1. Un electrón con una energía cinética de 10^3 eV se lanza contra otro electrón estático, ¿a qué distancia del electrón fijo se pararía? [1 PUNTO]
   Datos: K_e=9.10^9 u.s.i.; q_e= 1.6·10^{-19}C; 1 eV=1.6·10^{-19}J

   RESOLUCIÓN:

   Si se tienen en cuenta el principio de conservación de la energía del sistema formado por los dos electrones:

$$Ec_i + U_i = Ec_f + U_f \qquad \rightarrow \qquad Ec_i + 0 = 0 + K\frac{q_e^{\,2}}{R_e}$$

$$R_e = K\frac{q_e^{\,2}}{Ec_i} = 9\cdot 10^9\,\frac{(1.6\cdot 10^{-19})^2}{1.6\cdot 10^{-16}} = 1.44\cdot 10^{-12}\,m$$

---

2. Un cable de corriente está construido con un conductor cilíndrico de hierro de longitud l = 1 km y diámetro 1 mm. Se aplica una diferencia de potencial entre sus extremos de 220 voltios. Calcular: a) la intensidad de la corriente producida en el cable [0.25 PUNTOS] b) densidad de corriente y velocidad de los portadores de carga, [0.25 PUNTOS] c) el campo eléctrico en el interior del cable (módulo, dirección y sentido). [0.5 PUNTOS]
   Datos: resistividad del hierro ρ_{Fe} = 9.71 x 10^{-8} Ωm; densidad de portadores del Fe n_e = 10^{28} electrones por m^3; carga del electrón q = 1.6 x 10^{-19} C.

   RESOLUCIÓN:

   a) La resistencia del cable se calcula mediante la expresión: $R = \rho\frac{l}{S} = \rho\frac{l}{\pi\, r^2} \approx 124\Omega$

   La intensidad vendrá dada por la Ley de Ohm $I = \frac{V}{R} = 1.78A$

   b) La densidad de corriente se calcula como $J = \frac{I}{S} = \frac{I}{\pi\, r^2} = 2.27\times 10^6\ A/m^2$

   Como $J = nqv \quad \rightarrow \quad v = J/nq = 1.42\cdot 10^{-3}\ m/s = 1.42\ \ mm/s$

   c) El campo se calcularía a partir de la Ley de Ohm: $J = \sigma E$ donde la conductividad σ del hierro se puede calcular como la inversa de la resistividad ρ.

   O bien, simplemente, como $E = \frac{V}{l} = \frac{220}{10^3} = 0.22\ \ V/m$

   La dirección del campo es paralela al eje del conductor y su sentido contrario al movimiento de los electrones.

---

3. Disponemos de una fuente de alimentación de 150 V y de dos resistencias de 5 Ω y 10 Ω. Justifica cuál de las dos resistencias disipa más potencia cuando ambas se conectan a la fuente: (a) En serie (b) En paralelo [1 PUNTO]

   RESOLUCIÓN:

   La potencia disipada por efecto Joule viene dada por: $P=I^2R$

(a) Si las conectamos en serie la I que circula por ellas es: $I = \frac{V}{R_T} = \frac{150}{5+10} = 10\,A$

$\Rightarrow\ P_5 = 10^2 \cdot 5 = 500\,W$ y $P_{10} = 10^2 \cdot 10 = 1000\,W$ Luego la de 10 Ω disipa mayor potencia

(b) En paralelo $I_5 = \frac{150}{5} = 30\,A$ e $I_{10} = \frac{150}{10} = 15\,A$

Por lo tanto: $P_5 = 30^2 \cdot 5 = 4500\,W$ y $P_{10} = 15^2 \cdot 10 = 2250\,W$ la de 5 Ω disipa mayor potencia

---

4. Una cantidad de carga desconocida q_1 está almacenada dentro de una esfera de 2 cm de radio. Introducimos otra carga q_2 = 9.85 nC en su interior, manteniendo q_1, y observamos que el flujo eléctrico neto que atraviesa la superficie de la esfera vale 10^3 Vm. ¿Cuánto vale q_1? [0.5 PUNTOS] ¿Qué signo tiene? [0.25 PUNTOS] ¿Cuánto valdría el flujo si las mismas cargas las colocamos en el interior de un cubo de 4 cm de lado? [0.25 PUNTOS].
Dato: ε_0=8.85·10^{-12} u.s.i.

