

**VERDAD...  
DE LA BUENA**



**SEMÁNTICA LÓGICA**



## Paso 2 del cálculo lógico

Determinar si la estructura lógica de un

razonamiento

es **correcta, válida**

**INTERPRETANDO**

sus fórmulas lógicas

# ¿¿¿ Interpretar ?

En un juicio el abogado fiscal argumenta:

**A** **B**  
“Si el acusado es culpable entonces tenía un cómplice, su amigo Rudolf”.

A ello, el abogado defensor responde inmediatamente: “Eso es falso”.

El acusado, sorprendido, decide cambiar de abogado. ¿Por qué crees que lo hace?

A	B	$A \rightarrow B$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V



## Interpretar un argumento $R: P_1, \dots, P_n \Rightarrow Q$

Es, demostrar si es **correcto**, o no lo es, **interpretando** las fbfs  
**premisas y conclusión**

### SI SE INTERPRETAN

>> Premisas **verdaderas** y conclusión **verdadera**

>> Premisas **falsas** y conclusión **falsa**

>> Premisas **falsas** y conclusión **verdadera**



**R CORRECTO**

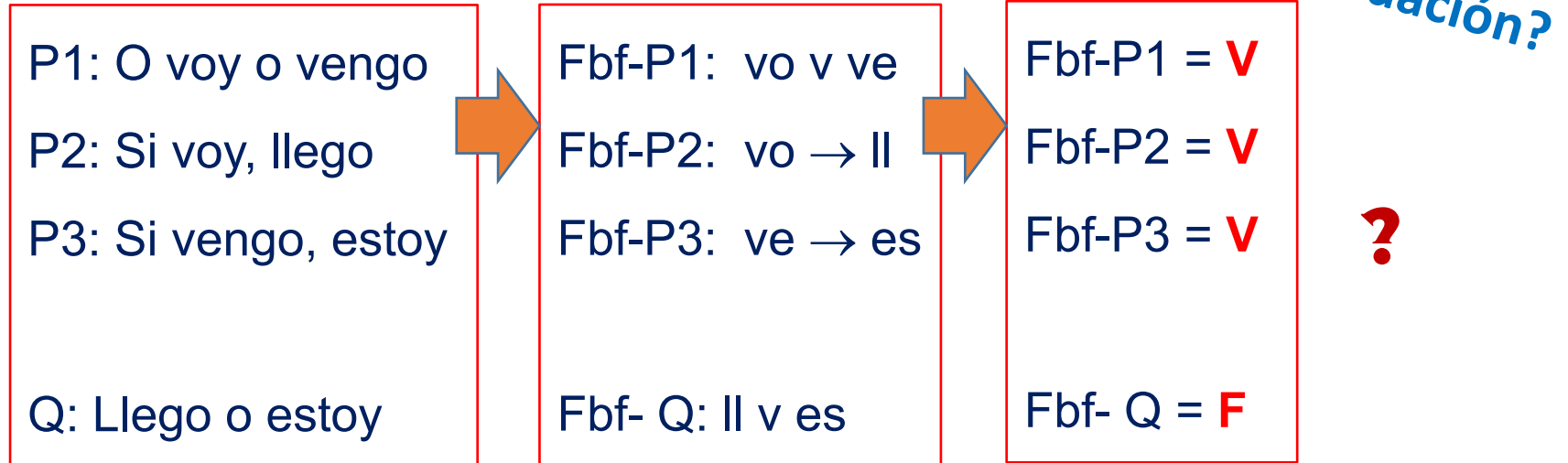
### SI SE INTERPRETAN

>> Premisas **verdaderas** y conclusión **falsa**



**R NO CORRECTO**

## A esto me refiero...



**Esta interpretación  
se conoce como  
CONTRAEJEMPLO**



**Para verlo vamos a tener en cuenta...**

**1º** Lógica de primer orden >> Lógica **bivalente**

“Toda proposición se interpreta como  
**verdadera (V) o falsa (F): valores de verdad**”

$$Fbf \rightarrow \{ V, F \}$$



**A tener en cuenta...**

**2º** Sea A: proposición

**Principio de no contradicción**

$\neg(A \wedge \neg A)$  es cierto

"Todos los hombres son mortales."

