Departamento de Ciencia de la Computación e Inteligencia Artificial

Apellidos:	
Nombre:	
DNI:	

Grupo de teoría:

☐	Grupo 01	- Lunes de 09:00 a 11: 00	(Prof. Martínez Martín, Ester)
☐	Grupo 02	- ARA - Miércoles de 9:00 a 11:00	(Prof. Escolano Ruiz, Francisco Javier)
☐	Grupo 03	- Valenciano - Viernes de 9:00 a 11:00	(Prof. Vicent Francés, José Francisco)
☐	Grupo 04	- Martes de 15:00 a 17:00	(Prof. Salinas Serrano, José María)
☐	Grupo 05	- Martes de 09:00 a 11:00	(Prof. Vicent Francés, José Francisco)
☐	Grupo 40	- Lunes de 11:00 a 13:00	(Prof. Martínez Martín, Ester)

Convocatoria extraordinaria de JULIO. Matemáticas II. 12 julio 2018

Instrucciones generales:

- ✓ Debes seleccionar tu grupo de teoría y dispones de 2h para la realización de la prueba.
- ✓ Debes usar únicamente las hojas grapadas que se te facilitan, no pudiendo haber sobre la mesa ningún otro papel durante el examen. Dispones de un par de páginas en blanco al final por si las necesitas.
- ✓ Procura poner los resultados y datos importantes para la corrección y evaluación en la página donde aparece el enunciado (página par) y las operaciones relacionadas en la siguiente página (página impar).
- ✓ Todas las preguntas deben estar bien explicadas, indicando operaciones, haciendo referencias, aclaraciones, etc.

	Nota	
Ejercicio 1	**2**	
Ejercicio 2	**2**	
Ejercicio 3	**2**	
Ejercicio 4	**2**	
Ejercicio 5	**2**	
Total		

1. (2 puntos) Una empresa produce dos tipos distintos A y B de un bien. El coste diario de producir x unidades de A e y unidades de B es

   $Coste(x,y) = 0.04x^2 + 0.01xy + 0.01y^2 + 4x + 2y + 500.$

   Si la empresa ingresa 15€ por cada producto del tipo A y 9€ por unidad del B, calcula:

   a. (0.25 puntos) La función B que representa el beneficio de la empresa.

   b. (1.75 puntos) Número de unidades que hay que vender de cada tipo para maximizar el beneficio.

$$Coste(x.y) = 0.04x^2 + 0.01y^2 + 4x + 2y + 500$$
$$Ingresos(x,y) = 15x + 9y$$

$$\begin{aligned} Beneficio(x,y) &= Ingresos - Coste \\ &= (15x + 9y) - (0.04x^2 + 0.01y^2 + 4x + 2y + 500) \end{aligned}$$
$$\mathrm{f_x} = 15 - 0.08\mathrm{x} - 0.01\mathrm{y} - 4 = 11 - 0.08\mathrm{x} - 0.01\mathrm{y} = 0$$
$$f_y = 9 - 0.01x - 0.02y - 2 = 7 - 0.01x - 0.02y = 0$$

Al resolver el sistema sale x=100, y=300

$\mathrm{f_{xx}} = -0.08;\ \mathrm{f_{yy}} = -0.02;\ \mathrm{f_{xy}} = -0.01 = \mathrm{f}_{yx}$

$$G = f_{xx}f_{yy} - f_{xy}f_{yx} > 0$$

Como G >0 y f_{xx}<0 → es un máximo

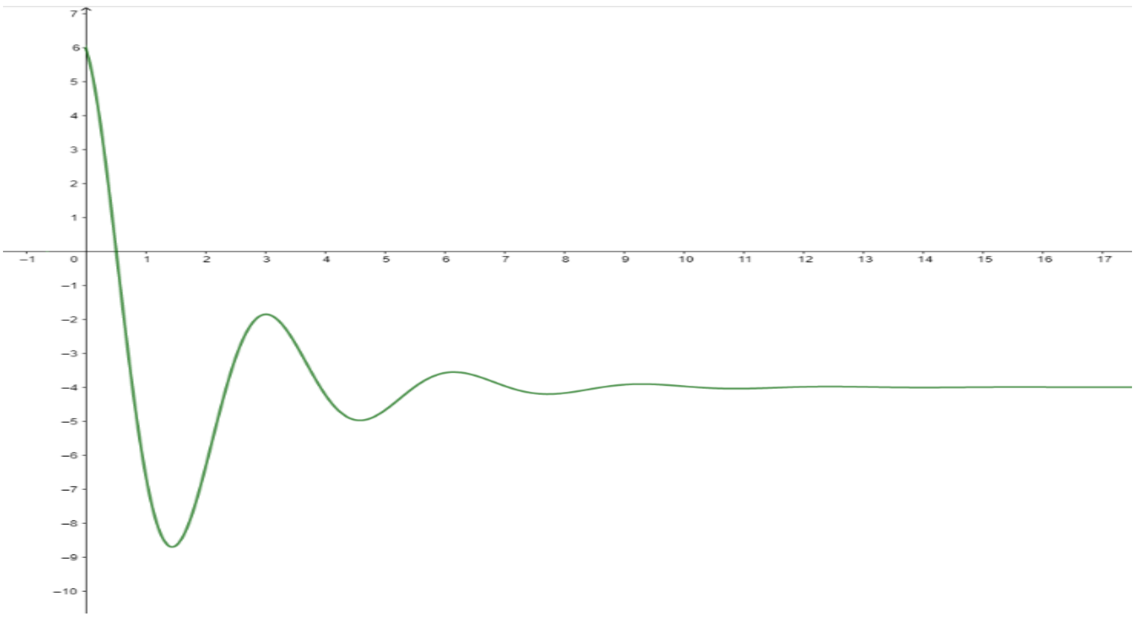
2. (2 puntos) Calcular el volumen comprendido entre $f(x,y) = 4 - x - y$ y el plano xy, sobre el rectángulo $D = \{(x,y): 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1\}$.