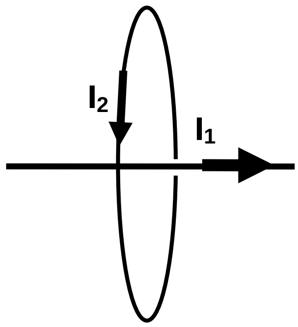
RESOLUCIÓN:

La Ley de Gauss especifica que el flujo del campo eléctrico a través de una superficie cerrada de forma arbitraria vale $\phi = \frac{q_{total}}{\varepsilon_0}$ donde q_{total} es la carga neta encerrada dentro de la superficie. En nuestro caso: $\phi = \frac{q_1 + q_2}{\varepsilon_0} = \frac{q_1 + 9.85\times10^{-9}}{8.85\times10^{-12}} = 10^3$; de donde deducimos que q_1 = -1 nC.

Si la superficie es cerrada el flujo es el mismo independientemente de la forma de la superficie.

---

5. Tienes un hilo rectilíneo infinito por el que circula una intensidad de corriente I_1. El hilo está situado a lo largo del eje de una espira circular de radio R por la que circula una intensidad de corriente I_2. Los sentidos de I_1 e I_2 se indican en la figura ¿Qué fuerza ejerce la corriente I_1 sobre la espira? ¿Y la corriente I_2 sobre el hilo? Justifica la respuesta. [1 punto]



RESOLUCIÓN:

La fuerza es nula en ambos casos. Justificación:
El campo magnético $\vec{B}_1$ creado por I_1 es paralelo a cada elemento $d\vec{\ell}_2$ de la espira.

$$\Rightarrow\quad d\vec{F}_E = I_2\, d\vec{\ell}_2 \wedge \vec{B}_1 = 0$$

El campo magnético $\vec{B}_2$ creado por I_2 es paralelo a cada elemento $d\vec{\ell}_1$ del hilo.

$$\Rightarrow\quad d\vec{F}_H = I_1\, d\vec{\ell}_1 \wedge \vec{B}_2 = 0$$

---

6. Por un solenoide de 2000 espiras circula una intensidad de 2 A. Calcula la energía almacenada en el solenoide sabiendo que a través de cada una de sus espiras se establece un flujo de 10 mWb [1 punto].

RESOLUCIÓN:

Si sabemos el flujo que atraviesa una espira podemos obtener el flujo total que atraviesa el solenoide y por tanto obtener el valor de su autoinducción:

$$\Phi_T = N \cdot \Phi_1 = 2000 \cdot 0.01 = 20Wb \quad \rightarrow \quad L = \frac{\Phi_T}{I} = \frac{20}{2} = 10\ H$$

Luego la energía almacenada en la bobina es: $U_B = \frac{1}{2} L I^2 = 20\ J$

---

7. Una onda electromagnética que se propaga en el vacío tiene una intensidad máxima del campo eléctrico de $6 \cdot 10^3$ V/m. La dirección y sentido del vector de Poynting es el eje X positivo. Si la onda está polarizada linealmente según el eje Y (dirección de vibración de $\vec{E}$), y su longitud de onda es de 2 m, determina las expresiones de los campos eléctrico y magnético que describen la onda [1 punto].

RESOLUCIÓN:

Las expresiones de los módulos de los campos eléctrico y magnético que describen una onda plana armónica son:

$$E = E_0 sen(kr - wt); \quad B = B_0 sen(kr - wt)$$

El vector campo eléctrico se determina como:

$$E_0 = 6 \cdot 10^3\ V/m; \quad k = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} = \frac{2 \cdot \pi}{2} = \pi\ m^{-1}; \quad w = v \cdot k = 3 \cdot 10^8 \cdot \pi\ rad/s$$

$$\vec{E} = \pm 6 \cdot 10^3\ sen\left(\pi\ x - 3 \cdot \pi \cdot 10^8\ t\right) \vec{j} \quad V/m$$

