiass

MPRF

6

Activités

A0 Formation

- Cours
- Appl.

AI Participation

- Participation élèves / Class
- Projets

AlI Évaluation

- Exam
- Projets

MPRF

AEM_Englas

7

Mondialisation

Mondialisation = Internationalisation des Economies
+ Internationalisation des Firmes (FMN)
+ Globalisation financière

Différentes sphères:

- Commerce, Multinationales, Production et Travail (DIPP),
Droit, Culture, Finance...

AEM_Englas

8

Marchés de capitaux et Marchés financiers

MARCHES DE CAPITAUX

- Marché monétaire
 - Marché interbancaire
 - Marché des titres et créances négociables
- Marché financier
 - Marché primaire
 - Marché boursier

MARCHES DE CAPITAUX

- Marchés de capitaux
- Marchés des changes et interbancaires
- Marchés de taux long terme
- Marchés à terme fermes
- Marchés à terme conditionnels
- Instruments hybrides : swap de taux et de devises...

AEM_Englas

11

Finalité des marchés de capitaux

- Assurer la collecte de l'épargne
- Permettre le financement des investissements
- Etre le lieu d'échange des valeurs au travers
 - lieux géographiques : Euronext, Liffe, CME
 - lieux non matérialisés : téléphone, télématique, Globex

AEM_Englas

12

Fonctions des MK

- Maximisation des O et D de capitaux grâce à facilité d'accès concrétisée par:
 - Les prix
 - La liquidité
- Il y a deux méthode de fixation d'un prix
 - Le fixing
 - Le continu
- Liquidité permet d'absorber un volume sans volatilité (sans variation trop forte des prix)
- Rôles importants
 - Allocations des ressources
 - Mise à disposition de prix en permanence
 - Mise à disposition et possibilité de traiter des volumes importants
 - Sécurité des opérations
 - Allocation de risque

AEM_Englas

13

Risques financiers

Risque financiers

- Risque de taux
- Risque de change
- Risque de cours des matières premières
- Risque de crédit/contrepartie

Différents instruments financiers (produits dérivés,...), ont été créés à l'origine, pour permettre aux opérateurs de se couvrir contre différents types de risques financiers

AEM_Englas

14

Différents acteurs

- Banque centrale
- Acteurs publics
 - Etat et collectivités locales
 - Entreprises publiques
- Acteurs privés
 - Entreprises
- Autres acteurs
 - OPCVM
 - Particuliers

AEM_Englas

15

Marché de Gré à Gré / Marché organisé

- Marché de gré à gré
 - Lien direct entre deux opérateurs
 - Pas de contrôle d'un organisme intermédiaire
 - + marché sur mesure
 - - risque de contrepartie
- Marché organisé
 - Pas de relation directes entre les contreparties
 - Passage par un intermédiaire habilité
 - Présence d'un organisme de tutelle (Matif, CBOT, Liffe...)
 - + Sécurité, liquidité
 - - marché non continu

AEM_Englas

16

MARCHE MONETAIRE

- Marché interbancaire
- Marché des titres et créances négociables
 - Etat: BTN
 - Entreprises :BT
 - Banques: CD

Titres

- Titres de créances négociables
- Obligations
- TCN
 - Plusieurs sectorisations possibles
 - En fonction des titres émis
 - A court terme – 1 AN (CD ECP)
 - A moyen et long terme + 1 an BTMN
 - En fonction de l'émetteur
 - Etat BTAN
 - Privés CD , BTMN
- Produits des actions et ses dérivés (options...)

TCN

- Certificat de dépôt
- Le certificat de dépôt est un dépôt à terme représenté par un titre de créance négociable dématérialisé, sous la forme d'un billet au porteur ou à ordre émis par un établissement financier autorisé.
- Le montant minimal est de 1 million de francs. Sa durée doit être comprise entre 1 jour et 1 an à échéance fixe.
- Le rendement est très proche du marché monétaire. L'avantage substantiel est la négociabilité du titre sur un marché secondaire qui permet d'éviter les lourdes pénalités liées aux dénouements anticipés des dépôts à terme. En contrepartie, le certificat de dépôt comporte un risque de taux.

AEM_Ensias

19

Marché financier

- Marché des valeurs mobilières
- Bourse

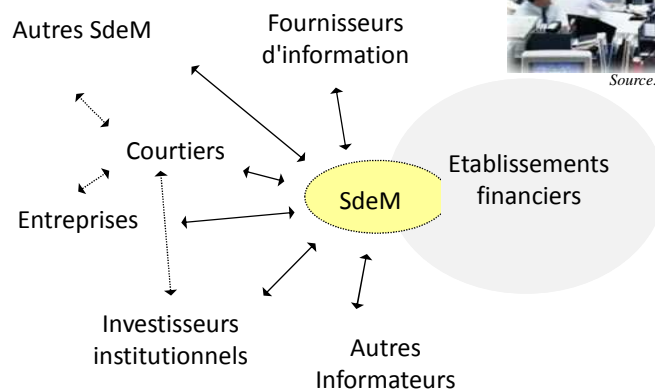
AEM_Ensias

Salles & Métiers de marchés

- SdeM
- MdeM
- Activités des SdeM

AEM_Ensias

SdeM : Organisation-Acteurs



Source: www.kmvpartnership.co.uk

AEM_Ensias

Métiers des SdeM

- Gagner de l'argent?

- Activités/Métiers

Risque

- | | |
|---|-----|
| • Trading : Spéculer | +++ |
| • Market-making : Assurer la liquidité du marché | ++ |
| • Arbitrage : Exploiter les écarts entre les différents marchés | + |
| • Courtage: Intermédiation (Sales et courtage) | - |

AEM_Ensias

Marchés Internationaux des changes et interbancaires

- Taux de référence au jour le jour
- Taux de référence à Terme
- Règle de base : bid/offer
- Date d'opéré et date de valeur
- Positions (long, short)

AEM_Ensias

Taux de référence

- Taux marchés internationaux
- Taux de référence au jj
 - **EONIA** (TJJ)
 - European Overnight Index Average
 - Taux moyen pondéré des opérations de prêt interbancaire au jour le jour consenties par les 57 banques de la zone Euroribor
 - Il est diffusé tous les jours à 19h00 Sur le marché international des capitaux
 - **LIBOR**
 - London Interbank Offered Rate :
 - Il s'agit d'un taux offert sur les euro monnaies constatées à 11h00
 - Il y a un LIBOR par devise
 - Périodicité quotidienne

AEM_Englas

25

Taux de référence à terme

- **EURIBOR**
 - European Interbank Offered Rate
 - Taux interbancaire européen calculé pour des durées de 1 à 12 mois à partir de taux fournis par 57 banques
 - Diffusé quotidiennement à 11h00
- **T4M**
 - Taux moyen mensuel du marché monétaire
 - Moyenne arithmétique des taux journaliers
 - Périodicité mensuelle
 - Utilisé comme taux de référence pour le découvert et les crédits de trésorerie
- **TAM**
 - Taux annuel monétaire

AEM_Englas

26

- **MARCHE DE TAUX LONG TERME**
 - Marché Obligataires, Marché primaire – marché secondaire
- **MARCHES A TERME FERMES**
 - Change comptant
 - Change à terme
 - Swap (swap cambiste)
 - FRA
 - Futures
 - ...
- **MARCHES A TERME CONDITIONNELS :**
 - Options
- **INSTRUMENTS HYBRIDES : LES SWAPS DE TAUX ET DE DEVISE**
 - Swap de taux d'intérêt
 - Swaptions
 - ...

AEM_Ensias

CH I

Management de portefeuille

AEM_Ensias

CH I_1 Management de portefeuille

MODELISATION DE LA GESTION DE PORTEFEUILLE FE & PE

AEM_Englas

MPRF

29

Risque

- Modèles classiques
 - Maximiser Rendement pour un risque donné

Risque = Volatilité

- Intérêt au Risque interne
 - Asymmetric volatility (volatilité asymétrique)
 - Semi-variance
 - Extreme value analysis
 - Regime-switching,
 - Jump processes
 - Etc.

AEM_Englas

30

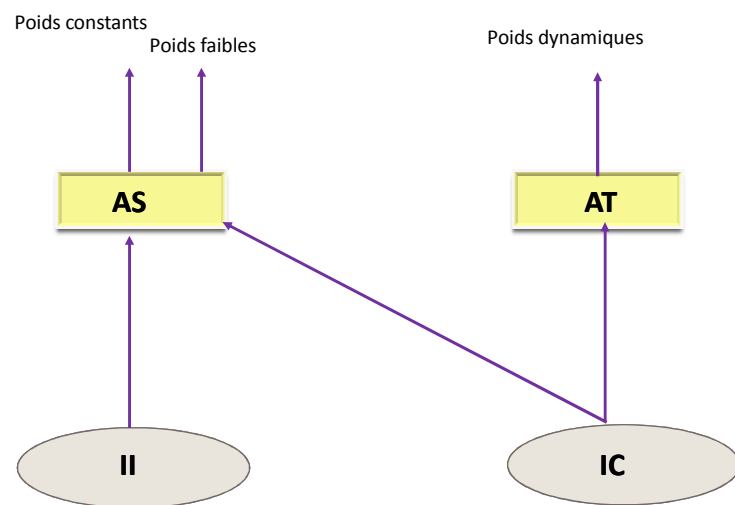
Allocation d'actifs

- Types d'allocation d'actifs
 - Allocation Strategique
 - Allocation Tactique
- Type d'information
 - Inconditionnelle
 - Conditionnelle (contingente)

AEM_Ensiias

31

Allocation d'actifs



AEM_Ensiias

32

Mesures du Risque

- Analyse Moyenne-Variance (M-V)
- Modèles multifacteurs (multivarié) pour M-V
- Déviation moyenne absolue "Mean-absolute deviation"
- Modèles de Regret
- Semi-variance, downside /shortfall risk
- Optimisation par scénario "Scenario optimization "
 - VAR
 - VaR contigeant " Conditional Value at Risk (CVAR) «
 - ...
- Etc.

MPRF

AEM_Ensisas

33

Théorie de Portefeuille

- Frontière Efficace pour Titres Risqués
 - Portefeuille à deux titres
 - Portefeuille à M Titres
 - Portefeuilles à M Portefeuilles
 - CML
- FE Pour portefeuilles avec Titres risqués et Titre certain
 - CAPM
 - SML

MPRF

AEM_Ensisas

34

Théorie de Portefeuille Introduction

Théorie de Gestion de Portefeuille

Pour chaque titre, on a :

- Taux de rendement r_{xt} ,
- Taux de rendement moyen (espéré, anticipé) $E(r_x)$
- Variance de x: $\text{Var}(r_{xt}) = \sigma_x^2 = \sigma_{xx}$
- Ecart type : (σ_x) risque
- Covariance de x et y : $\text{Cov}(r_{xt}, r_{yt}) = \sigma_{xy}$
- Corrélation entre x et y : $\text{corr}(r_{xt}, r_{yt}) = \rho_{xy} \sigma_x \sigma_y$

TGP: Introduction

Modèle de Portefeuille : Modèle de Moyenne-Variance

Distribution normale (ou lognormale) de séries historiques (longues) de rendements : Portefeuille (ou titre) peut être caractérisé par Rendement (Moyenne) et Risque (Variance ou Ecart Type) : l'investisseur rationnel averse au risque s'intéresse aux seuls rendement et risque du portefeuille :
Modèle de Markowitz

Introduction: Statistiques

Taux de rendement (continu) du titre **x** au temps **t** avec dividende (d):

$$r_{xt} = \text{Ln} (P_{xt} + d_t) / P_{x,t-1}$$

Taux de rendement (continu) du titre **x** au temps **t** sans dividende (simplification) :

$$r_{xt} = \text{Ln} (P_{xt} / P_{x,t-1})$$

(Taux de rendement (discret) du titre **x** au temps **t** :

$$(r_{xt} = (P_{xt} / P_{x,t-1}) - 1))$$

Taux de rendement moyen (espéré, anticipé) de **x** :

$$E(r_{xt,}) = \sum_t \alpha_t r_{xt} = (1/N) \sum_t r_{xt}$$

AEM_Englas

MPRF

37

Introduction: Statistiques

Variance et Ecart –type de **x**:

$$\text{Var}(r_{xt}, r_{xt}) = (1/N) \sum_t (r_{xt} - E(r_{xt,}))^2 = \sigma_x^2 = \sigma_{xx}$$

