Departamento de Ciencia de la Computación e Inteligencia Artificial

Apellidos:	
Nombre:	
DNI:	

Grupo de teoría:

☐	Grupo 01	- Lunes de 09:00 a 11: 00	(Prof. Martínez Martín, Ester)
☐	Grupo 02	- ARA - Miércoles de 9:00 a 11:00	(Prof. Escolano Ruiz, Francisco Javier)
☐	Grupo 03	- Valenciano - Viernes de 9:00 a 11:00	(Prof. Vicent Francés, José Francisco)
☐	Grupo 04	- Martes de 15:00 a 17:00	(Prof. Salinas Serrano, José María)
☐	Grupo 05	- Martes de 09:00 a 11:00	(Prof. Vicent Francés, José Francisco)
☐	Grupo 40	- Lunes de 11:00 a 13:00	(Prof. Martínez Martín, Ester)

Convocatoria de JUNIO. Matemáticas II. 4 junio 2018

SOLUCIONES

Instrucciones generales:

- ✓ Debes seleccionar tu grupo de teoría y dispones de 2h para la realización de la prueba.
- ✓ Debes usar únicamente las hojas grapadas que se te facilitan, no pudiendo haber sobre la mesa ningún otro papel durante el examen. Dispones de un par de páginas en blanco al final por si las necesitas.
- ✓ Procura poner los resultados y datos importantes para la corrección y evaluación en la página donde aparece el enunciado (página par) y las operaciones relacionadas en la siguiente página (página impar).
- ✓ Todas las preguntas deben estar bien explicadas, indicando operaciones, haciendo referencias, aclaraciones, etc.

	Nota	
Ejercicio 1	2	
Ejercicio 2	2	
Ejercicio 3	2	
Ejercicio 4	2	
Ejercicio 5	2	
Total		

1. *(2 puntos)* Se sabe que $H_3(x) = 4 + 3(x+1) - 2(x+1)^2 + 3/2(x+1)^2(x-1)$ es el polinomio interpolado de Hermite que aproxima cierta función f, basado en los datos $f(-1), f(1), f'(-1), f'(1)$.

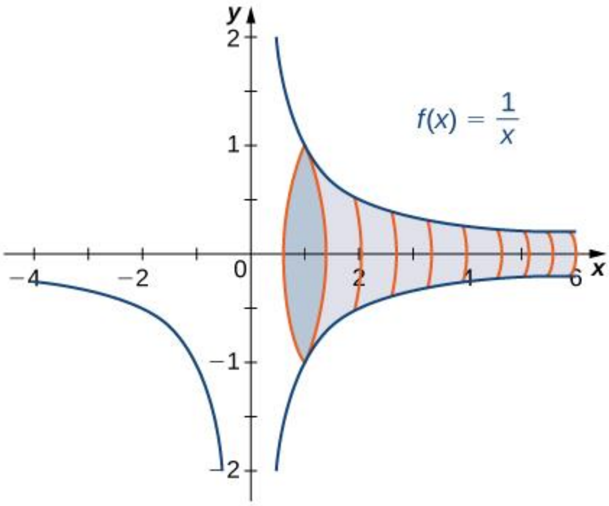
   a) (0.25 puntos) ¿Por qué el grado del polinomio es 3?

   b) (1.75 puntos) Sin evaluar $H_3(x)$ ni sus derivadas en -1 y 1, completa la tabla de diferencias divididas de Hermite utilizada para la construcción de $H_3(x)$.

Porque grado =2*n-1, con n=número de puntos

-1	4			
		3		
-1	4		-2	
		-1		3/2
1	2		1	
		1		
1	2			

2. *(2 puntos)* Encontrar el volumen del solido de revolución obtenido al girar la gráfica de la función $f(x) = \frac{1}{x}$ alrededor del eje x, desde $x = 1$ hasta $x = \infty$.



Tenemos que $V = \pi\int_1^\infty \frac{1}{x^2}dx = \pi \lim_{t\to\infty}\int_1^t \frac{1}{x^2}dx = \pi \lim_{t\to\infty}(-\frac{1}{x})_1^t = \cdots = \pi$

3. (*2 puntos*) Un brazo robot con un escáner laser está haciendo un control de calidad en los agujeros perforados en una placa rectangular. Los centros de los agujeros de la placa describen el camino que el brazo necesita tomar. Los centros están ubicados en un sistema de coordenadas cartesianas (con el origen en la esquina inferior izquierda de la placa) dados por la tabla

x (pulgadas)	**y *(pulgadas)***
2	7.2
4.25	7.1
5.25	6.0

a) (1.5 puntos) Obtén el polinomio interpolador de Lagrange.
b) (0.5 puntos) Calcula la coordenada ***y*** del centro de un nuevo agujero situado en ***x***=4.

$$P_2(x) = 7.2\frac{(x-4.25)(x-5.25)}{(2-4.25)(2-5.25)} + 7.1\frac{(x-2)(x-5.25)}{(4.25-2)(4.25-5.25)} + 6\frac{(x-2)(x-4.25)}{(5.25-2)(5.25-4.25)}$$

$$P_2(x) = 7.2\frac{(4-4.25)(4-5.25)}{(2-4.25)(2-5.25)} + 7.1\frac{(4-2)(4-5.25)}{(4.25-2)(4.25-5.25)} + 6\frac{(4-2)(4-4.25)}{(5.25-2)(5.25-4.25)} = 5.88$$

4. *(2 puntos)* La cantidad de calor que se desprende de una reacción química al interactuar x moléculas de un compuesto con y moléculas de otro se modelista por la función matemática $Q(x, y) = -5x^2 - 8y^2 - 2xy + 42x + 102y$. Hallar x e y para que la cantidad de calor desprendida sea máxima.

$f_x = -10x - 2y + 42 = 0 f_y = -16y - 2x + 102 = 0 x = 3 y = 6$

$f_{xx} = -10 f_{yy} = -16 f_{xy} = f_{yx} = -2$

$G = f_{xx} f_{yy} - f_{xy}^2 = 156 > 0$

Como G > 0 y $f_{xx} < 0$ es un máximo

5. (*2 puntos*) Considera una función T(x) que describe la distribución de temperaturas (T) en una barra conductora (considerada unidimensional), en función de la coordenada espacial x. Se desea estimar la temperatura en el punto de abscisa x=0.5, sabiendo que en los puntos del soporte {x=0, x=1, x=2} la temperatura toma los valores $\{\frac{1}{2}, \frac{1}{2e}, \frac{1}{2e^4}\}$.
   a) (1.5 puntos) Obtén el polinomio interpolador utilizando la fórmula de Newton de diferencias divididas.
   b) (0.5 puntos) Sabiendo que la distribución de temperaturas responde a la expresión $T(x) = \frac{1}{2}e^{-x^2}$, ¿qué error absoluto se ha cometido en la determinación de la temperatura en x = 0.5 con respecto al valor exacto?

Nota: Redondea a 5 decimales en tus cálculos

0	0.5		
		-0.31606	
1	0.18394		0.07064
		-0.17478	
2	0.00916		

$$P_2(x) = 0.5 - 0.31606x + 0.07064x(x-1)$$

$$P_2(0.5) = 0.5 - 0.31606x0.5 + 0.07064x0.5(0.5-1) = 0.32431$$

$$T(0.5) = \frac{1}{2}e^{-0.5^2} = 0.3894$$

$$|0.32431 - 0.3894| = 0.06509$$