El campo magnético máximo es:

$$B_0 = \frac{E_0}{v} = \frac{6 \cdot 10^3}{3 \cdot 10^8} = 2 \cdot 10^{-5}\ T$$

La dirección de propagación de la onda es la dirección del vector de Poynting ($+\vec{i}$). Entonces la dirección de vibración del campo magnético se calcula a partir del siguiente producto vectorial:

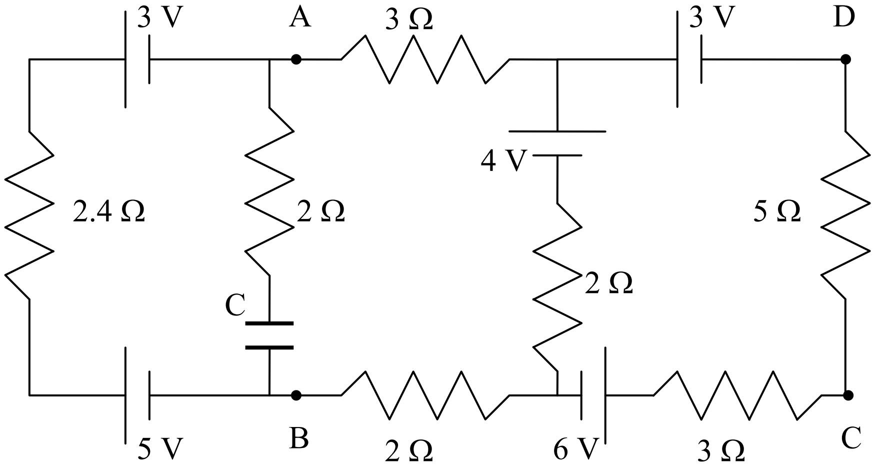
$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{B} \Rightarrow \vec{i} = \left(\pm \vec{j}\right) \times \left(\pm \vec{k}\right)$$

El vector campo magnético se expresa como:

$$\vec{B} = \pm 2 \cdot 10^{-5}\ sen\left(\pi\ x - 3 \cdot \pi \cdot 10^8\ t\right) \vec{k} \quad T$$

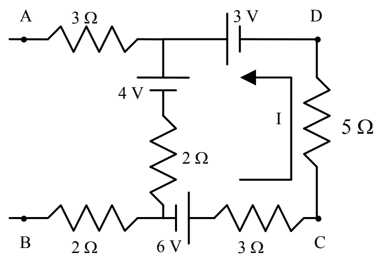
---

8. En el circuito de la figura el condensador C de capacidad 50 nF se encuentra completamente cargado. Calcula: (a) El equivalente de Thévenin de la porción del circuito ABCD [1 punto]. (b) La energía almacenada en el condensador [0.5 puntos]



RESOLUCIÓN

(a) Tenemos que calcular el equivalente de Thévenin del siguiente circuito:

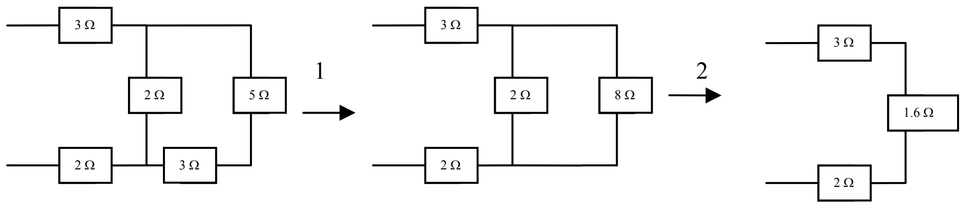


$$0 = \sum_i I_i \cdot R_i - \sum_i \varepsilon_i$$

$$\Rightarrow 0 = I \cdot (3+5+2) - (3-4+6) \Rightarrow I = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}\, A$$

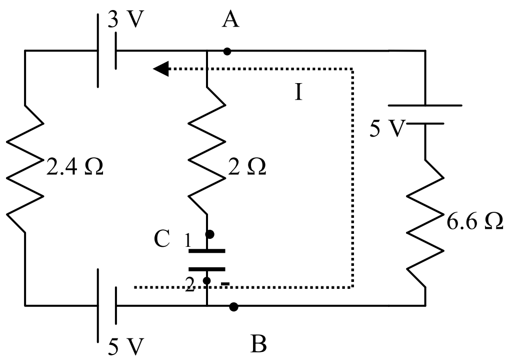
$$V_{Th} = V_A - V_B = \sum_i I_i \cdot R_i - \sum_j \varepsilon_j = I \cdot 2 - (-4) = \frac{1}{2} \cdot 2 + 4 = 5\, V$$