Ecart type

$$\sigma_x = [\text{Var}(r_{xt}, r_{xt})]^{1/2} : \text{Risque}$$

Covariance de **x** et **y** :

$$\text{Cov}(r_{xt}, r_{yt}) = (1/N) \sum_t [(r_{xt} - E(r_{xt,}))(r_{yt} - E(r_{yt,}))] = \sigma_{xy}$$

AEM_Englas

MPRF

38

Introduction: Statistiques

Coefficient de corrélation : $-1 < \rho_{xy} < 1$

▪ $\rho_{xy} = 1 \rightarrow r_{x, \text{et}} r_y$ sont positivement parfaitement reliés :
 $r_{xt} = a + b r_{yt}$ avec $b > 0$

▪ $\rho_{xy} = -1 \rightarrow r_{x, \text{et}} r_y$ sont négativement parfaitement reliés :
 $r_{xt} = a + b r_{yt}$ avec $b < 0$

▪ $\rho_{xy} = 0 \rightarrow r_{x, \text{et}} r_y$ ne sont pas reliés
(si $r_{x, \text{et}} r_y$ sont indépendants, alors $\rho_{xy} = 0$)

Introduction: Statistiques

Rendement espéré (moyen) du portefeuille

$$\begin{aligned} E(r_{pt}) &= \lambda E(r_{xt}) + (1 - \lambda) E(r_{yt}) = 0,40 E(r_{xt}) + 0,60 E(r_{yt}) \\ &= 0,40 \times 3,53\% + 0,60 \times 4,59\% = 4,17\% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Var}(r_{pt}) &= \lambda^2 \sigma_x^2 + (1 - \lambda)^2 \sigma_y^2 + 2\lambda (1 - \lambda) \text{Cov}(r_{xt}, r_{yt}) \\ &= \lambda^2 \sigma_x^2 + (1 - \lambda)^2 \sigma_y^2 + 2\lambda (1 - \lambda) \rho_{xy} \sigma_x \sigma_y \\ &= 0,40^2 \times 1,02\% + 0,60^2 \times 2,87\% \\ &\quad + 2 \times 0,4 \times 0,6 \times 0,2709 \times 10,09\% \times 16,96\% = 1,42\% \end{aligned}$$

Prix des Titres (Stock prices)

		Titre1	Titre2
n	Mois	CREDIT EQDOM	CREDOR
0	déc-96	740,00	463,00
1	janv-97	870,00	693,00
2	févr-97	945,00	650,00
3	mars-97	1 025,00	600,00
4	avr-97	1 180,00	870,00
5	mai-97	952,00	900,00
6	juin-97	1 050,00	725,00
7	juil-97	1 000,00	790,00
8	août-97	1 145,00	800,00
9	sept-97	1 170,00	825,00
10	oct-97	1 145,00	850,00
11	nov-97	1 150,00	819,00
12	déc-97	1 130,00	803,00

MPRF

41

AEM_Englas

Calcul du rendement des titres

	Titre1		Titre2	
Mois	Prix (p_1)	$R(r_1)$	Prix (p_2)	$R(r_2)$
déc-96	740,00		463,00	
janv-97	870,00	16,18%	693,00	40,33%
févr-97	945,00	8,27%	650,00	-6,41%
mars-97	1 025,00	8,13%	600,00	-8,00%
avr-97	1 180,00	14,08%	870,00	37,16%
mai-97	952,00	-21,47%	900,00	3,39%
juin-97	1 050,00	9,80%	725,00	-21,62%
juil-97	1 000,00	-4,88%	790,00	8,59%
août-97	1 145,00	13,54%	800,00	1,26%
sept-97	1 170,00	2,16%	825,00	3,08%
oct-97	1 145,00	-2,16%	850,00	2,99%
nov-97	1 150,00	0,44%	819,00	-3,72%
déc-97	1 130,00	-1,75%	803,00	-1,97%

MPRF

42

AEM_Englas

Rendement continu : $R_c = \ln(P_i/P_{i-1})$ $i=1,2; \text{ et } n=1,,12$

Rendement discret : $R_d = (P_i/P_{i-1}) - 1$ $i=1,2; \text{ et } n=1,,12$

	Rc	Rd	Rc	Rd
Moyenne mensuelle (Rm)	3,53%	4,03%	4,59%	4,59%
Variance (population) mensuelle	1,02%		2,87%	
Ecart type (stand. dev. Sigma) mensuel	10,09%	9,66%	16,96%	15,26%

Moyenne annuelle	42,33%		55,06%
Variance annuelle	12,22%		34,50%
Ecart type annuel	34,96%		58,74%

MPRF

43

AEM_Englas

CALCUL COVARIANCE et CORRELATION

	Titre1		Titre2		
Mois	$R(r_1)$	$p_1 - Rm_1$	$R(r_2)$	$p_2 - Rm_2$	Produit $(p_1 - Rm_1) \times (p_2 - Rm_2)$
déc-96					
janv-97	0,1618	0,1266	0,4033	0,3574	0,04524
févr-97	0,0827	0,0474	-0,0641	-0,1099	-0,00521
mars-97	0,0813	0,0460	-0,0800	-0,1259	-0,00579
avr-97	0,1408	0,1055	0,3716	0,3257	0,03437
mai-97	-0,2147	-0,2500	0,0339	-0,0120	0,00300
juin-97	0,0980	0,0627	-0,2162	-0,2621	-0,01644
juil-97	-0,0488	-0,0841	0,0859	0,0400	-0,00336
août-97	0,1354	0,1001	0,0126	-0,0333	-0,00333
sept-97	0,0216	-0,0137	0,0308	-0,0151	0,00021
oct-97	-0,0216	-0,0569	0,0299	-0,0160	0,00091
nov-97	0,0044	-0,0309	-0,0372	-0,0830	0,00257
déc-97	-0,0175	-0,0528	-0,0197	-0,0656	0,00347

Covariance 0,00464 <-- Moyenne(Produit)
0,00464 <-- Covariance($R(r_1), R(r_2)$)
Correlation 0,27090 <-- Coeff.Corr($R(r_1), R(r_2)$)

MPRF

44

AEM_Englas

Cas Général: *Portefeuille à M titres avec λ_i la part relative de chaque titre i (matrices)*

Vecteur colonne
des parts relatives
des titres dans
le Portefeuille

$$\mathbf{\Lambda} = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_i \\ \vdots \\ \lambda_m \end{pmatrix}$$

$$\sum_i \lambda_i = 1 ; i = 1 \dots m$$

Transposé de $\mathbf{\Lambda}$ (vecteur ligne) :

$$\mathbf{\Lambda}^T = [\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_m]$$

Rendement espéré du portefeuille

$$E(r_p) = \sum_{i=1}^M \lambda_i E(r_i)$$

$$\mathbf{E}(r_p) = \begin{pmatrix} E(r_1) \\ E(r_2) \\ \vdots \\ E(r_i) \\ \vdots \\ E(r_m) \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{E}(r_p)^T = [E(r_1), E(r_2), \dots, E(r_i), \dots, E(r_m)]$$

Variance du portefeuille

$$\text{var}(r_p) = \sum_{i=1}^M \lambda_i^2 \text{var}(r_i) + \sum_{i,j=1}^M 2\lambda_i \lambda_j \text{cov}(r_i, r_j)$$

$$\text{var}(r_p) = \sum_i \sum_j \lambda_i \lambda_j \sigma_{ij}$$

AEM_Englas

MPRF

47

Variance du portefeuille

$\text{var}(r_p)$ sous forme matricielle
(variance-covariance)

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} & \dots & \sigma_{1m} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} & \dots & \sigma_{2m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{m1} & \sigma_{m2} & \sigma_{m3} & \dots & \sigma_{mm} \end{bmatrix}$$

AEM_Englas

MPRF

48

CALCUL Rm et Sigma du Portefeuille (T1, T2)

Part	sigma	Rm
	16,96%	4,59%
0	16,96%	4,59%
0,05	16,25%	4,54%
0,10	15,56%	4,48%
0,15	14,89%	4,43%
0,2	14,24%	4,38%
0,25	13,62%	4,32%
0,30	13,02%	4,27%
0,35	12,45%	4,22%
0,40	11,92%	4,16%
0,45	11,43%	4,11%
0,50	10,98%	4,06%
0,55	10,58%	4,01%
0,60	10,24%	3,95%
0,65	9,97%	3,90%
0,70	9,76%	3,85%
0,75	9,62%	3,79%
0,80	9,57%	3,74%
0,85	9,58%	3,69%
0,90	9,68%	3,63%
0,95	9,85%	3,58%
1	10,09%	

MPRF

49

AEM_Englas

CALCUL Rendement moyen et Risque (Sigma)

Proportion de EQD (Titre1) : 0,5

Utilisation commande Données (Data) Table d'Excel

Mois	n	R _{1t}	R _{2t}	R _{pt}
janv-97	1	16,18%	40,33%	28,26%
févr-97	2	8,27%	-6,41%	0,93%
mars-97	3	8,13%	-8,00%	0,06%
avr-97	4	14,08%	37,16%	25,62%
mai-97	5	-21,47%	3,39%	-9,04%
juin-97	6	9,80%	-21,62%	-5,91%
juil-97	7	-4,88%	8,59%	1,85%
août-97	8	13,54%	1,26%	7,40%
sept-97	9	2,16%	3,08%	2,62%
oct-97	10	-2,16%	2,99%	0,41%
nov-97	11	0,44%	-3,72%	-1,64%
déc-97	12	-1,75%	-1,97%	-1,86%
moyenne				4,06%
variance				1,21%
Ecart type				10,98%

MPRF

50

AEM_Englas

Portefeuille efficient (efficace)

$$\min \text{Var}(r_p) = \min \sum_i \sum_j \lambda_i \lambda_j \sigma_{ij}$$

$$\begin{aligned} \text{S/C} \quad & \sum_i \lambda_i r_i = \mu = E(r_p) \\ & \sum_i \lambda_i = 1 ; i = 1 \dots m \end{aligned}$$

MPRF

AEM_Englais

51

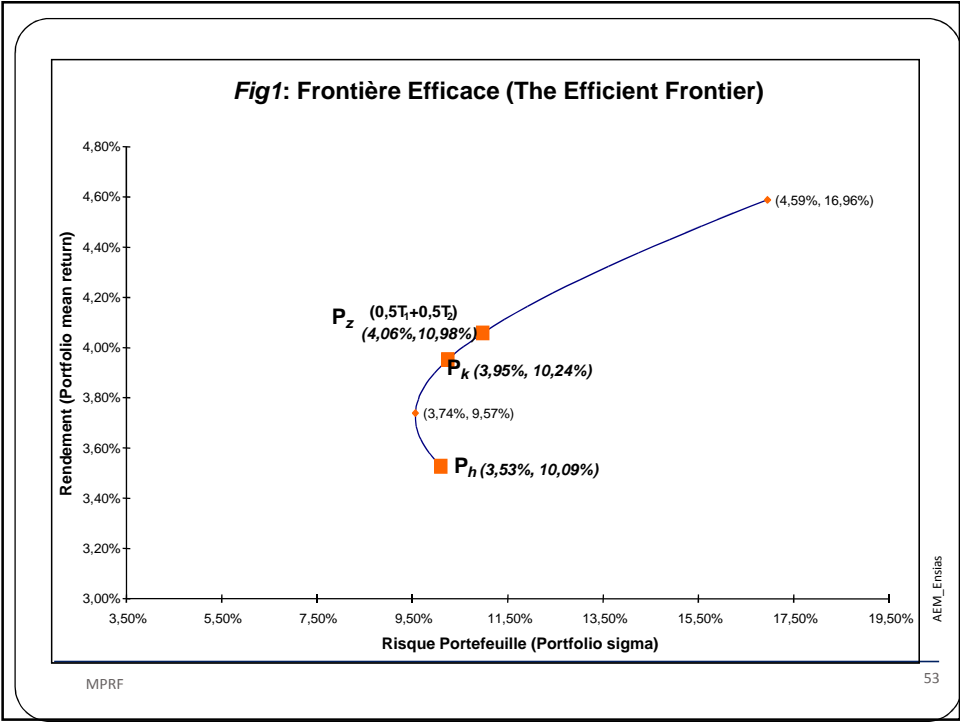
Portefeuille efficient (efficace)

