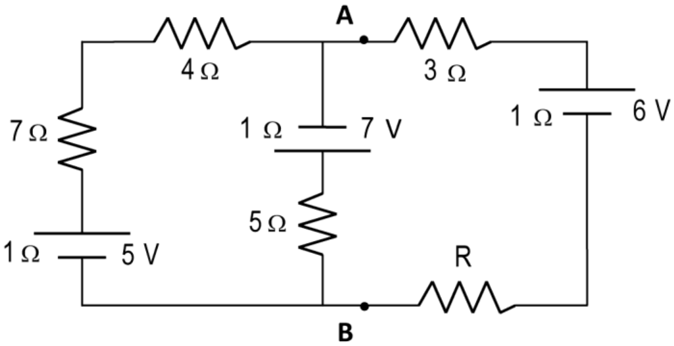
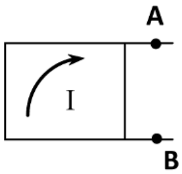
Parcial 3.

1. En el circuito de la figura calcula: (a) El equivalente de Thevenin entre los puntos A y B de la parte izquierda del circuito [2 puntos]. (b) Sabiendo que la resistencia interna de la f.e.m de 6V disipa 1 W de potencia, calcula el valor de la resistencia R [1 punto]. (c) La potencia que aporta o consume, según sea al caso, el generador de 7 V [2 puntos].



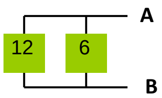
SOLUCIÓN:

(a) Equivalente Thévenin del circuito a la izquierda de los puntos de corte A y B.

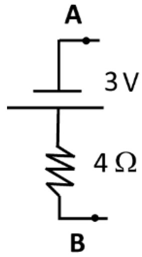


$$I = \frac{7+5}{1+5+1+7+4} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}\ \text{A}$$

$$\boxed{V_{Th} = V_A - V_B = \frac{2}{3}\cdot(5+1) - 7 = -3\ \text{V}}$$

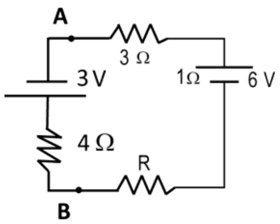


$$\boxed{R_{Th} = \frac{12\cdot 6}{12+6} = 4\ \Omega}$$



Borne positivo de la pila en B porque $V_B > V_A$

(b) El circuito queda ahora como:



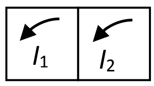
Vemos que la corriente circulará en sentido antihorario y su valor I_2 es:

$$P_{d(\varepsilon 6V)} = I_2{}^2 \cdot r; \quad \rightarrow \quad I_2 = \sqrt{P/r} = \sqrt{1/1} = 1\ \text{A}$$

$$I_2 = \frac{\sum \varepsilon_i}{\sum R_j} = \frac{6+3}{3+1+R+4} = 1 \quad \Rightarrow \quad 9 = 8 + R$$

Por lo tanto: $\boxed{R = 1\ \ \Omega}$

(c) Para hallar la potencia que aporta o consume el generador de 7 V necesitamos conocer el valor y sentido de la corriente i_{12} que circula por la rama donde se encuentra. Como ya conocemos la corriente I_2 de la malla 2, que hemos calculado en el apartado anterior, planteando la ecuación de esta malla:



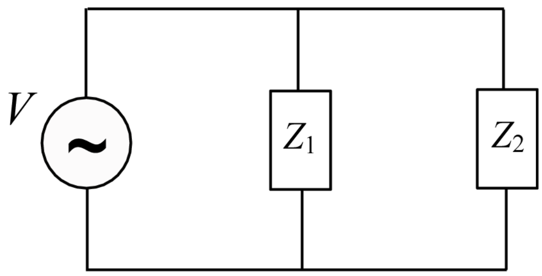
$$11 I_2 - 6 I_1 = 13; \qquad \text{obtenemos:} \qquad -6 I_1 = 13 - 11 = 2 \quad \rightarrow \quad I_1 = -1/3\ \ \text{A}$$

E: $i_{12} = I_2 - I_1 = 1 - (-1/3) = 4/3\ \text{A}$ en el sentido de I_2

Por lo tanto la f.e.m. de 7 V aporta potencia al circuito con valor:

$$P_{AP} = \varepsilon \cdot i_{12} + i_{12}^2 \cdot r = 7\cdot(4/3) - (4/3)^2 \cdot 1 = 7.56\ \ \text{W}$$

2. En el circuito de la figura calcula: (a) La impedancia equivalente [2 puntos]. (b) La intensidad de corriente en cada rama [1 punto]. (c) La potencia disipada en Z_1 y Z_2 [2 puntos].
Datos: $\overline{V} = 160 \angle 60^\circ$ V, $\overline{Z}_1 = 80 \angle 60^\circ\ \Omega$, $\overline{Z}_2 = 40 \angle -90^\circ\ \Omega$