"Algunos hombres **no** son mortales."

**Principio del tercero excluso**

$A \vee \neg A$  es cierto

"Todos los hombres son mortales **o** no lo son"



## A tener en cuenta...

**3º** El valor de verdad de las proposiciones **moleculares** estará en función de los valores de verdad de las proposiciones atómicas que contienen

Ej. **A, B: fbf**

**Si  $A = V$ ,  $B = F$  entonces  $A \vee B = V$  pero  $A \wedge B = F$**

>> Si la fbf molecular **siempre** es **V** → La fbf es una **tautología**

>> Si la fbf molecular **siempre** es **F** → La fbf es una **contradicción**

>> Si la fbf molecular es **V y F** → La fbf es

**indeterminación/contingencia**





**A tener en cuenta...**

**4º Interpretar** una fbf es determinar cuándo es V, F, y cuándo es tautología, contradicción o contingencia

Ej. A, B: fbfs

Si  $A = V$ ,  $B = V$  entonces  $A \vee B = V$

Si  $A = V$ ,  $B = F$  entonces  $A \vee B = V$

Si  $A = F$ ,  $B = V$  entonces  $A \vee B = V$

Si  $A = F$ ,  $B = F$  entonces  $A \vee B = F$

$I_1 = \{ A = V, B = V \},$

$I_2 = \{ A = V, B = F \},$

$I_3 = \{ A = F, B = V \},$

$I_4 = \{ A = F, B = F \},$

$I_1, I_2, I_3 \Rightarrow$  **INTERPRETACIONES MODELO**

$I_4 \Rightarrow$  **INTERPRETACIÓN CONTRAMODELO/CONTRAEJEMPLO**

**$A \vee B$  es una CONTINGENCIA**

**A tener en cuenta...**

Reglas semánticas para las conectivas

A	B	$\neg A$	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \rightarrow B$	$A \leftrightarrow B$
V	V	F	V	V	V	V
	F		F	V	F	F
F	V	V	F	V	V	F
	F		F	F	V	V

**TABLA DE VALORES DE VERDAD**



## **Pasos para interpretar un argumento**

- 1º Formalizar el argumento
- 2º Conocer las reglas semánticas de las fbfs y de las conectivas
- 3º Aplicar un método semántico para validar el argumento



## **Métodos semánticos:**

- >> Tablas de verdad
- >> Método corto de valoración o del contraejemplo

## Método semántico



Tablas de los valores de verdad para interpretar argumentos

$$R: P_1, \dots P_n \Rightarrow Q$$

1º Crear TV con todas las fbfs del argumento según prioridad conectivas.

2º Filas:  $2^n$  : n: fbfs atómicas diferentes

3º Rellenar columnas con valores de verdad según reglas semánticas.

4º Comprobar si alguna fila es una interpretación **contraejemplo**.

**SI**

→ R **NO** válido.

**NO**

→ R es válido.



VALIDAR R1:  $p \vee q, \neg p \Rightarrow q$  con Tabla Verdad

	p	q	P2: $\neg p$	P1: $p \vee q$	Q: q
1	V	V	F	V	V
2	V	F	F	V	F
3	F	V	V	V	V
4	F	F	V	F	F

R CORRECTO

Si Premisas **verdaderas** y conclusión **falsa** >> R **NO** correcto



*Veamos un razonamiento **válido** ... con premisas falsas*



*“Me gusta mucho tener  
ideas contradictorias  
porque así,  
si siempre estoy equivocado,  
siempre tengo la razón”*

P1: Para que vea la tele (T) es necesario que beba cerveza (C)

P2: Es suficiente que no vea la tele para que me duerma (D)