Cas de 2 titres risqués

MPRF

AEM_Englais

52



Portefeuille Efficient & Corrélation

Données Portefeuille à 2 titres

$E(r_i)$	5,00%	$E(r_j)$	8,00%
Sigma_i	4,00%	Sigma_j	10,00%

Variance du Portefeuille

$$\sigma(r_p) = [\lambda_i^2 \sigma^2(r_i) + \lambda_j^2 \sigma^2(r_j) + 2\lambda_i \lambda_j \rho_{ij} \sigma(r_i) \sigma(r_j)]^{1/2}$$

MPRF

AEM_Englas

54

CAS1 : $r = 1$

Ecart Type (sigma)

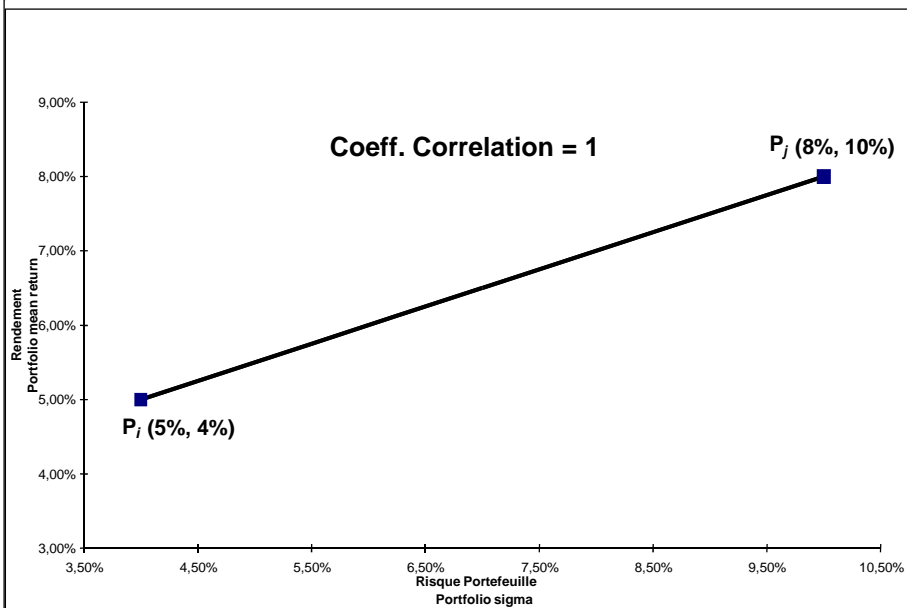
$$s(r_p) = I_i s(r_i) + I_j s(r_j)$$

Part dans I	Part dans J	$E(r_p)$	Sigma_p
100%	0%	5,00%	4,00%
75%	25%	5,75%	5,50%
50%	50%	6,50%	7,00%
25%	75%	7,25%	8,50%
0%	100%	8,00%	10,00%

MPRF

55

AEM_Englas



MPRF

56

AEM_Englas

CAS2 : r = 0

Ecart Type (sigma) : $s(r_p) = [I_i^2 s^2(r_i) + I_j^2 s^2(r_j)]^{1/2}$

$$s(r_p) < I_i s(r_i) + I_j s(r_j)$$

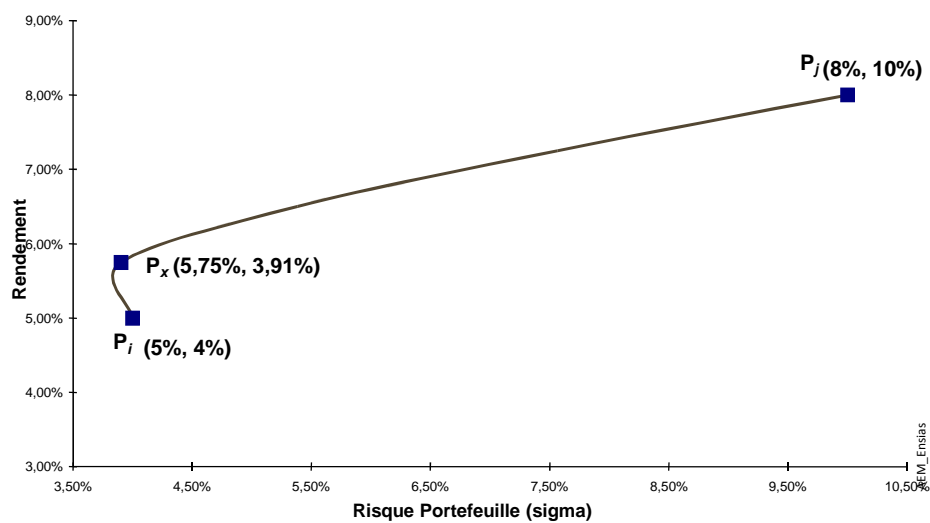
Part dans I	Part dans J	E(r _p)	Sigma _p
100%	0%	5,00%	4,00%
75%	25%	5,75%	3,91%
50%	50%	6,50%	5,39%
25%	75%	7,25%	7,57%
0%	100%	8,00%	10,00%

MPRF

57

AEM_Englas

Coeff. Correlation = 0



MPRF

58

AEM_Englas

CAS3 : $r = -1$

Ecart Type (sigma) $s(r_p)$: $s(r_p) = \pm [I_i s(r_i) - I_j s(r_j)]$

Si $I_i \geq s(r_i) / [s(r_i) + s(r_j)]$

racine > 0

Si $I_i < s(r_i) / [s(r_i) + s(r_j)]$

racine < 0

Part dans I	Part dans J	$E(r_p)$	Sigma_p
100,0%	0,0%	5,00%	4,00%
75,0%	25,0%	5,75%	0,50%
71,4%	28,6%	5,86%	0,00%
50,0%	50,0%	6,50%	3,00%
25,0%	75,0%	7,25%	6,50%
0,0%	100,0%	8,00%	10,00%

racine > 0

racine > 0

racine > 0

racine < 0

racine < 0

racine < 0

Ps : Portefeuille à risque nul (sigma=0): (5,86%, 0%)

$$s(r_p) = I_i s(r_i) + I_j s(r_j) = 0$$

$$\text{Deux titres : } I_j = 1 - I_i$$

$$s(r_p) = I_i s(r_i) + (1 - I_i) s(r_j) = 0$$

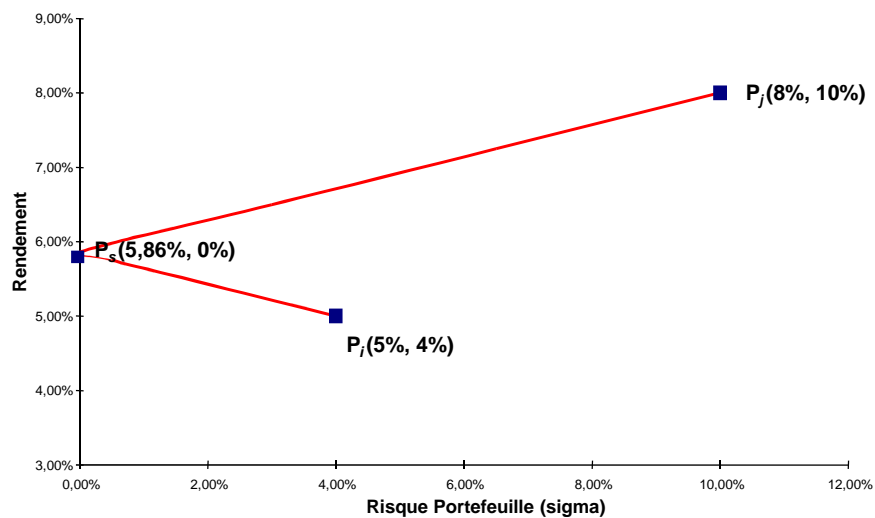
$$I_i = s(r_j) / [s(r_i) + s(r_j)]$$

MPRF

AEM_Englas

59

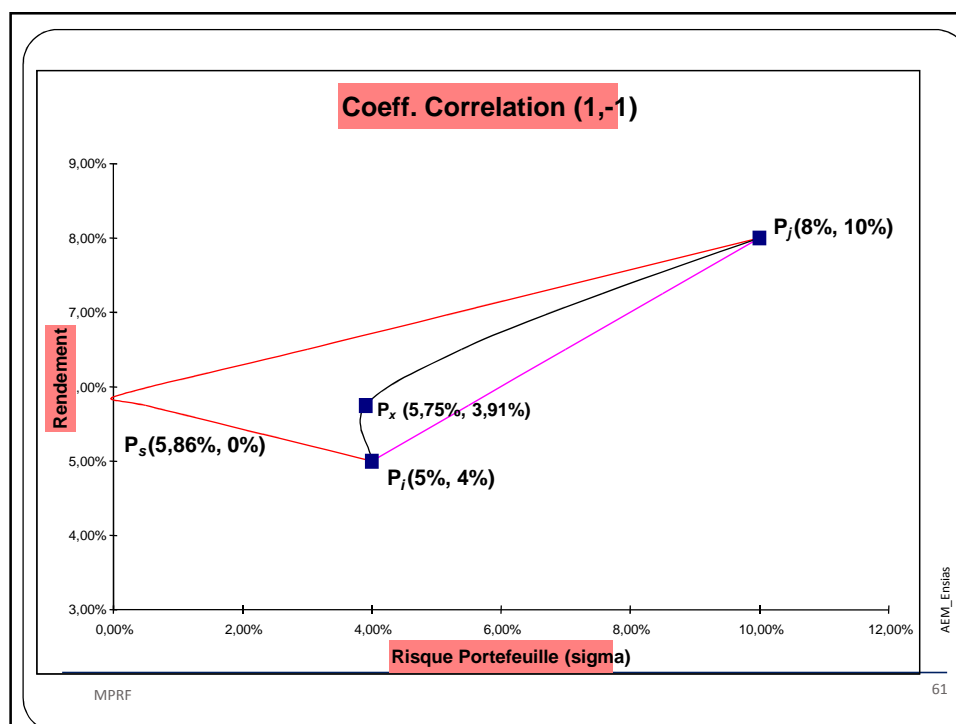
Coeff. Correlation = -1



MPRF

AEM_Englas

60



**FE GENERALISATION
PORTEFEUILLES A
M TITRES RISQUES**

MPRF

AEM_Englas
62

Frontière efficace (portefeuilles efficients)

- FE est l'ensemble des portefeuilles efficients (Black 1972) : ensemble de toutes les combinaisons convexes de toute paire de portefeuilles efficaces
- 2 portefeuilles sur l'Enveloppe sont suffisants pour établir toute l'Enveloppe de portefeuilles possibles

MPRF

AEM_Englas

63

Frontière efficace (PE)

Si $X = X_1, X_2, \dots, X_m$ et $Y = Y_1, Y_2, \dots, Y_m$ sont deux portefeuilles efficaces (PE), alors pour une constante a , W est un PE :

$$W = aX + (1-a)Y = \begin{pmatrix} aX_1 + (1-a)Y_1 \\ \vdots \\ aX_i + (1-a)Y_i \\ \vdots \\ aX_m + (1-a)Y_m \end{pmatrix}$$

MPRF

AEM_Englas

64

Frontière efficace (PE)

Rendement espéré de W:

$$E(r_w) = aE(r_x) + (1-a)E(r_y)$$

Variance de W:

$$\text{Var}(r_w) = a^2 \sigma_x^2 + (1-a)^2 \sigma_y^2 + 2a(1-a) \text{Cov}(r_x, r_y)$$

$$\text{Var}(r_w) = a^2 \sigma_x^2 + (1-a)^2 \sigma_y^2 + 2a(1-a) X^T Z Y$$

AEM_Englas

MPRF

65

PORTFEUILLE AVEC 4 TITRES (ACTIFS FINANCIERS RISQUES)

Variance-covariance (4 titres)

