

***“Mundo” del
razonamiento...***

***Exacto,
preciso,
sistemático.***



?

>> ***Sistema de reglas***

>> ***Procedimiento
deductivo***

**Reto 1****RAZONA**

“Siempre que llueve mi madre se queda en casa”

- ☐ *Veo por la ventana que está lloviendo*
- ☐ *Veo por la ventana que no está lloviendo*
- ☐ *Mi madre está en casa*
- ☐ *Mi madre no está en casa*





O voy o vengo

Si voy, llevo

Si vengo, estoy

Luego, luego o estoy



```

      ^.^
    .001.^
    u$ON=1
    z00BAI
    !..^
    ;<...
    NRX~=-
    z0c^X^
    ^B0c^^
    @0H~!
    n$0=XN;
    |BB0vU1=-
    ^000cR~vu|
    FAHZugr-
    ZZUFABFI
    ;BRHV n$U~
    ^RAN1   @si
    ^Owv     O1.
    c0qr     rs.
    auU      ul
    ^RO-
    nn~      -.-|-
    =|^

```

Reto 3

PROBLEMA 1

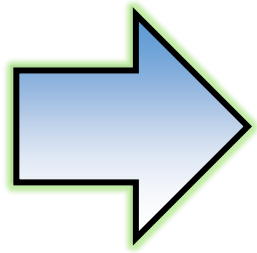
P1: “Resuelvo el mapa sólo si me como todos los cocos o falla el sistema”

P2: “De las tres condiciones: resuelvo el mapa, me como todos los cocos y falla el sistema, al menos una es cierta”

P3: “No me como todos los cocos”

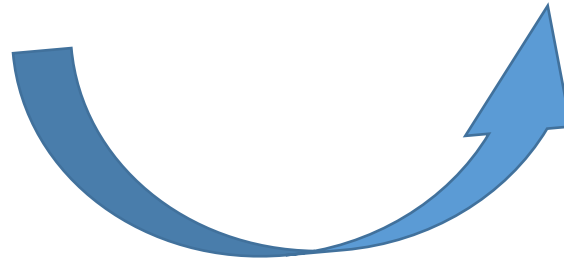
Razona si es cierto que falla el sistema



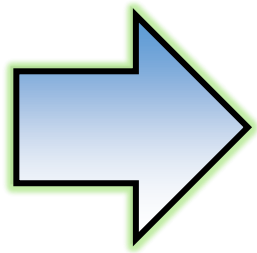


Razonar

Facultad humana
para
resolver problemas
según unas
reglas
determinadas



Usaremos
Reglas de la
Lógica de Primer
Orden (lógica)



Razonaremos de forma correcta cuando...

A partir de unos supuestos / hipótesis /
PREMISAS que asumimos
CIERTAS / VERDADERAS



obtenemos (aplicando reglas lógicas)
una

CONCLUSIÓN VERDADERA



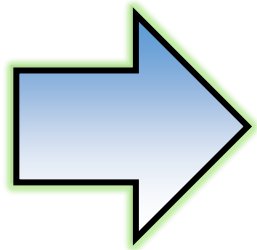
O voy o vengo

Si voy, llego

Si vengo, estoy



Luego, llego o estoy



Razonaremos de forma **NO** correcta
cuando...

A partir de unos supuestos / hipótesis /
PREMISAS que asumimos
CIERTAS / VERDADERAS



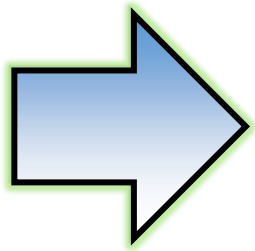
O voy o vengo
Si voy, llego
Si vengo, estoy

Se propone una **CONCLUSIÓN FALSA**



Luego, ni llego ni estoy

ERROR ...



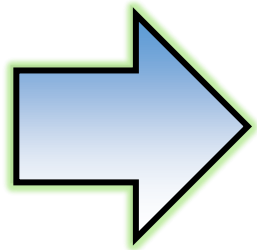
Razonamiento deductivo lógico

R: $P_1, P_2, \dots, P_n \Rightarrow Q$

P_i = premisas

Q: conclusión

\Rightarrow deductor



Cálculo lógico

>> **Certidumbre TOTAL**
en decisiones

>> **CERO** *ambigüedad*

1º **Formalizar** el problema mediante fórmulas lógicas y obtener su estructura lógica

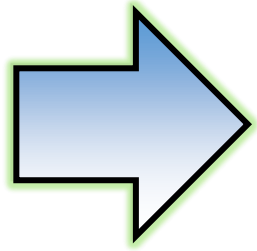
Necesitamos: Lenguaje formal

2º **Interpretar** si la estructura es correcta o falaz

Necesitamos: Métodos Semánticos

3º **Aplicar** reglas para obtener nuevas fórmulas

*Necesitamos un método deductivo:
Deducción Natural*



A tener en cuenta...

1º Las **premisas** sólo pueden ser **enunciados declarativos** que en lógica llamaremos **proposición**.

P1: “ A Jaime le gusta el pan”

atómica

P2: “ A Jaime le gusta el pan y el queso”

molecular



“lógicamente” la **conclusión** tb será una proposición

No valen: ¿Piensas?

! Piensa un poco !

PROBLEMA 1:



Señala Propositiones ????

