

Éléments de réponse examen MPRF 2010

PARTIE 1

1- Calcul de portefeuille au risque minimum

Le calcul du portefeuille à risque minimum revient à calculer λ la contribution du titre T1 dans le portefeuille, la fonction à minimiser est

$$var(P) = \lambda^2 var(T1) + (1 - \lambda)^2 var(T2) + 2\lambda(1 - \lambda)cov(T1, T2)$$

D'après la matrice de variances-covariances, les éléments de la diagonale sont les $\sigma_{ii} = \sigma_i^2 = var(T_i)$ donc $var(T_1) = 0,0036$ et $var(T_2) = 0,0081$ tandis que $cov(T_1, T_2) = cov(T_2, T_1) = \sigma_{12} = \sigma_{21} = 0,0054$

$$corr(T_1, T_2) = \frac{cov(T_1, T_2)}{\sigma_1 \sigma_2} = \frac{\sigma_{12}}{\sqrt{var(T_1)} \sqrt{var(T_2)}} = 1$$

Puisque la corrélation entre les deux titres est linéaire, le portefeuille à risque minimum ne peut être composé que l'un des deux titres, c'est-à-dire (100% T_1 , 0% T_2) ou bien (0% T_1 , 100% T_2)

Cas $\lambda = 1$ (100% T_1), On a un risque qui est $\sigma_1 = 0,06$

Cas $\lambda = 0$ (100% T_2), On a un risque qui est $\sigma_2 = 0,09$

Le portefeuille à choisir est donc le premier ($\lambda = 1$)

2- Calcul de portefeuille à rendement maximum

Le calcul de ce portefeuille revient à maximiser la fonction du rendement

$$E(P) = \lambda E(T_1) + (1 - \lambda)E(T_2)$$

Or la corrélation entre les deux titres étant de 1, le portefeuille à rendement maximum n'est autre que celui à risque maximum, donc le calcul de λ revient à maximiser la fonction du risque $var(P) = (0,03\lambda - 0,09)^2$

Cette fonction est maximum pour $\lambda = 0$, donc le portefeuille à rendement maximum est celui composé totalement du titre 2.

3- Portefeuille à risque nul

Ce portefeuille n'existe pas car la corrélation est 1. (le portefeuille à risque nul ne peut exister que si la corrélation est différente de 1)

4- Il n'existe pas de portefeuilles non-efficaces. puisque la corrélation entre les deux titres est linéaire, tous les portefeuilles sont efficaces c'est-à-dire qu'on ne peut pas améliorer le rendement pour un risque fixé et vice versa.

5- Voir cours