0,2	-0,2	0,4	0,4
-0,2	0,6	0,2	0,04
0,4	0,2	0,8	0,12
0,4	0,04	0,12	1

Rm

12%
16%
20%
30%

Portefeuille 1 : P₁

0,25	0,5	0,2	0,05
------	-----	-----	------

Portefeuille 2: P₂

	0,2	0,2	0,05	0,55
	Moyenne	Variance	Sigma	Covariance
P ₁	16,50%	0,2414	49,13%	
(P ₁ , P ₂)				0,1934
P ₂	23,10%	0,4359	66,02%	

AEM_Englas

MPRF

66

Calcul du rendement/risque des combinaisons des Portefeuille1 et Portefeuille2

Proportion de P1: 0,3
 $R_{m_p} (0,3 \cdot R_{m_1} + 0,7 R_{m_2})$
 Variance
 Ecart Type

0,3
 0,2112
 0,3165
 0,5626

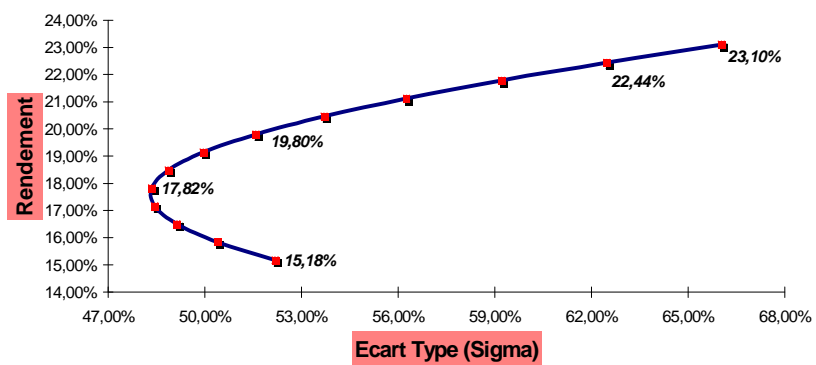
Part	Sigma	R
	56,26%	21,12%
0	66,02%	23,10%
0,1	62,47%	22,44%
0,2	59,20%	21,78%
0,3	56,26%	21,12%
0,4	53,70%	20,46%
0,5	51,58%	19,80%
0,6	49,95%	19,14%
0,7	48,86%	18,48%
0,8	48,35%	17,82%
0,9	48,45%	17,16%
1	49,13%	16,50%
1,1	50,39%	15,84%
1,2	52,17%	15,18%

MPRF

67

AEM_Englas

FE Portefeuille avec 4 Titres Risqués



MPRF

68

AEM_Englas

CHI_2

Management de portefeuille

MODELISATION DE LA GESTION DE PORTEFEUILLE CAPM

AEM_Englas

MPRF

69

Portefeuilles efficaces

- **PE & CAPM**
- **2 versions CAPM**
 - ✓ CAPM à zéro-bêta de Black
 - ✓ CAPM à titre certain (sans risque): SML
- **CML vs SML**
- **Test du CAPM**
 - ✓ Estimation du β & SML

AEM_Englas

MPRF

70

Portefeuilles efficaces

$$\mathbf{R} = \mathbf{E}(\mathbf{r}_p) = \begin{bmatrix} E(r_1) \\ E(r_2) \\ \vdots \\ E(r_i) \\ \vdots \\ E(r_m) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}^T = \mathbf{E}(\mathbf{r}_p)^T = [E(r_1), E(r_2), \dots, E(r_i), \dots, E(r_m)]$$

MPRF

71

AEM_Englas

Portefeuilles efficaces

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} & \dots & \sigma_{1m} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} & \dots & \sigma_{2m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{m1} & \sigma_{m2} & \sigma_{m3} & \dots & \sigma_{mm} \end{bmatrix} ; \mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_m \end{bmatrix} ; \sum_{i=1}^M x_i = 1$$

\mathbf{X} (vecteur colonne) représente un portefeuille composé uniquement des titres risqués dont x_i est la part du portefeuille investie dans le titre i ; la somme des x_i est égale à 1

MPRF

72

AEM_Englas

Rendement espéré du Portefeuille

Rendement espéré du Portefeuille X est:

$$E(r_x) = X^T * R = \sum_{i=1} x_i E(r_i)$$

Variance (covariance) du Portefeuille

Variance du rendement Portefeuille X est:

$$\text{Var}(X) = \sigma_x^2 = \sigma_{xx} = X^T Z X = \sum_{i=1} \sum_{j=1} x_i x_j \sigma_{ij}$$

Covariance des rendements de X et Y:

$$\text{Cov}(X, Y) = \sigma_{xy} = X^T Z Y = \sum_{i=1} \sum_{j=1} x_i y_j \sigma_{ij}$$

et

$$\sigma_{xy} = \sigma_{yx}$$

AEM_Englas

MPRF

73

CAPM

Le rendement espéré d'un titre (portefeuille) est fonction (linéaire) de son risque systématique

Risque Total = {Risque systématique (RS) (ou risque non diversifiable)}
+ {Risque non systématique (RNS) (diversifiable)}

AEM_Englas

MPRF

74

Risque systématique (RS)

- RS risque attribuable aux mouvements globaux du marché en particulier et de l'économie en général
- Facteurs : inflation, fluctuations des taux d'intérêt, récession, perturbations politiques (changement de gouvernement...), etc.
- RS est fonction du Bêta β du titre (portefeuille)
- Le coefficient β mesure la volatilité du titre (portefeuille) par rapport à la volatilité du marché (risque relatif) :

$$\beta > 1, \beta = 1, \beta < 1$$

AEM_Englas

MPRF

75

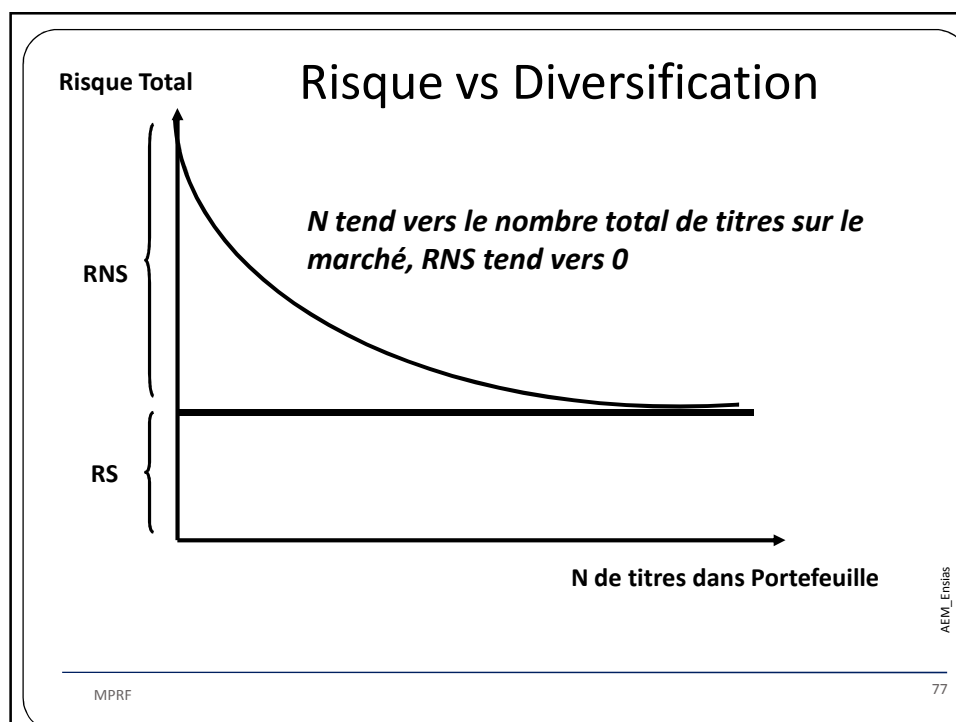
Risque non systématique (RNS)

- Risque lié à des facteurs spécifiques à la firme ou ensemble de firmes (secteur)
- Facteurs : Investissements, contrats, erreurs de gestion, poursuites judiciaires, changement de goûts des consommateurs, etc.
- Il est possible d'éliminer (théoriquement) tout le RNS par la diversification
- Par conséquent le RNS ne devrait pas avoir d'impact sur le rendement exigé par l'investisseur

AEM_Englas

MPRF

76



Risque & CAPM

- Portefeuille parfaitement diversifié PPD(CML)

$$RT = RS \text{ et } \beta = 1$$
- Portefeuille imparfaitement (non parfaitement) diversifié PID (SML)

$$RT = RS + RNS \text{ et } \beta \neq 1$$

AEM_Englas

MPRF

78

CML

$$E(R_p) = r + [E(R_M) - r] \sigma(R_p) / \sigma(R_M) : \text{CML}$$

Si $r = r_f$ (taux sans risque " Bon de trésor ")

Portefeuille:

- Part du BT dans portefeuille α
- Part du portefeuille de marché $(1 - \alpha)$

$$E(R_p) = \alpha r_f + (1 - \alpha) E(R_M)$$

$$\sigma(R_p) = (1 - \alpha) \sigma(R_M)$$

CML: Ensemble de combinaisons d'actif non risqué et du portefeuille de marché avec $\alpha \geq 0$

MPRF

79

AEM_Englas

SML

$$E(R_p) = r + [E(R_M) - r] \beta_p = r + \theta \beta_p$$

(pour un seul titre i : $E(R_i) = r + [E(R_M) - r] \beta_i = r + \theta \beta_i$)

$$\begin{aligned} \beta_p &= \text{Cov}(R_p, R_M) / \sigma^2(R_M) \\ &= \rho(R_p, R_M) \sigma(R_p) \sigma(R_M) / \sigma^2(R_M) \end{aligned}$$

θ : Prime par unité de risque

Actif non risqué

$$E(R_p) = r_f + [E(R_M) - r_f] \beta_p = r_f + \theta \beta_p$$

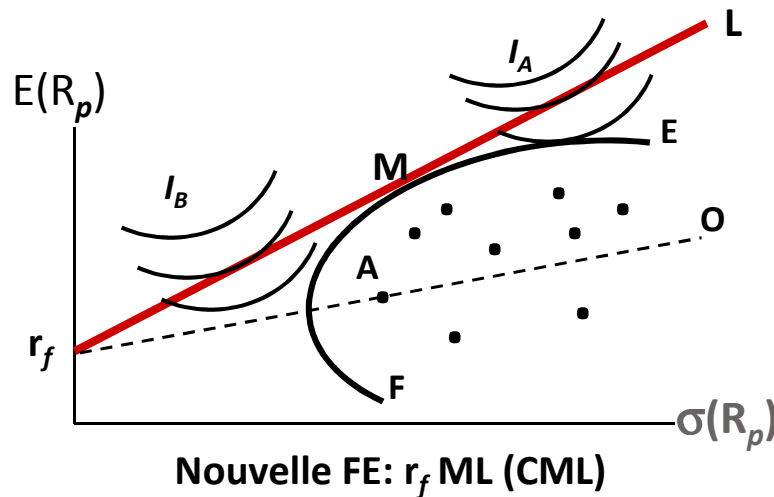
MPRF

80

AEM_Englas

Portefeuille optimal

(titre sans risque et portefeuille de marché)



Nouvelle FE: r_f ML (CML)

MPRF

81

AEM_Englas

Théorème de séparation

Quand le marché est en équilibre et que la composition du portefeuille risqué (portefeuille du marché) est la même pour tous les investisseurs, alors seule la proportion des fonds investis dans le titre sans risque et dans le portefeuille du marché varie d'un investisseur à l'autre selon le degré d'aversion au risque.