P3: Ni bebo cerveza ni me duermo

**R:  $T \rightarrow C, \neg T \rightarrow D, \neg C \wedge \neg D \Rightarrow Fe$**

**Q: Soy feliz con  
dos cervezas**



T	C	D	$\neg T$	$\neg C$	$\neg D$	P1: $T \rightarrow C$	P2: $\neg T \rightarrow D$	P3: $\neg C \wedge \neg D$	Q: Fe
V	V	V	F	F	F	V	V	F	V
V	V	F	F	F	V	V	V	F	V
V	F	V	F	V	F	F	V	F	V
V	F	F	F	V	V	F	V	V	V
F	V	V	V	F	F	V	F	F	V
F	V	F	V	F	V	V	F	F	V
F	F	V	V	V	F	V	V	F	V
F	F	F	V	V	V	V	F	V	V

*NO Existe  
contraejemplo*

Regla ECQ  
 $A \wedge \neg A \Rightarrow Q$



Estudiar si Fbf-P1:  $p \vee q \rightarrow \neg(\neg p \wedge \neg q)$  es **tautología**

Jerarquía:  $( (p \vee q) \rightarrow ( \neg( (\neg p) \wedge (\neg q) ) ) )$

TAUTOLOGÍA

	p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \wedge \neg q$	$\neg(\neg p \wedge \neg q)$	$p \vee q$	$p \vee q \rightarrow \neg(\neg p \wedge \neg q)$
1	V	V	F	F	F	V	V	V
2	V	F	F	V	F	V	V	V
3	F	V	V	F	F	V	V	V
4	F	F	V	V	V	F	F	V



Sea  $R: P_1, \dots, P_n \Rightarrow Q$



Si demostramos que  $Q$  es una tautología...

¿ puede existir un contraejemplo en  $R$  ?

**No**

¿ Qué podemos afirmar sobre la validez del razonamiento?

**$R$  ES CORRECTO, NO EXISTE  $P_i = V, Q = F$**



Escribe un razonamiento que tenga como conclusión la

**$fbf : p \vee q \rightarrow \neg(\neg p \wedge \neg q)$**

que es una **tautología**



Seguimos usando la Tabla de verdad pero... el nº filas se “dispara”

P1: O voy o vengo

P2: Si voy, llego

P3: Si vengo, estoy

Q: Llego o estoy

Fbf-P1:  $vo \vee ve$

Fbf-P2:  $vo \rightarrow ll$

Fbf-P3:  $ve \rightarrow es$

Fbf- Q:  $ll \vee es$

**Filas => 16...!! muchas**

Nº filas >>  $2^n$  => n es nº de fbfs atómicas diferentes



¿ Pq no buscamos si R tiene **un contraejemplo** ?

**Método corto de valoración / contraejemplo**

**R:  $P_1, \dots P_n \Rightarrow Q$**

1º Se supone que R **admite una interpretación contraejemplo:**  
premisas V y conclusión F

2º Se estudia si es posible la existencia de dicha interpretación

**Si existe contraejemplo >> R No correcto.**

**Si NO existe >> R correcto.**



## Interpreta R usando el método del contraejemplo

**R**

Fbf-P1:  $vo \vee ve = \mathbf{V}$

Fbf-P2:  $vo \rightarrow ll = \mathbf{V}$

Fbf-P3:  $ve \rightarrow es = \mathbf{V}$

Fbf- Q:  $ll \vee es = \mathbf{F}$

Q:  $ll \vee es = \mathbf{F} \gg ll = \mathbf{F}$   
 $es = \mathbf{F}$

P3:  $ve \rightarrow es = \mathbf{V}$

$es = \mathbf{F} \gg ve = \mathbf{F}$

P2:  $vo \rightarrow ll = \mathbf{V}$

$ll = \mathbf{F} \gg vo = \mathbf{F}$

**Concluimos:**

Si  $vo = \mathbf{F}$ ,  $ve = \mathbf{F} \gg vo \vee ve = \mathbf{F} \#$  con P1

**No existe** contraejemplo  $\gg$  **R correcto**



## Búsqueda de contraejemplos en fbfs

- Se supone que la fbf es **falsa**, admite, **al menos, un contraejemplo**.
- Se buscan los valores de verdad de sus fbfs atómicas
- **Si** los valores se contradicen > llegamos a **contradicción**
  - > **no** existe interpretación contraejemplo que haga falsa la fbf
    - >> fbf es **tautología**
- **Si no se contradicen** > existe un contraejemplo que hace falsa la fbf
  - >> fbf **NO** es **tautología**