SOLUCIÓN:

a) $\overline{Z}_1 = 80 \angle 60^\circ\ \Omega = 80\cos 60^\circ + j\ 80\ sen\ 60^\circ = 40 + j\ 69.28\ [\Omega]$

$\overline{Z}_2 = 40 \angle -90^\circ\ \Omega = -j\,40\ [\Omega]$

Z_1 y Z_2 están en paralelo

$$\overline{Z}_e = \frac{\overline{Z}_1 \cdot \overline{Z}_2}{\overline{Z}_1 + \overline{Z}_2} = \frac{80\angle 60^\circ \cdot 40 \angle -90^\circ}{-j\,40 + 40 + j\,69.28} = \frac{3200 \angle -30^\circ}{49.57 \angle 36.2^\circ} = 64.55 \angle -66.2^\circ\ (\Omega)$$

b) $$\overline{I}_1 = \frac{\overline{V}}{\overline{Z}_1} = \frac{160\angle 60^\circ}{80\angle 60^\circ} = 2\ \angle 0^\circ\ (A); \qquad \overline{I}_2 = \frac{\overline{V}}{\overline{Z}_2} = \frac{160\angle 60^\circ}{40\angle -90^\circ} = 4 \angle 150^\circ\ (A)$$

c) Z_2 tiene fase (–90º) y por tanto es un condensador. En consecuencia no disipa potencia (almacena y devuelve energía al circuito).

Por su parte Z_1 si tiene resistencia (parte real de Z_1) y por tanto:

$$P_{d(Z1)} = I_{1ef}^2 \cdot R_1 \qquad \text{siendo } R_1 = 80\cos 60^\circ = 40\ [\Omega]$$

$$\text{Luego: } P_{d(Z1)} = 2^2 \cdot 40 = 160\ \ \text{W}$$

Dado que sólo hay una resistencia en el circuito, la potencia disipada en R también es igual a:

1- la potencia activa del generador:

$$P_{d(Z1)} = P_{AC} = V_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \cos\varphi \quad \text{siendo: } I_{ef} = \frac{V_{ef}}{Z_e} = \frac{160}{64.55} = 2.48\ \text{A}$$

$$P_{d(Z1)} = 160 \cdot 2.48 \cdot \cos(-66.2) = 160\ \text{W}$$

2- y a la potencia activa de la rama donde se encuentra R:

$$P_{d(Z1)} = P_{AC_{RAMA1}} = V_{ef} \cdot I_{1ef} \cdot \cos\varphi_1 = 160 \cdot 2 \cdot \cos 60^\circ = 160\ \ \ \text{W}$$

Basta calcularlo por uno de los tres caminos

Parcial 1.

3. Un campo eléctrico tiene la expresión $\vec{E} = -2x\,\vec{i}$ N/C. Si el potencial es cero en el punto O:(2,2,2) m, calcula el potencial en los puntos A:(1,0,0) m y B:(2,1,0) m [2 puntos]. Deduce, utilizando la relación entre campo y potencial, en qué punto A o B debe haber mayor potencial [1 punto].

SOLUCIÓN:

$$dV = -\vec{E}\cdot d\vec{r} = -E\,\vec{i}\cdot(dx\,\vec{i} + dy\,\vec{j} + dz\,\vec{k}) = -E\cdot dx$$

$$\Rightarrow \int_O^A dV = -\int_{x=2}^{x=1} E\cdot dx \qquad \Rightarrow \qquad V_A - 0 = -\int_{x=2}^{x=1}(-2x)\cdot dx = \left[x^2\right]_{x=2}^{x=1} = -3\ \text{V}$$

$V_B = 0$ V porque el potencial sólo dependen de la coordenada x. Y en x=2 el potencial es cero

- El potencial crece en sentido contrario al campo porque: $\vec{E} = -\vec{\nabla}V$.
  Como el sentido del campo es el negativo del eje X [$\vec{E} = -2x\,\vec{i}$] el potencial será mayor cuanto mayor sea x. Si el campo está dirigido de B (x=2) hacia A (x=1), en B debe haber mayor potencial que en A

---

4. Disponemos de dos esferas conductoras huecas y concéntricas de radios 4 cm y 9 cm. Ambas esferas tienen la misma carga: Q_1 = Q_2 = 1 nC. (a) ¿Qué vale el campo eléctrico en un punto situado a 6 cm del centro de ambas esferas? [1.5 puntos]. (b) ¿Y la diferencia de potencial entre sus superficies? [1.5 punto]. (c) Una vez realizados los cálculos anteriores conectamos la esfera exterior a tierra. ¿Qué vale ahora la diferencia de potencial entre la superficie de las esferas? [1 punto]. Dato: $K_e=9\cdot10^9$U.S.I.