Ce théorème est connu dans la TP sous le nom du théorème de séparation

MPRF

82

AEM_Englas

CAPM : PE & CML / Application

Matrice Variance-covariance				RM moyen	RM – Cte (5,75%)
0,25	0,05	-0,15	0,05	0,06	0,0025
0,05	0,25	0,02	-0,025	0,05	-0,0075
0,07	0,02	0,25	0,15	0,07	0,0125
0,05	-0,025	0,15	0,6	0,08	0,0225

AEM_Englais

MPRF

83

Constante	Portefeuille X		Portefeuille Y	
	0,00		0,0575	
	S	X	S	Y
T1	0,2810	0,4365	0,0291	0,5962
T2	0,1405	0,2182	-0,0355	-0,7263
T3	0,1419	0,2205	0,0289	0,5904
T4	0,0803	0,1247	0,0264	0,5398
Moyenne		6,25%		8,40%
Var		9,71%		54,15%
Sigma		31,17%		73,58%
Cov(x,y)	0,1027	Calcul d'un portfeuille	Part de X : a	0,3000
Corr(x,y)	0,4476		RM _p	0,0655
			Sigma _p	0,2462

AEM_Englais

MPRF

84

Frontière Efficace

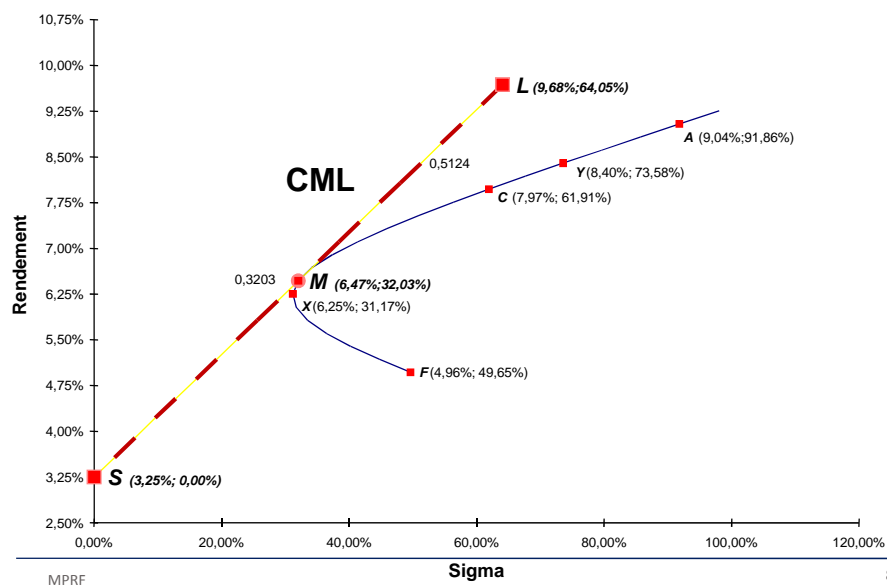
(Commande Données Table)				
Part a	Sigma _p	R _p	Portfeuille	
-0,4	0,9807	0,0925		
-0,3	0,9186	0,0904	0,0904	A
-0,2	0,8569	0,0883		
0	0,7358	0,0840	0,0840	Y
0,1	0,6768	0,0818		
0,2	0,6191	0,0797	0,0797	B
0,5	0,4593	0,0732		
0,7	0,3734	0,0690		
0,9	0,3203	0,0647	0,0647	M Marché
1,0	0,3117	0,0625	0,0625	X
1,2	0,3350	0,0582		
1,3	0,3644	0,0561		
1,6	0,4965	0,0496	0,0496	F

MPRF

85

AEM_Englas

Frontière Portefeuilles Efficaces

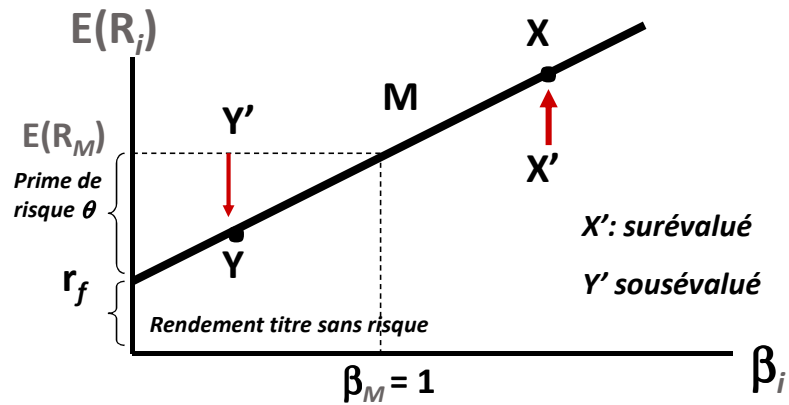


MPRF

86

AEM_Englas

SML : Relation entre $E(R_i)$ et β_i à l'équilibre



MPRF

87

AEM_Englas

CHII Management de risques financiers

Introduction à l'ingénierie financière

MPRF

88

AEM_Englas

CHII
Management de risques financiers

Introduction à l'ingénierie financière

**Modélisation de la Gestion du Risque
et Théorie des Options**

MPRF

AEM_Engias

89

Retour sur le Risque

- Analyse Moyenne-Variance (M-V)
- Modèles multifacteurs (multivarié) pour M-V
- Déviation moyenne absolue "Mean-absolute deviation"
- Modèles de Regret
- Optimisation par scénario "Scenario optimization".
 - VAR
 - VaR contigeant « Conditional Value at Risk (CVAR) »
 - Portefeuille efficace, Frontière efficace Put/call
 - Stratégies de Management de risque
 - Strategies dynamiques de portefeuille

MPRF

AEM_Engias

90

Risques financiers

Risque financiers

- Risque de taux
- Risque de change
- Risque de cours des matières premières
- Risque de crédit/contrepartie

Différents instruments financiers (produits dérivés,...), ont été créés à l'origine, pour permettre aux opérateurs de se couvrir contre différents types de risques financiers

AEM_Englas

91

Risques bancaires

Risques bancaires

Risque de signature, risque de liquidité, risque de marché, risque de taux d'intérêt, risque de taux de change, risque systémique, risque opérationnel

Réforme Bâle II

Nouvel accord sur les fonds propres L'approche basée sur la notation interne ou IRB (internal rating based) proposée par le Comité de Bâle passer la mesure du capital réglementaire d'un calcul arithmétique (ratio Cooke) à un calcul probabiliste (ratio Mac donough).

AEM_Englas

92

Ratio Cooke

Ratio international de solvabilité appliqué depuis 1988 par les banques

Il définit les exigences en fonds propres qu'elles doivent respecter en fonction des risques pris

Ratio Cooke : $\text{Fonds propres} / 8\% \times \text{Risques pondérés}$

rapport ne doit, en principe, pas excéder 8% c'est à dire que pour un total actif de 100, la banque doit avoir au moins 8 de fonds propres)

AEM_Englas

93

Ratio McDonough

Bâle II : Une réforme sophistiquée de la gestion des risques bancaires à l'échelle mondiale

Réforme Bâle II : Ratio McDonough

Ratio McDonough

$\text{Fonds propres} / \text{Risques crédit} + \text{marché} + \text{opérationnels} \geq 8\%$

AEM_Englas

94

Réforme Bâle II

Institutions impliquées

- Institué par le Comité de Bâle
- représenté par les pays du G10 et le Luxembourg
- Destiné aux Banques et institutions financières dans plus de 100 pays dans le monde

Objectifs

- Assurer la stabilité du système financier international et la protection de l'épargnant
- Améliorer le dispositif « Bâle I », qui avait instauré le ratio de solvabilité Cooke en 1988

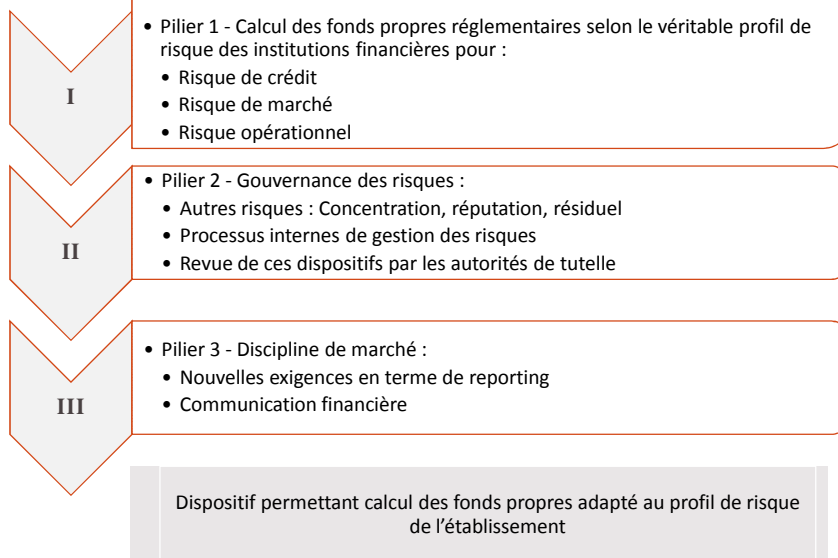
Date & Echancier

- 2004 : Publication de l'accord
- 2005 : Lancement des dispositifs
- 2007 : Application de l'accord
- 2010 : Abandon définitif de l'ancien ratio Cooke

AEM_Englas

95

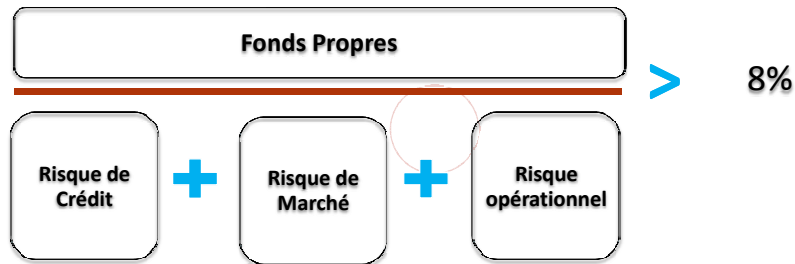
Bâle II: Périmètre de la réforme



AEM_Englas

96

Ratio Mc Donough



Bâle II: Le Ratio Mc Donough remplace le ratio de solvabilité Cooke

AEM_Englas

97

Ratio Mc Donough

Risque de crédit = Encours de crédit pondérés

3 méthodes de calcul

- Standard
- IRB fondation
- IRB avancée

Risque de marché!: 12,5 x Exigence en FP au titre des RM

2 méthodes de calcul

- Standard
- Modèles internes

Risque opérationnel: 12,5 x Exigence en FP au titre des RO

3 méthodes de calcul

- Indicateurs de base
- Standardisée
- Mesures internes

AEM_Englas

98

Mesures de Risque

Semi-variance: Downside ou shortfall risk

- Distribution asymétrique
- Downside ou shortfall risk: probabilité (seuil par ex 5%) de perte d'un certain montant spécifié a priori
- Si loi normal: Variance \equiv shortfall risk

VaR (Value at Risk)

- Démarche inverse du Shortfall
- Montant de la perte pour une probabilité (seuil par ex 5%) spécifiée

AEM_Englas

99

VaR

Définition: VaR (Value at Risk)

- Mesure agrégée de la prise de risque globale
- Indicateur synthétique, introduit en 1994 par la banque d'affaires JP MORGAN, qui rend compte de la perte minimale pour un niveau de risque et un horizon de temps donné.

Bale II et Capital réglementaire

- Bale II autorise les banques à déterminer leur capital nécessaire pour répondre au risque de marché par un modèle interne utilisant la VaR(99%, 10j).
- Le capital réglementaire exigé vaut généralement 3 fois la VaR (99%, 10j).

