Departamento de Ciencia de la Computación e Inteligencia Artificial

Apellidos:			
Nombre:			
DNI:		*Email:*	

Grupo de teoría:

☐	**Grupo 01**	**- Lunes de 09:00 a 11: 00**	**(Prof. Martínez, Francisco)**
☐	**Grupo 02**	**- ARA - Miércoles de 11:00 a 13:00**	**(Prof. Escolano, Francisco)**
☐	**Grupo 03**	**- Valenciano - Viernes de 9:00 a 11:00**	**(Prof. Vicente, José F.)**
☐	**Grupo 04**	**- Martes de 15:00 a 17:00**	**(Prof. Salinas, José María)**
☐	**Grupo 05**	**- Martes de 9:00 a 11:00**	**(Prof. Vicente, José F.)**

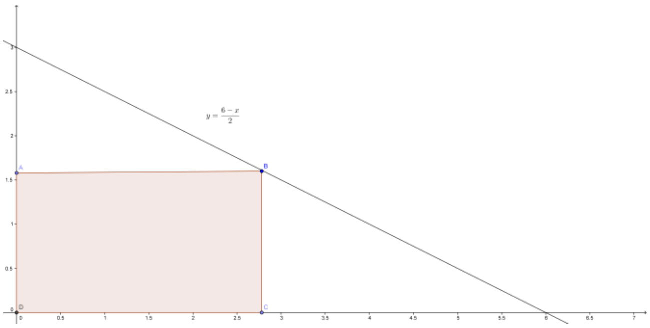
Examen Final JULIO Matemáticas II. 06 Julio 2015

Instrucciones generales:

- ✓ Debes rellenar los datos personales (apellidos y nombre, DNI, etc.) seleccionando tu grupo de teoría.
- ✓ Debes usar únicamente las hojas grapadas que se te facilitan, no pudiendo haber sobre la mesa ningún otro papel durante el examen. Dispones de un par de páginas en blanco al final por si las necesitas.
- ✓ Está terminantemente prohibido el uso de teléfonos móviles.
- ✓ Procura poner los resultados y datos importantes para la corrección y evaluación en la página donde aparece el enunciado (página par) y las operaciones relacionadas en la siguiente página (página impar).
- ✓ Todas las preguntas deben estar bien explicadas, indicando operaciones, haciendo referencias, aclaraciones, etc.

	Nota	
Ejercicio 1	**2**	
Ejercicio 2	**2**	
Ejercicio 3	**2**	
Ejercicio 4	**1**	
Ejercicio 5	**1**	
Ejercicio 6	**2**	
Total		

1. **(2 puntos)** Un rectángulo está acotado por los ejes y por la gráfica de la recta y = (6 – x) / 2 ¿Qué dimensiones debe tener el rectángulo para que su área sea máxima?



Área (x,y) = *xy*

Las dos variables deben ser mayores que cero y menores que los punbtos de corte con los ejes, es decir $0 < x < 6\,;\ 0 < y < 3$

La ecuación que une las dos variables es $y = \frac{(6-x)}{2}$

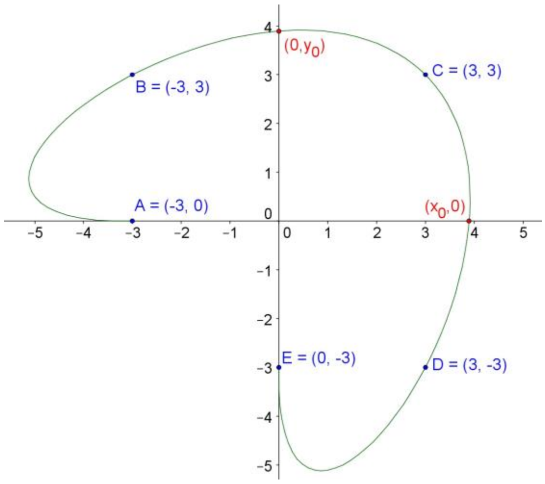
Sustituyendo $A(x) = \frac{x(6-x)}{2} = \frac{(6x-x^2)}{2} = 3x - \frac{x^2}{2}$

Derivando = $A'(x) = 3 - x = 0 \rightarrow \ x = 3$

$A''(x) = -1 > 0$ luego es máximo.