Busca un contraejemplo en la fbf y decide su valor semántico

$$p \vee q \rightarrow \neg(\neg p \wedge \neg q)$$

**F**

$$p \vee q = \mathbf{V}$$

$$\neg(\neg p \wedge \neg q) = \mathbf{F}$$

$$\neg p \wedge \neg q = \mathbf{V}$$

$$\neg p = \mathbf{V}$$

$$\neg q = \mathbf{V}$$

$$p = \mathbf{F}$$

$$q = \mathbf{F}$$

$$p \vee q = \mathbf{F}$$

#

No existe contraejemplo

>> **fbf TAUTOLOGÍA**

**Reto 3**



## Decide cómo demostrar la validez y aplica método

**P1:** “Resuelvo el mapa si me como todos los cocos o falla el sistema”

**P2:** “Resuelvo el mapa o me como todos los cocos o falla el sistema”

**P3:** “No me como todos los cocos”

**Razona si es cierto que falla el sistema**

### 1º formaliza

**MC** = { **re**: resuelvo mapa; **co** : como cocos; **fa**: falla sistema }

**Fbf-P1:**  $co \vee fa \rightarrow re$

**Fbf-P2:**  $re \vee co \vee fa$

**Fbf-P3:**  $\neg co$

**Fbf-Q:**  $fa$



Decide cómo demostrar la validez y aplica método

Fbf-P1:  $co \vee fa \rightarrow re$ ; Fbf-P2:  $re \vee co \vee fa$ ; Fbf-P3:  $\neg co$ ; Fbf-Q:  $fa$

Nº filas:  $2^3 \gg$  Tabla de verdad

co	fa	re	$\neg co$	$co \vee fa$	P1: $co \vee fa \rightarrow re$	P2: $re \vee co \vee fa$	P3: $\neg co$	Q: $fa$
V	V	V	F	V	V	V	F	V
V	V	F	F	V	F	V	F	V
V	F	V	F	V	V	V	F	F
V	F	F	F	V	F	V	F	F
F	V	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	F	V	V	V
F	F	V	V	F	V	V	V	F
F	F	F	V	F	V	F	V	F

**$\gg$  R NO CORRECTO**



Reto 3



**Demostramos validez buscando contraejemplo**

Fbf-P1:  $co \vee fa \rightarrow re = \mathbf{V}$

Fbf-P2:  $re \vee co \vee fa = \mathbf{V}$ ;

Fbf-P3:  $\neg co = \mathbf{V}$

bf-Q:  $fa = \mathbf{F}$

P3:  $\gg co = \mathbf{F}$

Q:  $\gg fa = \mathbf{F}$

P1:  $co \vee fa = \mathbf{F} \gg re = \mathbf{V} \text{ o } re = \mathbf{F}$

P2:  $re \vee co \vee fa = \mathbf{V} \gg re = \mathbf{V}$

**Concluimos:**

Existe contraejemplo:

$I = \{ co = \mathbf{F}, fa = \mathbf{F}, re = \mathbf{V} \} \gg P1, P2, P3 = \mathbf{V}$

$Q = \mathbf{F}$

**$\gg R$  NO CORRECTO**

P1: Si se enciende la lámpara A o la B, leemos

P2: Se enciende A

Q: Leemos

**R:  $A \vee B \rightarrow L, A \Rightarrow L$**



A	B	L	$A \vee B$	P1: $A \vee B \rightarrow L$	P2: A	Q: L
V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	V	F
V	F	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	V	F
F	V	V	V	V	F	V
F	V	F	V	F	F	F
F	F	V	F	V	F	V
F	F	F	F	V	F	F

***R es válido***

*en todos los casos en los que fbf-*

$P_i = V$  (filas 1 y 3)

$Fbf-Q = V$ .

*Las demás filas no nos interesan.*