A continuación, calculamos la resistencia equivalente de Thévenin:



$$[1] R_{eq} = 5+3 = 8\ \Omega; \quad [2] R_{eq} = \frac{8 \cdot 2}{8+2} = \frac{16}{10} = 1.6\ \Omega; \quad \Rightarrow \quad R_{Th} = 3 + 1.6 + 2 = 6.6\ \Omega$$

(b) Aprovechando el equivalente de Thévenin nos queda el siguiente circuito:



$$U = \frac{1}{2} \cdot C \cdot (V_1 - V_2)^2$$

Por la rama donde está el condensador no circula corriente, ya que este se encuentra cargado. La intensidad I que recorre el exterior del circuito es:

$$0 = I \cdot (6.6 + 2.4) - (5 + 3 - 5) \Rightarrow I = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}\, A$$

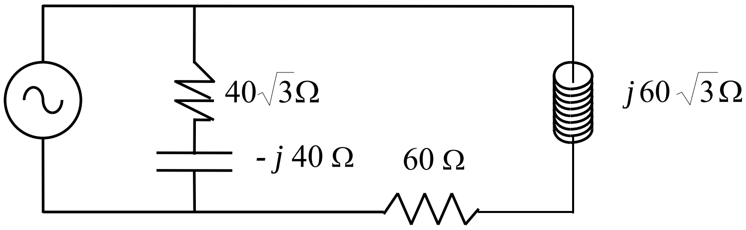
La diferencia de potencial es:

$$V_1 - V_2 = (-I)\cdot 6.6 - (-5) = \left(-\frac{1}{3}\right)\cdot 6.6 + 5 = (-2.2) + 5 = 2.8\,V$$

Entonces: $U = \frac{1}{2}\cdot C\cdot (V_1 - V_2)^2 = \frac{1}{2}\cdot 50\cdot 10^{-9}\cdot (2.8)^2 = 196\,nJ$

---

9. En el circuito de la figura la fuente de alterna suministra una corriente eficaz de 3 A. Determina: (a) La impedancia total [0.75 puntos]. (b) La potencia disipada en cada una de las resistencias [0.75 puntos].



RESOLUCIÓN:

(a)

$$\bar{Z}_1 = 40\sqrt{3} - j40 = 80\,\underline{|-30^{\circ}}\ \Omega \qquad \bar{Z}_2 = 60 + j60\sqrt{3} = 120\,\underline{|60^{\circ}}\ \Omega$$

$$\bar{Z}_e = \frac{\bar{z}_1\cdot\bar{z}_2}{\bar{z}_1 + \bar{z}_2} = \frac{80\,\underline{|-30^{\circ}}\cdot 120\,\underline{|60^{\circ}}}{60 + 40\sqrt{3} + (60\sqrt{3} - 40)j} = \frac{9600\,\underline{|30^{\circ}}}{144.22\,\underline{|26.3^{\circ}}} = 66.56\,\underline{|3.69^{\circ}}\ \Omega$$

(b) Para calcular la potencia disipada en cada resistencia hemos de conocer la corriente eficaz que circula por cada rama. Y para ello es necesario conocer antes la tensión eficaz de la fuente:

$$V_{ef} = I_{ef}\cdot Z_e = 3\cdot 66.56 = 200\ V$$

Ahora:

$$I_{1ef} = \frac{V_{ef}}{Z_1} = \frac{200}{80} = 2.5\ A \qquad I_{2ef} = \frac{V_{ef}}{Z_2} = \frac{200}{120} = 1.67\,A$$

La potencia disipada en cada resistencia será:

$$P_{d1} = I_{1ef}^2\cdot R_1 = (2.5)^2\cdot 40\sqrt{3} = 433\ W$$

$$P_{d2} = I_{2ef}^2\cdot R_2 = (1.67)^2\cdot 60 = 167\ W$$