Las dimensiones son $x = 3\ e\ y = 3/2$

2. (**2 puntos**) Interpola la curva que pasa por los puntos A, B, C, D y E, mediante diferencias divididas y utilizando un polinomio para abscisas X(t) y otro polinomio para ordenadas Y(t). Expresa los valores en fracción, y solo en caso de tener que realizar cálculos con decimales redondea a 7 decimales antes de volver a operar.



	t	X(t)	Y(t)
A	0	-3	0
B	¼	-3	3
C	½	3	3
D	¾	3	-3
E	1	0	-3

t_i	$X(t_i)$	$X[t_{i-1},t_i]$	$X[t_{i-2},t_{i-1},t_i]$	$X[t_{i-3},\ldots,t_i]$	$X[t_0,\ldots,t_n]$
0	-3				
		0			
¼	-3		48		
		24		-128	
½	3		-48		160
		0		32	
¾	3		-24		
		-12			
1	0				

t_i	$Y(t_i)$	$Y[t_{i-1},t_i]$	$Y[t_{i-2},t_{i-1},t_i]$	$Y[t_{i-3},\ldots,t_i]$	$Y[t_0,\ldots,t_n]$
0	0				
		12			
¼	3		-24		
		0		-32	
½	3		-48		160
		-24		128	
¾	-3		48		
		0			
1	-3				

3. (2 puntos) Supongamos que nos dan una curva de Bezier de la forma:

$$B(t) = \left(X(t), Y(t)\right) = (1 + t + t^2, t^2) \quad t \in [0\,,1]$$

Encuentra los puntos de control que definen esa curva.

Como es de grado 2 implica que hay tres puntos de control P_0, P_1 y P_2.

El primer punto de control será cuando t=0, P0=(X(0), Y(0) = (1, 0).

El último punto de control será cuando t=1, P2=(X(1), Y(1) = (3, 1).

Para calcular el punto P1=(x,y) procedemos así:

Abscisas

(1-t)+xt

x(1-t)+3t [(1-t)+xt](1-t)+[x(1-t)+3t]t=1+t+t^2 -> (1-2t+t^2+xt-xt^2) +(xt-xt^2+3t^2)=1+t+3t^2

Luego [1+(2x-2)t+(4-2x)t^2]=1+t+t^2 Es decir x =3/2

Ordenadas

0(1-t)+yt

y(1-t)+t yt(1-t)+(y(1-t)+t)t= t^2

Es decir yt-yt^2+yt-yt^2+t^2=t^2 -> 2yt + (1-2y)t^2 = t^2 -> y=0

El punto P_1 es (3/2, 0)

4. (**1 punto**) Utiliza el método de Hermite para hallar un polinomio P(x) que satisfaga P(0)=1, P'(0)=1, P(1)=3, P'(2)=-1.

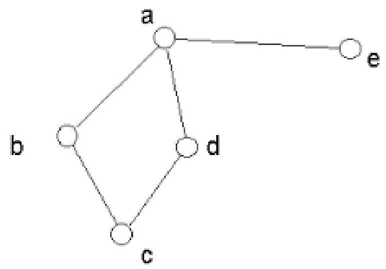
0	1			
		1		
0	1		1	
		2		-4
1	3		-3	
		-1		
1	3			

$P(x)=1+1(x-0)+1(x-0)^2-4(x-0)^2(x-1) = 1+x+x^2-4x^2(x-1) = 1+x+x^2-4x^3+4x^2 = 1+x+5x^2-4x^3$

5. **(1 punto)** Dado el grafo de la figura:

   a. (0.5 puntos) Calcula la matriz de Adyacencia, matriz de Grados y Laplaciana.
   b. (0.25 puntos) Con los cuatro primeros vectores propios dados por la tabla adjunta, selecciona el vector de Fiedler y calcula una partición del grafo en dos trozos.
   c. (0.25 puntos) Calcula una posible función hash de un bit.

0.44721	0.13802	0	0.53625
0.44721	-0.25597	0.70711	0.24217
0.44721	-0.43753	0	-0.70308
0.44721	-0.25597	-0.70711	0.24217
0.44721	0.81146	0	-0.31752



$$Ad = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; D = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; L = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Por un lado los nodos a, e y por el otro lado b, c, d

Función hash suponiendo + -> 1 y - -> 0 tenemos H(x)=1 0 0 0 1

6. **(1.25 puntos)** Encontrar un valor aproximado de $\sqrt[3]{2}$ con un error menor que 0.02. Para ello encuentra una raíz de la función $f(x) = x^3 - 2$ mediante el método de bisección, comprobando previamente que se cumplen las condiciones del teorema de Bolzano en el intervalo [1, 1.5]. (Redondea a 6 cifras decimales).
(**0.75 puntos**) ¿Cuántas dígitos exactos tiene la solución que has encontrado?

i	a_i	b_i	c_i	h_i	$f(a_i)$	$f(b_i)$	$f(c_i)$
1	1	1,5	1,25	0,25	-1	1,375	-0,046875
2	1,25	1,5	1,375	0,125	-0,046875	1,375	0,599609
3	1,25	1,375	1,3125	0,0625	-0,046875	0,599609	0,260986
4	1,25	1,3125	1,28125	0,03125	-0,046875	0,260986	0,103302
5	1,25	1,28125	1,265625	0,015625	-0,046875	0,103302	0,027287

$|h| = 0{,}015625 \leq 0{,}05 = \left(\frac{1}{2}\right) 10^{m-n+1}$ $-1 = m - n + 1$

$t_4 = 1{,}265625 \rightarrow m = 0$ $-1 = 0 - n + 1$ $n = 2$