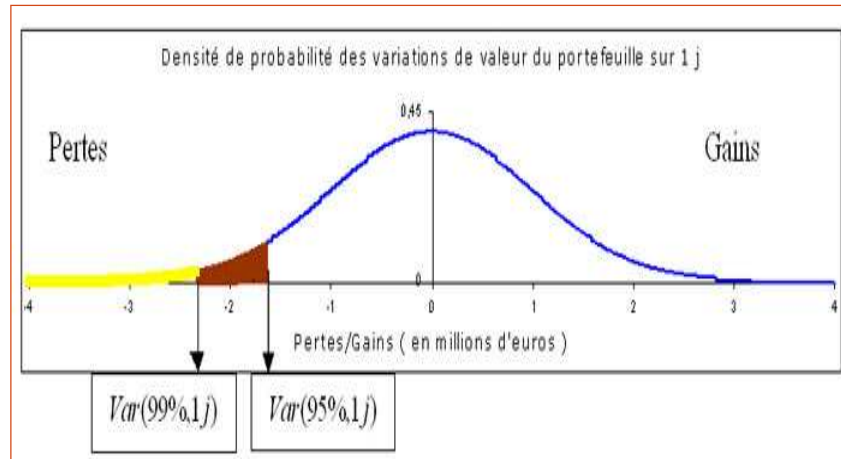
Calcul de la VaR: 3 méthodes principales

- Méthode historique
- Méthode paramétrique (analytique) ou approche variance-covariance
- Simulation de Monte Carlo

AEM_Englas

100

VaR



Var(99%, 1j) correspond approximativement à une perte de 2.33 millions d'euros
 VaR(95%, 1j) correspond à peu près à une perte de 1.65 million d'euros

AEM_Englas

101

Risque de Crédit : Variables

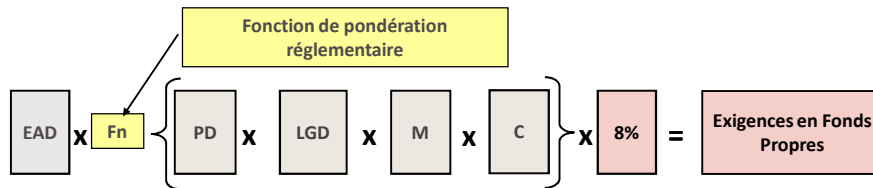
- **IRBA** *Internal Rating Base Approach* (i.e. méthodologie de calcul des fonds propres réglementaire où la mesure du risque est basée dans une large mesure sur les données internes de l'établissement, par opposition à la méthode standard où cette mesure est effectuée exclusivement sur la base de coefficients réglementaires.
- **EAD** Exposition lors du défaut (*exposure at default*)
- **PD** Probabilité de défaut
- **LGD** Perte en cas de défaut (*loss given default*)
- **M** Maturité
- **C** Facteur de Corrélation

AEM_Englas

102

Risque de Crédit (Rappel des exigences de la réforme de Bâle)

Calcul avec la Méthode Standard



Calcul avec les Méthodes basée sur les Notations internes

IRBA Foundation :

PD estimations internes,
LGD (50%) et EAD données réglementaires

IRBA Advanced :

PD , LGD, EAD : estimations internes

AEM_Englas
103

Produits dérivés

Un **produit dérivé** « *derivative product* » est un instrument financier (IAS 39) : c'est un contrat entre deux parties, un acheteur et un vendeur, qui fixe des flux financiers futurs fondés sur ceux d'un actif sous-jacent, réel ou théorique, généralement financier.

- Sa valeur varie en fonction de l'évolution du *sous-jacent* (taux ou du prix)
- Ne requiert aucun ou faible placement net initial
- Règlement s'effectue à une date future

AEM_Englas

104

Produits dérivés

Options

- Options Vanilla
- Options exotiques

Deux générations d'options exotiques:

- Options de première génération : caps, floors, swaptions européens. Ces options sont essentiellement utilisées sur le marché des taux d'intérêt ;
- Options de seconde génération, les path-dependent : lookbacks, asiatiques, à barrière, digitales, composées, à choix différé.

AEM_Englas

105

Dérivés de 2ème génération : Options (Vanilla: CALL, PUT)

Dérivés de 3ème génération (Options Exotiques)

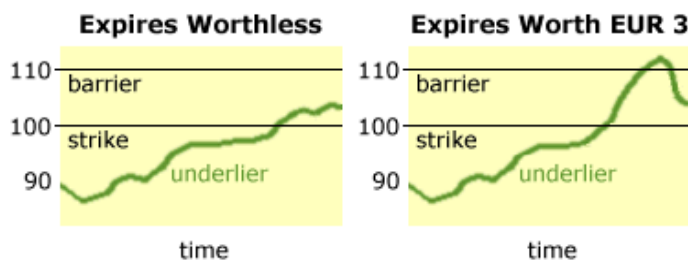
Également appelés produits hybrides ou « exotiques ».

Exemple de produit hybride :

- obligations convertibles (en actions)

Exemples de produits exotiques :

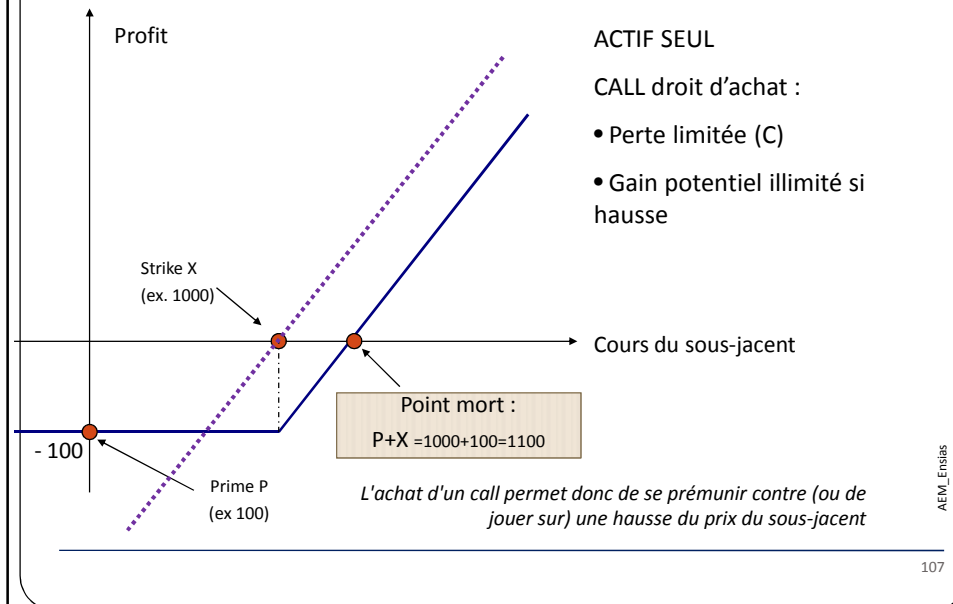
- option à barrière: option exercable à une condition supplémentaire
- Swaption (*des bermudes*) : option sur swap à dates données



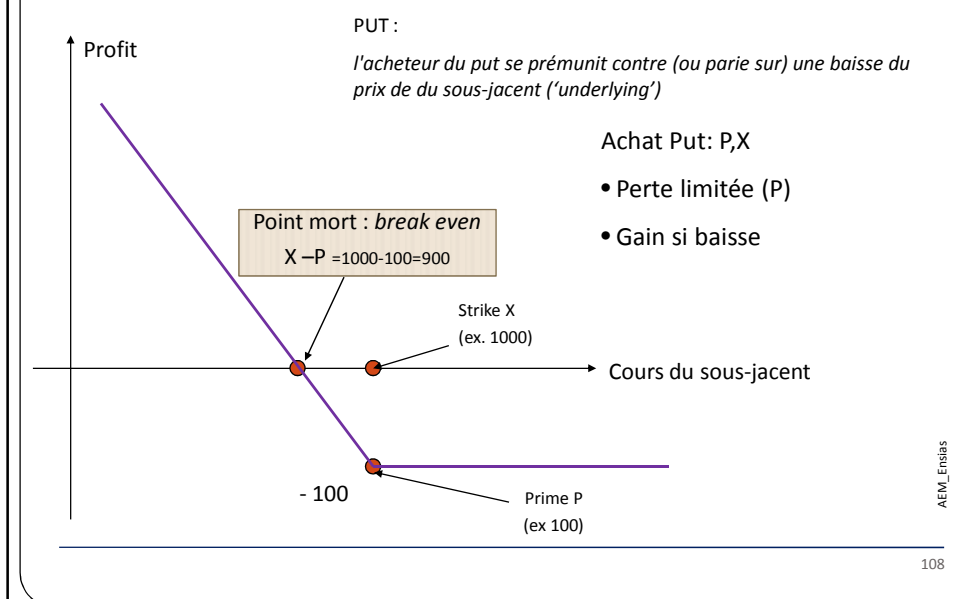
AEM_Englas

106

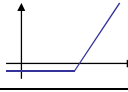
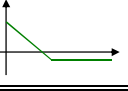
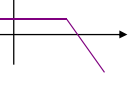
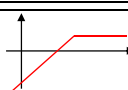
Achat d'un CALL



Achat d'un PUT



Options « vanille »

STRATÉGIE	ANTICIPATION DES COURS	GAIN POTENTIEL	PERTE POTENTIELLE	PROFIL
ACHAT de CALL	HAUSSE	Illimité (mais le prix ne monte pas à l'infini)	Limitée	
ACHAT de PUT	BAISSE	Illimité (mais le prix ne descend pas au-dessous de zéro)	Limitée	
VENTE de CALL	STABILITE ou LEGERE BAISSSE	Limité	Illimitée (mais le prix ne monte pas à l'infini)	
VENTE de PUT	STABILITE ou LEGERE HAUSSE	Limité	Illimitée (mais le prix ne descend pas au-dessous de zéro)	

AEM_Englas
109

Produits dérivés

Options exotiques

Options Barrières (option standard (C ou P) avec outstrikes/Instrikes situés dans la direction "out-of-the-money/in-the-money" de l'option)

- Knock Out / Knock In
- Kick Out / Kick In
- Kick Out with Rebate
- Double Knock Out (DKO)

Options Payout

- Lock Out
- Double Lock Out
- Lock Out / Lock In
- Digital

AEM_Englas
110

GROP

1. Caractéristiques et propriétés des Options

2. Evaluation (*pricing*) des Options

- Modèle binomial
- Modèle Black-Scholes

3. Gestion du risque: utilisation des options comme couverture de risque

4. Options en tant qu'instruments d'investissement (placements) et de spéculation



MPRF

111

AEM_Englas

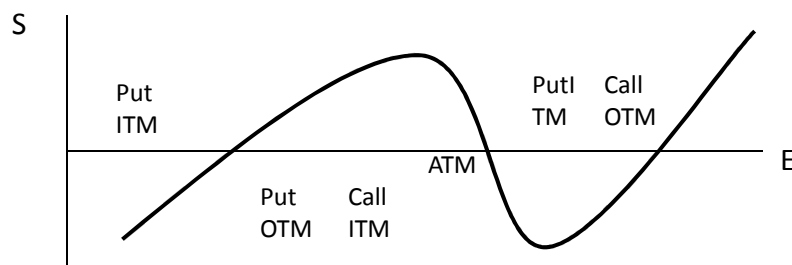
Options

Valeur (Prix) d'Option = $V_I (IV) + V_T (TV)$

Call $C = (S - E) + TV$; Put $P = (E - S) + TV$

OE: $TV = 0$;

OA: $TV \geq 0 (T \rightarrow 0)$



112

AEM_Englas

Modèle Binomial d'Evaluation des Options

Modèle simple à 1 périodes (2 dates) / 2 actifs

- Date 0 et Date 1
- Deux actifs: Action A, obligation (BT) B
- Vente de Call sur action
- Taux d'intérêt : $r = 7\%$
- Prix A (temps 0): $S_0 = 400$, Exercice (E) $X = 400$
- Prix A (temps 1): $+10\%$ ou -5%
- Maturité: Temps 1

MPRF

113

AEM_Englas

MBEO

Modèle simple à 1 périodes / 2 actifs

- Calcul du Prix de l'option Call (C) : Arbitrage (*pricing by arbitrage*)

Il existe une combinaison Action / Obligation qui reproduit les mêmes résultats d'une option Call (ou option Put)

$$440A + 1,07B = 40$$

$$380A + 1,07B = 0$$

$$A = 0,6667; B = -236,760$$

$$C = 0,6667 \cdot X - 236,760 \cdot P_B$$

$$C = 0,6667 \cdot 400 - 236,760 \cdot 1 = 29,9065$$

MPRF

114

AEM_Englas

MBEO

Prix contingents (selon états de la nature)

Deux possibilités:

Haut (Etat 1) : prix augmente de u et prix de marché P_u

Bas (Etat 2) : prix baisse de d et prix de marché P_d

Prix d'Action : $P_u * S * (1+u) + P_d * S * (1+d) = S$

Prix d'Obligation : $P_u * (1+r) + P_d * (1+r) = P_b = 1$

$$P_u * (1+r) + P_d * (1+r) = P_u * (1+u) + P_d * (1+d)$$

$$P_u = (r-d) / (1+r)(u+d) \quad \& \quad P_d = (u-r) / (1+r)(u+d)$$

$$C = P_u \max[S(1+u) - X, 0] + P_d \max[S(1+d) - X, 0]$$

$$P = P_u \max[X - S(1+u), 0] + P_d \max[X - S(1+d), 0]$$

MPRF

115

AEM_Englas

MBEO

$$P_u = (r-d) / (1+r)(u+d) = [0,07 - (-0,05)] / (1+0,07)(0,1-(-0,05)) = 0,7477$$

$$P_d = (u-r) / (1+r)(u+d) = (0,1-0,07) / (1+0,07)(0,1-(-0,05)) = 0,1869$$

$$C = P_u \max[S(1+u) - X, 0] + P_d \max[S(1+d) - X, 0]$$

$$C = 0,7477 * 40 + 0,1869 * 0 = 29,9065$$

$$P = P_u \max[X - S(1+u), 0] + P_d \max[X - S(1+d), 0]$$

$$P = 0,7477 * 0 + 0,1869 * 20 = 3,7383$$

MPRF

116

AEM_Englas

MBEO Application

Données de base

S_0	400
X	400
Haut Up	0,1
$1+Up$	1,1
Bas Down	-0,05
$1+Down$	0,95
r	0,07
$1+r$	1,07