SOLUCIÓN:

(a) Teniendo en cuenta la Ley de Gauss: $\int_{SC}\vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{q_e}{\varepsilon_0}$ para un punto que se encuentra entre ambas esferas la carga encerrada es sólo Q_1 y por tanto el campo eléctrico es:

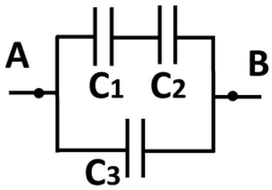
$$E\cdot 4\pi r^2 = Q_1/\varepsilon_0; \qquad \rightarrow \qquad E(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q_1}{r^2} = 9\cdot10^9\cdot\frac{10^{-9}}{(6\cdot10^{-2})^2} = 2500\ \ \text{N/C}$$

(b) Q_2 crea un potencial constante en el interior, la diferencia de potencial entre las esferas se debe sólo a la carga interior Q_1:

$$V_2 - V_1 = k\frac{Q_1}{r_2} - k\frac{Q_1}{r_1} = k\cdot Q_1\left(\frac{r_1 - r_2}{r_1\cdot r_2}\right) = 9\cdot10^9\cdot10^{-9}\,\frac{-5}{36\cdot10^{-2}} = -125\ \text{V}$$

(c) La diferencia de potencial entre las esferas sigue siendo la misma: Al conectar la esfera exterior a tierra cambia la carga Q_2 y V_2 se hace cero, pero esto no afecta a la diferencia de potencial entre las superficies de las esferas, ya que esta sigue dependiendo de Q_1 que no ha cambiado.

5. En el circuito de la figura entre los puntos A y B hay una diferencia de potencial de 12 V. Calcula: (a) La energía almacenada en cada condensador [2 puntos]. (b) ¿Cuál de los tres condensadores almacena más carga? [1 punto]. Datos: C_1=3μF, C_2=6μF y C_3=2μF



SOLUCIÓN:

(a) La energía almacenada en C_3 puede calcularse de forma directa ya que conocemos la capacidad y el voltaje entre los bornes del condensador:

$$U_3 = (1/2) C_3 V_{AB}^2 = (1/2)\cdot 2 \cdot 12^2 = 144 \ \mu\text{J};$$

Para saber la energía almacenada en C_1 y C_2 necesitamos conocer la carga almacenada en cada condensador o la diferencia de potencial entre sus placas.

Para ello asociamos C_1 y C_2 en serie:

$$C_{12} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = \frac{3\cdot 6}{3+6} = 2 \ \mu\text{F}$$

Ahora: $Q_{12} = V_{AB} \cdot C_{12} = 12 \cdot 2 = 24 \ \mu\text{C}$

Y como C_1 y C_2 están en serie se cumple que: $Q_{12} = Q_1 = Q_2$

Por tanto: $U_1 = (1/2)\dfrac{Q_1^{\ 2}}{C_1} = \dfrac{24^2}{2\cdot 3} = 96 \ \mu\text{J};$ $\qquad U_2 = (1/2)\dfrac{Q_2^{\ 2}}{C_2} = \dfrac{24^2}{2\cdot 6} = 48 \ \mu\text{J}$

Los tres condensadores almacenan la misma carga ya que C_3 tiene la misma capacidad que el equivalente serie de C_1 y C_2: $\quad Q_3 = Q_{12} = Q_1 = Q_2$

Parcial 2.

6. Dos conductores paralelos e indefinidos se encuentran a 30 cm de distancia en el plano ZY. Uno de ellos, situado a lo largo del eje Z, transporta una corriente I_1 =1 A en sentido positivo de este eje y el otro una corriente desconocida I_2. Calcula el valor y sentido I_2 sabiendo que un electrón puede viajar paralelamente entre los dos conductores por el plano ZY a una distancia de 10 cm del primer conductor [3 puntos].

SOLUCIÓN:

Si una carga puede viajar por una trayectoria rectilínea (entre los dos conductores a d/3 de I_1 y a 2d/3 de I_2) es porque la fuerza magnética, debida al campo $\vec{B}_T$ (perpendicular a ZY) creado por las dos corrientes, debe ser nula en la trayectoria.