$$\int_0^2 [\int_0^1 (4 - x - y)dy\,]dx$$

$$\int_0^1 (4 - x - y)dy = \left[4\mathrm{y} - \mathrm{xy} - \frac{y^2}{2}\right] = \left(4 - x - \frac{1}{2}\right) - 0 = \frac{7}{2} - x$$

$$\int_0^2 (7/2 - x)dx = \left[\frac{7}{2}\mathrm{x} - \frac{x^2}{2}\right] = (7 - 2) = 5\,uv$$

3. (2 puntos) La oscilación de una estructura con un sistema de amortiguación, ante un movimiento oscilatorio, viene dada por la función $y(t) = 10e^{-t/2}\cos(2t) - 4$



   a. (0.25 puntos) Mira la gráfica y elige un intervalo, con límites enteros, en el que se cumplan las condiciones del teorema de Bolzano.

   b. (1.75 puntos) Encuentra la raíz de esta ecuación utilizando el método de la Bisección con una cota de error $\Delta = 5.10^{-2}$

Solución:
Como f(0) = 6 > 0 y f(1) = -6.524 < 0 entonces podemos tomar [a, b] = [0, 1]
El número máximo de iteraciones que debemos realizar para asegurar la tolerancia de error (o límite de tolerancia) es:

7	=n		Δ=	0.01		ε=	
i	a	b	c	h	f(a)	f(b)	f(c)
1	0	1	0.5	0.5	6	-6.5241	0.20788
2	0.5	1	0.75	0.25	0.20788	-6.5241	-3.5138
3	0.5	0.75	0.625	0.125	0.20788	-3.5138	-1.6931
4	0.5	0.625	0.5625	0.0625	0.20788	-1.6931	-0.74531
5	0.5	0.5625	0.53125	0.03125	0.20788	-0.74531	-0.26842

4. *(2 puntos)* Sean $p_0 = (-1,0)$, $p_1 = (1,1)$, $p_2 = (2,1)$ y $p_3 = (1,3)$ los puntos de control de una curva de Bezier cúbica. Calcula:
   a. (1 punto) La curva de Bezier
   b. (0.5 puntos) El punto de la curva cuando $t = 0$, $t = \frac{1}{4}$ y $t = 1$.
   c. (0.5 puntos) La derivada de la curva de Bezier en función de t.

a.

$$(-1{,}0)(1-t) + (1{,}1)t = (t-1{,}0) + (t,t) = (2t-1,t)$$

$$(1{,}1)(1-t) + (2{,}1)t = (1-t,1-t) + (2t,t) = (1+t,1)$$

$$(2{,}1)(1-t) + (1{,}3)t = (2-2t,1-t) + (t,3t) = (2-t,1+2t)$$

$$(2t-1,t)(1-t) + (1+t,1)t = (2t-2t^2-1+t,t-t^2) + (t+t^2,t) = (-t^2+4t-1,-t^2+2t)$$

$$(1+t,1)(1-t) + (2-t,1+2t)t = (1-t^2,1-t) + (2t-t^2,t+2t^2) = (-2t^2+2t+1,2t^2+1)$$

$$(-t^2+4t-1,-t^2+2t)(1-t) + (-2t^2+2t+1,2t^2+1)t = (-t^2+t^3+4t-4t^2-1+t,-t^2+t^3+2t-2t^2) + (-2t^3+2t^2+t,2t^3+t) = (-t^3-3t^2+6t-1,3t^3-3t^2+3t)$$

$$x(t) = (-1+6t-3t^2-t^3)$$

$$y(t) = (3t-3t^2+3t^3)$$

$x(0) = -1;\ y(0) = 0$

$x(1) = 1;\ y(1) = 3$

$x(1/4) = 19/64;\ y(1/4) = 39/64$

$$x' = (6-6t-3t^2)$$

$$y' = (3-6t+9t^2)$$

5. (2 puntos) La concentración de una determinada toxina, en un lago situado cerca de un área industrial, viene dada por la siguiente tabla.

2009	2011	2013	2015	2017	2019
13.0	15.2	18.2	19.8	24.1	???

   a. Obtén el polinomio interpolador utilizando el método de Lagrange.

   b. Predice cual será la concentración de la toxina el año que viene (2019).

$$L_{4,0} = \frac{(x-2011)(x-2013)(x-2015)(x-2017)}{(2009-2011)(2009-2013)(2009-2015)(2009-2017)}$$

$$L_{4,1} = \frac{(x-2009)(x-2013)(x-2015)(x-2017)}{(2011-2009)(2011-2013)(2011-2015)(2011-2017)}$$

$$L_{4,2} = \frac{(x-2009)(x-2011)(x-2015)(x-2017)}{(2013-2009)(2013-2011)(2013-2015)(2013-2017)}$$

$$L_{4,3} = \frac{(x-2009)(x-2011)(x-2013)(x-2017)}{(2015-2009)(2015-2011)(2015-2013)(2015-2017)}$$

$$L_{4,4} = \frac{(x-2009)(x-2011)(x-2013)(x-2015)}{(2017-2009)(2017-2011)(2017-2013)(2017-2015)}$$

$$P(x) = 13.0L_{4,0} + 15.2L_{4,1} + 18.2L_{4,2} + 19.8L_{4,3} + 24.1L_{4,4}$$