MPRF

117

AEM_Englas

MBEO Application

Binomial Option (1 Période, 2 Actifs)

Données de base	
S_0	400
X	400
Haut Up (u)	0,1
$1+Up$	1,1
Bas Down (d)	-0,05
$1+Down$	0,95
r	0,07
$1+r$	1,07

PRIX ACTIF X

400

440

$=D5*(1+B5)$

380

$=D3*(1+B7)$

PRIX BON P_B

1

1,07

$=D11*B10$

1,07

$=D11*B10$

440

A

+

1,07 B

=

40,0000

380

A

+

1,07 B

=

0,0000

=====>

A

=

0,6667

$=(D28-D30)/(D5*(B5-B7))$

B

=

-236,760

$-F6*N7/B10$

CALL 29,9065 $= A*X + B*PB$

Prix contingents (selon états de nature)

P_u 0,7477 $=(B9-B7)/(B10*(B5-B7))$

P_d 0,1869 $=(B5-B9)/((B5-B7)*B10)$

CALL 29,9065 $=MAX(D12- \$B\$4;0)$

$=(\$B\$25*D28)+(\$B\$26*D30)$ 0,0000 $=MAX(D14- \$B\$4;0)$

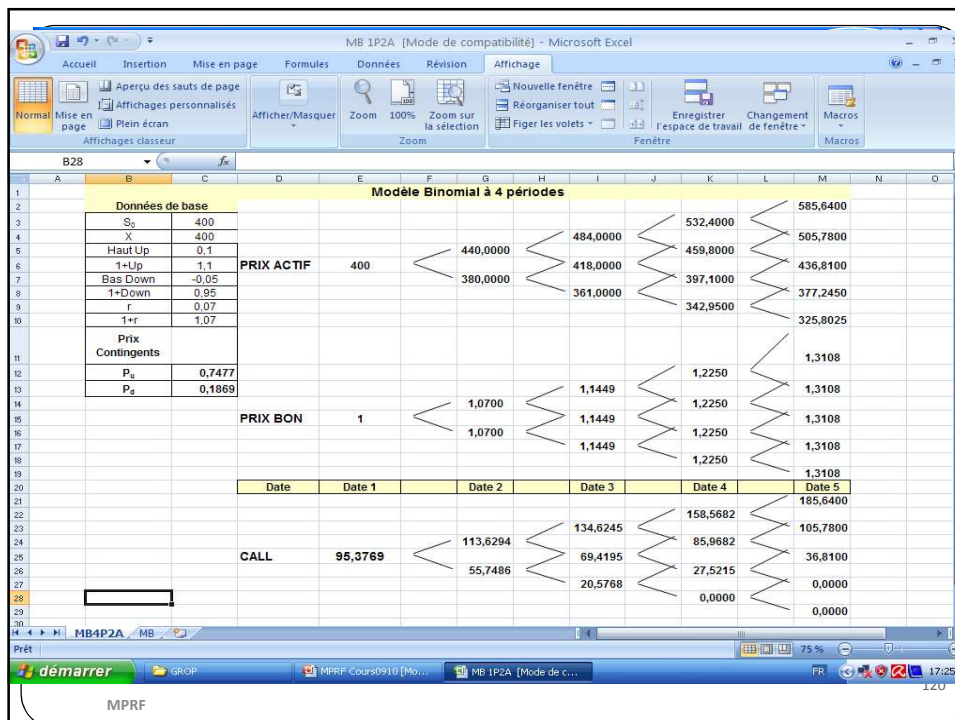
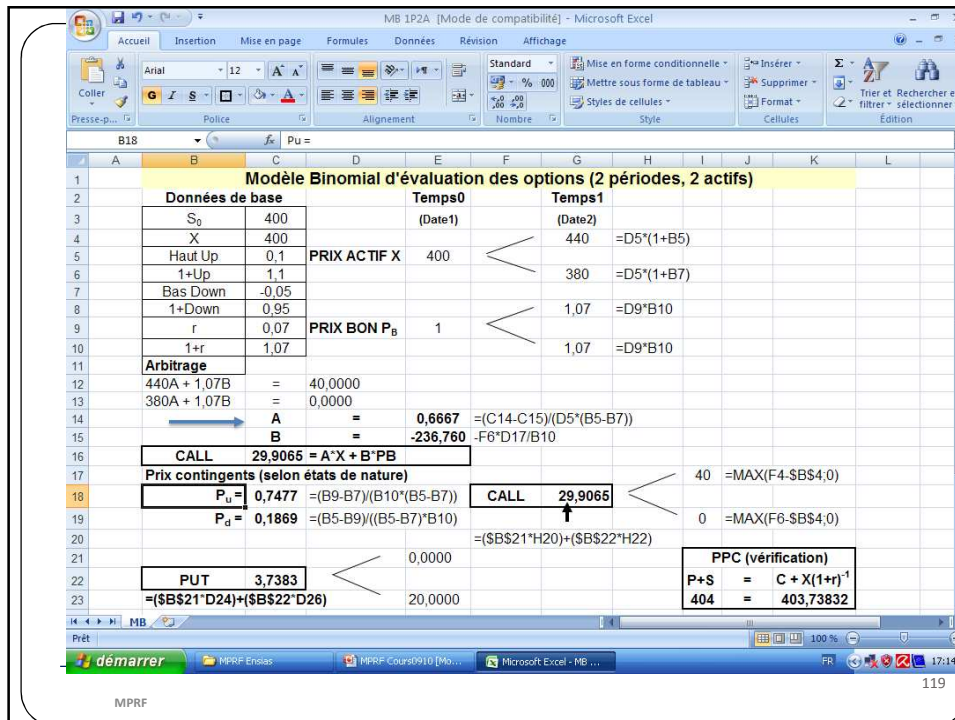
PUT 3,7383 0,0000 PPC (vérification)

$P+S$ 20,0000 403,7383178 $= C + X(1+r)^{-1}$ 403,7383178

MPRF

118

AEM_Englas



MBEO : Forme Générale

Il n'est pas nécessaire de passer par la solution de récurrence (*back-ward*) pour trouver la solution (Prix de l'Option)

Il existe une formulation générale pour l'évaluation multi périodes des options

$$\text{Call } C = \sum_{h=0}^n \binom{n}{h} p_u^h p_d^{n-h} \max[S_0 (1+u)^h (1+d)^{n-h} - X, 0]$$

$$\text{Put } P = \sum_{h=0}^n \binom{n}{h} p_u^h p_d^{n-h} \max[X - S_0 (1+u)^h (1+d)^{n-h}, 0]$$

MPRF

121

AEM_Englas

MBEO : Forme Générale

Résultat Final R	Nombre Haut h	Nombre Bas b	Prix de R P _R	Nombre Sentiers N _s	Valeur = R x P _R x N _s
185,6400	4	0	0,3125	1	58,0091
105,7800	3	1	0,0781	4	33,0543
36,8100	2	2	0,0195	6	4,3134
0,0000	1	3	0,0049	4	0,0000
0,0000	0	4	0,0012	1	0,0000
Prix de l'Option (C ou P) : Total					95,3769

MPRF

122

AEM_Englas

MBEO : Forme Générale

Prix Contingents					
	Pu	0,7477			
	Pd	0,18692			
R =	105,78	est obtenu avec 3 haut et 1 Bas			
PR =	$=(Pu)^h \times (Pd)^b =$	0,07812047			
Ns =	$\begin{pmatrix} \text{Nombre de périodes } n \\ \text{Nombre de Haut } h \end{pmatrix}$				
Ns =	$\binom{n}{h} = \binom{4}{3} = \text{Combin}(4;3) =$	4	Coefficient binomial		
Valeur d'un R =	$R \times P_R \times N_s =$	33,0543			

MPRF

123

AEM_Englas

Modèle Back & Scholes d'évaluation des options

1. Caractéristiques et propriétés des Options
2. Evaluation (*pricing*) des Options
 - Modèle Binomial
 - Modèle B&S
3. Gestion du risque: utilisation des options comme couverture de risque
4. Options en tant qu'instruments d'investissement (placements) et de spéculation

124

AEM_Englas

Définitions

$$C = SN(d_1) - Xe^{-rT}N(d_2)$$

$$d_1 = [\ln(S/X) + (r + \sigma^2/2)T] / \sigma T^{0,5}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma T^{0,5}$$

$$P = Xe^{-rT}N(-d_2) - SN(-d_1)$$

$$\text{Parité : } P + S = C + Xe^{-rT}$$

$$P = C - S + Xe^{-rT}$$

AEM_Englas

125

Définitions

- N : Distribution cumulée suivant une loi normale centrée et réduite (moyenne $\mu = 0$ et écart type $\sigma = 1$)
- Propriété : $N(x) + N(-x) = 1$
- Simulation des prix du titre S selon loi lognormale:

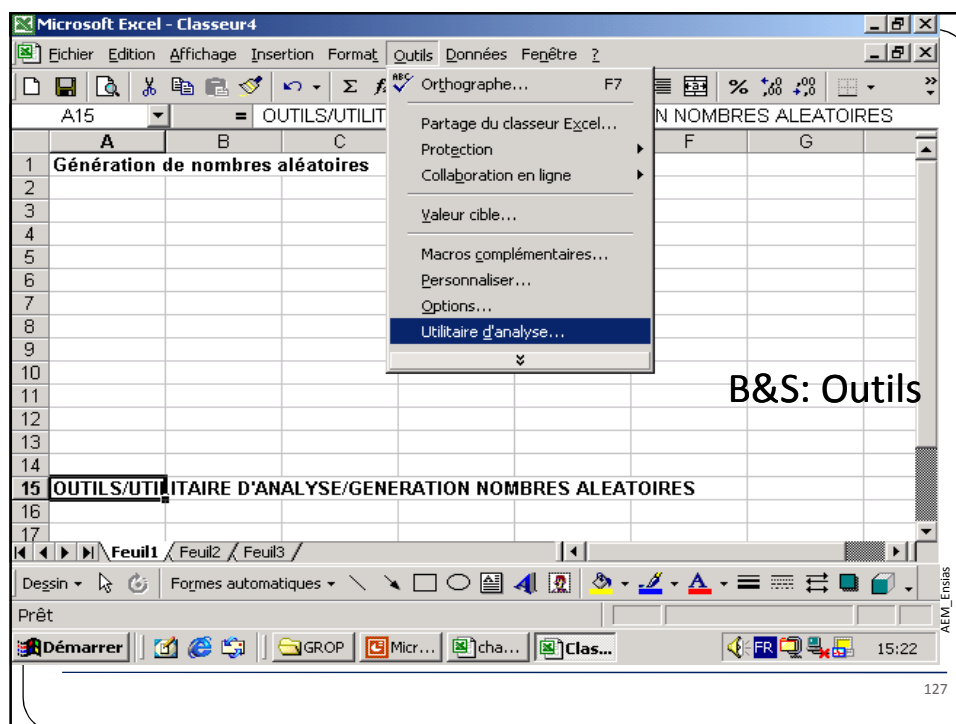
$$S_{t+\Delta t} / S_t = \exp(\mu \Delta t + \sigma Z \Delta t^{0,5})$$

Exemple: $T=1\text{an}$, soit 250 jours ouvrés:

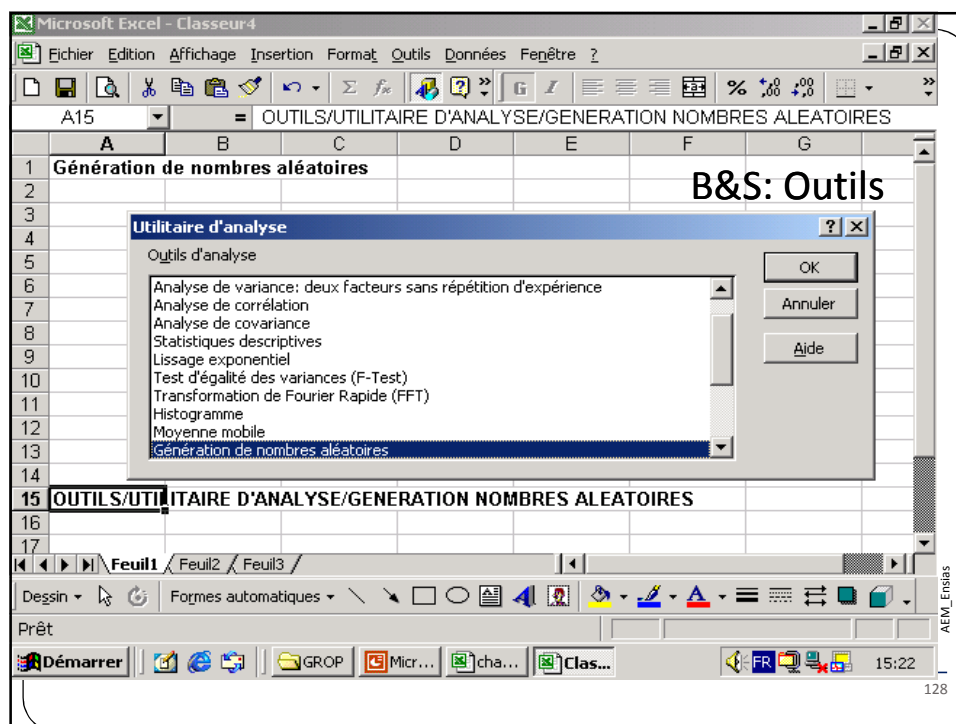
$$\Delta t = 1/250 = 0,004$$

AEM_Englas

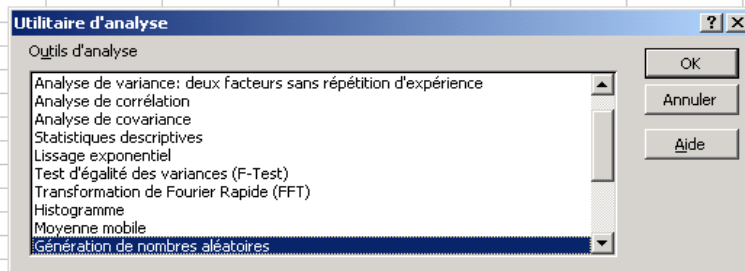
126

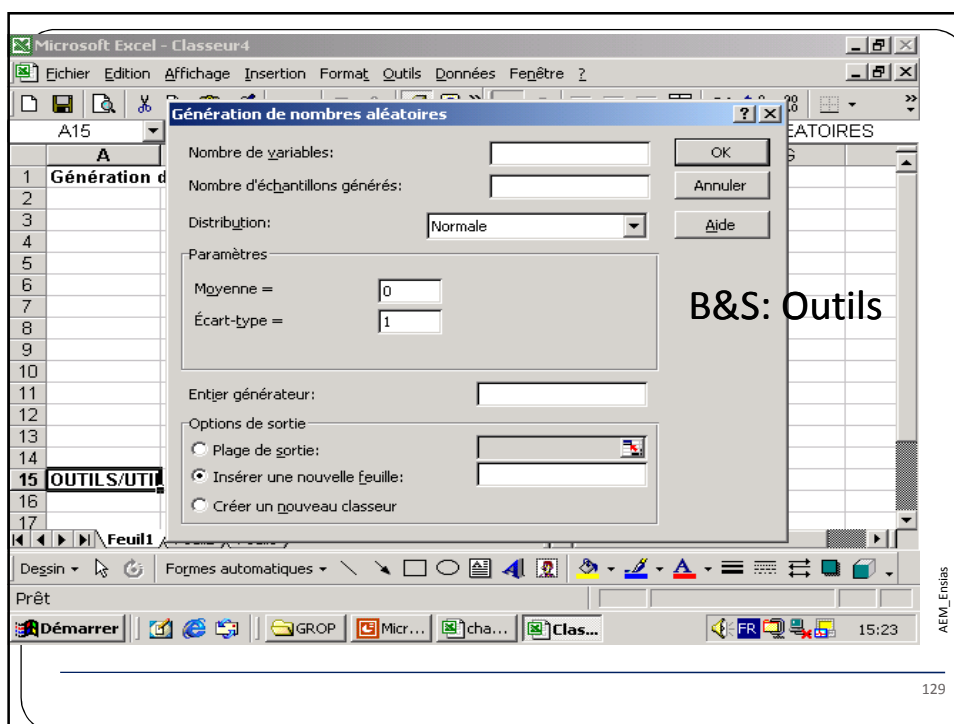


B&S: Outils



B&S: Outils





Définitions

S	400	Prix courant du titre
X	400	Exercice
r	7,00%	Taux d'intérêt sans risque
T	0,5	Maturité (temps en années) de l'option
Sigma	30%	Volatilité

B&S Application

d_1	0,2711	$(\ln(S/X) + (r + 0.5 \cdot \sigma^2) \cdot T) / (\sigma \cdot \text{Racine}(T))$
d_2	0,0589	$d_1 - \sigma \cdot \text{Racine}(T)$
$N(d_1)$	0,6068	$\text{LOI.NORMALE.STANDARD}(d_1)$
$N(d_2)$	0,5235	$\text{LOI.NORMALE.STANDARD}(d_2)$
Call	40,54	$S \cdot N(d_1) - X \cdot \exp(-r \cdot T) \cdot N(d_2)$
Put	26,78	$C - S + X \cdot \exp(-r \cdot T): \text{ (parité P-C)}$
	26,78	$X \cdot \exp(-r \cdot T) \cdot N(-d_2) - S \cdot N(-d_1): \text{ formule directe}$

AEM_Englas

131

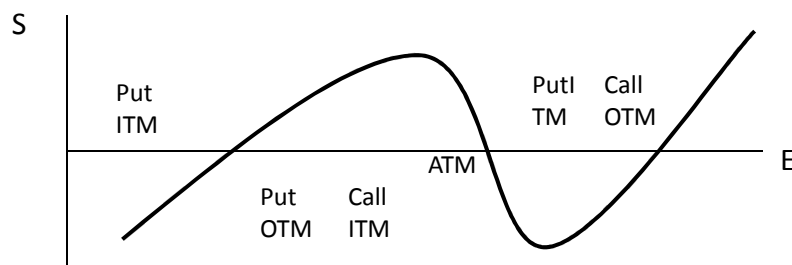
Options: Rappel

Valeur (Prix) d'Option = VI (IV) + VT (TV)

Call $C = (S - E) + TV$; Put $P = (E - S) + TV$

OE: $TV = 0$;

OA: $TV \geq 0$ ($T \rightarrow 0$)



AEM_Englas

132

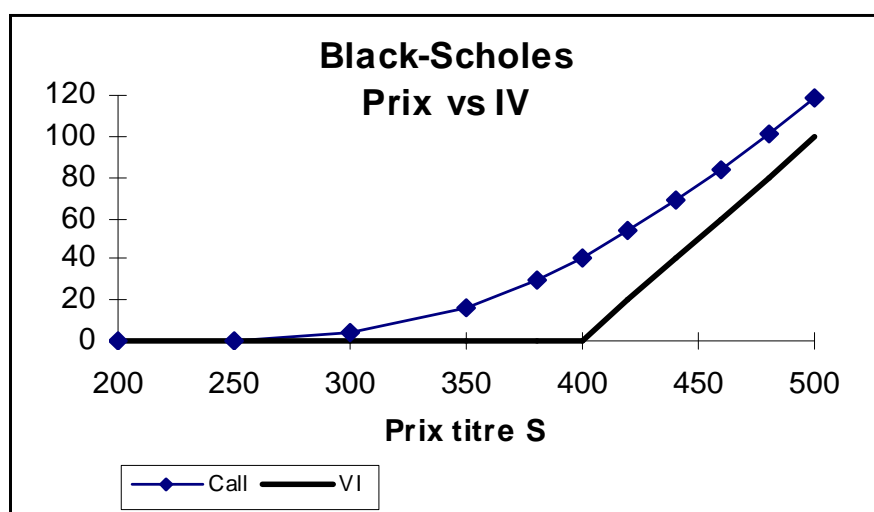
Simulation

Prix	Call	VI
200	0,01553	0,000000
250	0,48602	0,000000
300	4,10962	0,000000
350	16,25376	0,000000
380	29,33623	0,000000
400	40,53503	0,000000
420	53,54119	20,000000
440	68,12478	40,000000
460	84,02759	60,000000
480	100,99372	80,000000
500	118,78992	100,000000

AEM_Englas

133

B&S: Prix vs VI



AEM_Englas

134

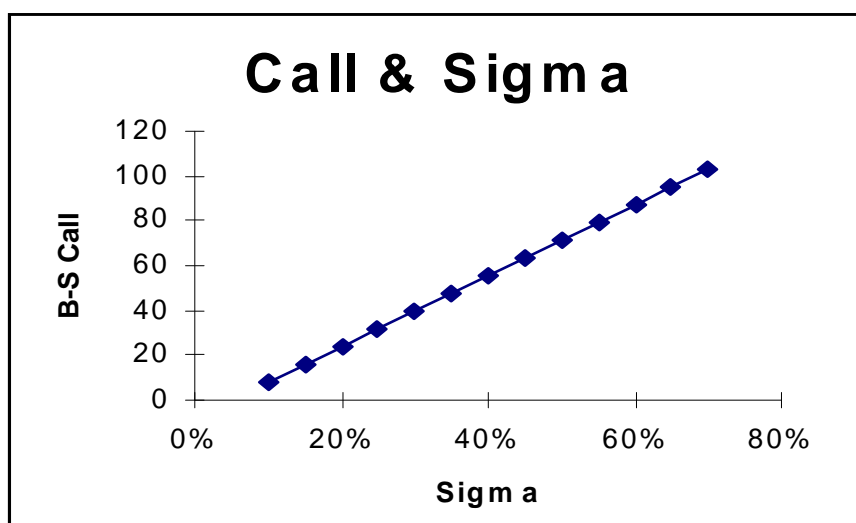
Call vs Volatilité

		Sigma	Call
S	400		
X	450	10%	8,38169
r	7,00%	15%	15,94076
T	1	20%	23,77724
Sigma	10,00%	25%	31,71395
		30%	39,68636
d_1	-0,4278	35%	47,66357
d_2	-0,5278	40%	55,62753
		45%	63,56614
$N(d_1)$	0,3344	50%	71,47025
$N(d_2)$	0,2988	55%	79,33236
		60%	87,14601
		65%	94,90541
		70%	102,60526
Call price	8,3817		

AEM_Englas

135

Call vs Volatilité



AEM_Englas

136

Stratégies de couverture

1. Options existe sur marché:
 - Achat d'option
2. Options n'existe pas sur marché ou couverture pour portefeuille:
 - On construit stratégie avec titre risqué et titre non risqué reproduisant le même résultat qu'une option (option fictive)

AEM_Englas

137

Stratégies de couverture

P : portefeuille avec vente (short) de titre risqué (S) et achat (long) de titre non risqué (X)

Investir dans titre et un P :

$$\begin{aligned} S+P &= S + Xe^{-rT}N(-d_2) - SN(-d_1) \\ &= SN(d_1) + Xe^{-rT}N(-d_2) \end{aligned}$$

(Pour $t < T$, on remplace T par $1-t$)

AEM_Englas

138

Stratégies de couverture

Chercher part dans actif risqué α :

$$\alpha = \text{SN}(d_1) / \text{SN}(d_1) + Xe^{-rT}N(-d_2)$$

$1 - \alpha$: part de l'actif non risqué

Stratégie:

- Ajuster constamment α en fonction de l'évolution du prix du titre risqué
- On peut immuniser complètement le portefeuille en cherchant $\text{Sigma} = 0$

AEM_Englas

139

Merci de votre participation

&

Bonne chance

AEM_Englas

140