Como: $\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}_T$ y q y $\vec{v}$ no son cero, la única posibilidad es que: $\vec{B}_T = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = 0$

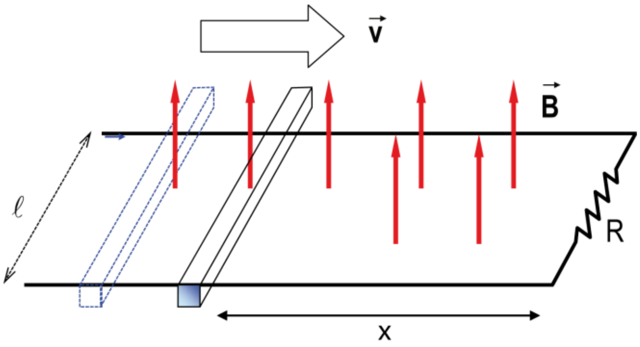
Por tanto:

- la corriente I_2 debe tener el mismo sentido que I_1 para que $\vec{B}_1$ y $\vec{B}_2$ tengan sentido contrario en la trayectoria (entre los dos conductores)
- y además sus módulos deben ser iguáleles: $B_1 = B_2$

$$B_1 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1}{d/3}; \qquad B_2 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_2}{2d/3}; \quad \Rightarrow \quad I_1 = \frac{I_2}{2}$$

Es decir: I_2 =2 A en el sentido positivo del eje Z.

7. Disponemos de un circuito rectangular de resistencia R=0.04 Ω y un campo magnético de 10 mT perpendicular a la superficie definida por el circuito (ver figura). El lado móvil de este circuito, de anchura *l*=20 cm, se desplaza hacia la derecha con una velocidad de 0.2 m/s, estando inicialmente a 50 cm de la esquina derecha. Es decir, la anchura del circuito en cada instante t (entre cero y 2,5 segundos) puede expresarse como: $x(t) = 0.5 - 0.2\,t$ m. Calcula la corriente inducida en t_1=1s y t_2=2s indicando, razonadamente, el sentido de dicha corriente [3 puntos]



SOLUCIÓN:

La superficie del circuito cambia con el tiempo y es: $S(t) = l \cdot x(t) = 0.2 \cdot (0.5 - 0.2t)\ \mathrm{m}^2$

Como $\vec{B}$ y $\vec{S}$ son paralelos el flujo del campo magnético a través la superficie es:

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B\,S\cos(0^\circ) = B\,S = 10^{-2} \cdot 0.2 \cdot (0.5 - 0.2t)\ \mathrm{Tm}^2$$

Por la Ley de Faraday-Henry-Lenz, la f.e.m. inducida será:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -(-10^{-2} \cdot 0.2 \cdot 0.2) = 0.4\ \ \mathrm{mV} \quad \rightarrow \quad \mathrm{i} = \frac{\varepsilon}{R} = 10\ \ \mathrm{mA}$$

La f.e.m. inducida no depende del tiempo por lo tanto la intensidad es la misma en t_1=1s y t_2=2s.

El sentido de la corriente debe ser anti-horario ya que el flujo, al reducirse la superficie, disminuye en el tiempo. En consecuencia la intensidad inducida debe crear un campo en el mismo sentido que el externo.

---

8. Una onda electromagnética que se propaga en sentido positivo del eje Y tiene una frecuencia de 10^{10} Hz y una longitud de onda de 25 mm. Sabiendo que el campo magnético oscila en la dirección del eje Z con una amplitud de $2{\cdot}10^{-7}$ T, determina: (a) El índice de refracción del medio en el que viaja la onda [1 punto]. (b) La expresión de los campos eléctrico y magnético (módulo, dirección y sentido). [2 puntos]. (c) Si utilizamos una espira circular (antena dipolar magnética) para la recepción de esta onda, ¿en qué posición debe colocarse? [1 punto]. Dato: velocidad ondas EM en el vacío: $c=3{\cdot}10^8$ m/s

SOLUCIÓN:

(a) $v = \lambda\, f = 25 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{10} = 2.5 \cdot 10^{8}\ \ \mathrm{m/s}$; Luego: $n = \frac{c}{v} = \frac{3 \cdot 10^8}{2.5 \cdot 10^8} = 1.2$

(b) $E_0 = B_0 \cdot v = 2 \cdot 10^{-7} \cdot 2.5 \cdot 10^{8} = 50\ \mathrm{N/C}$; velocidad angular: $w = 2\pi f = 2\pi\, 10^{10}\ \ \mathrm{rad/s}$

y el número de onda: $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{25 \cdot 10^{-3}} = 80\pi$ rad/m

Los campos magnético y eléctrico asociados son:

$\vec{B} = 2 \cdot 10^{-7}\ sen(2\pi \cdot 10^{10} t - 80\pi\, y)\vec{k}$ T y $\vec{E} = 50\, sen(2\pi \cdot 10^{10} t - 80\pi\, y)(-\vec{i})$ N/C

También es válida la solución $\vec{E} = E \cdot \vec{i}$ con $\vec{B} = B \cdot (-\vec{k})$ ya que en ambos casos la dirección de propagación, determinada por el producto vectorial $\vec{E} \times \vec{B}$, es $(+\vec{j})$

(c) La espira utilizada como antena debe colocarse en una posición perpendicular al campo magnético. De esta forma las variaciones de B inducirán una corriente de las mismas características en la antena. Por lo tanto la superficie de la espira debe situarse sobre el plano XY.