P1: “Resuelvo el mapa sólo si me como todos los cocos o falla el sistema”

P2: “De las tres condiciones: resuelvo el mapa, me como todos los cocos y falla el sistema, al menos una es cierta”

P3: “No me como todos los cocos”

Razona si es cierto que falla el sistema

Se reescribe



P2: “ Resuelvo el mapa o me como todos los cocos o falla el sistema”

PROBLEMA 1:



Señala Propositiones ????

P1: “Resuelvo el mapa sólo si me como todos los cocos o falla el sistema”

P2: “Resuelvo el mapa o me como todos los cocos o falla el sistema”

P3: “No me como todos los cocos”

Razona si es cierto que falla el sistema



Hoja1 :

Ejercicio 1: Decide las proposiciones y conexiones

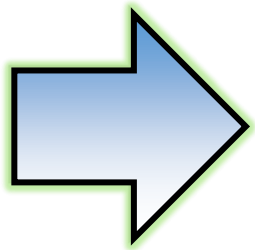
P1: “Resuelvo el mapa si me como todos los cocos o falla el sistema”

P2: “Cojo la llave sólo si la veo y no llevo la pistola”

P3: “Para que me mate un enemigo es necesario que no lo vea”

P4: “Para que no me mueva es suficiente que vea un enemigo o un fantasma”

P5: “No me mueva a menos que vea un enemigo o un fantasma”



A tener en cuenta...

2º Sólo importa **CÓMO** se razona, **no** el **qué** se razona

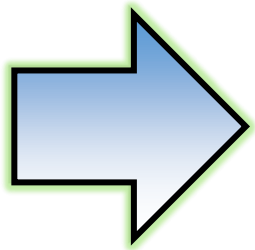
Importan los
símbolos que
conforman la
Estructura lógica
del problema

$$A \rightarrow B, A \Rightarrow B$$



Contenido de A, B...el que quieras

A: vamos de fiesta.
B: lo pasamos “pipa”



A tener en cuenta...

3º Toda proposición **formalizada** puede ser **cierta o falsa**
>> 2 VALORES DE VERDAD

!Cuidadito!

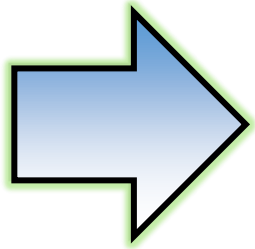
“El Real Madrid ganó el mundial 2017”

FALSO!!!

Formalización lógica, p.ej.: p
 p puede ser cierta o falsa.



*El cálculo lógico “pasa” de lo que significa p , sólo
le interesa cómo aparece p en el razonamiento*



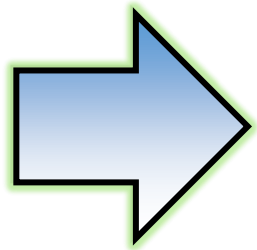
! Toca formalizar...

*“ La elección de una notación constituye una etapa importante en la **solución de un problema**.*

Debe elegirse con cuidado.

*/.../ Una **notación apropiada** podrá contribuir de modo primordial a la comprensión del problema”*

*Cómo plantear y resolver problemas
G. Polya*



... con lenguaje lógico

¿Cuál es
mejor?

Proposición como un “todo”

Símbolo: **p**

“Todos los
alum son
comecocos”

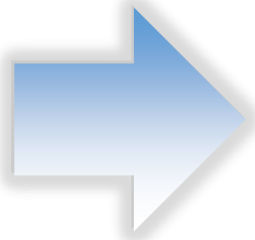
Depende ...

“detallamos más ”

qué se afirma > que son comecocos
quién ? > los alum

$\forall x [\text{alum}(x) \rightarrow \text{comecocos}(x)],$

$x \in D = \{ \text{alumnos de clase} \}$



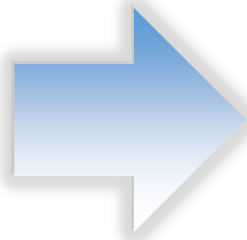
Niveles de abstracción

Lenguaje de proposiciones

- **Busca** proposiciones atómicas
- **Conexiones** entre ellas

Lenguaje de predicados

- **Qué** se afirma: **predicado**
- **De quién** se afirma: **sujeto**



Lenguaje de proposiciones

Dada proposición **A** se obtiene **fórmula** proposicional: **fbf-A**

Representación

Proposiciones **atómicas**  Variable proposicional: **p, q...**

conexiones

Negación: \neg

Conjunción: \wedge

Disyunción: \vee

Condicional: \rightarrow

Bicondicional \leftrightarrow

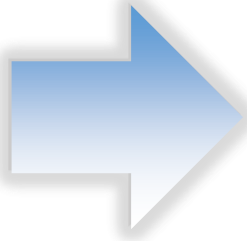


Conexiones >> conectivas lógicas

no A
es falso A
no es cierto A

Negación : $\neg A$

A	$\neg A$
V	F
F	V



Conectiva “estrella” \Rightarrow implicador

- Si A entonces B
- A sólo si B
- B si A
- B es necesario para A
- A es suficiente para B
- No A a menos que B

Condicional : $A \rightarrow B$

A: antecedente;

B: consecuente

A	B	$A \rightarrow B$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V



Reto 1

RAZONA

“Siempre que llueve mi madre se queda en casa”

- ☐ *Veo por la ventana que está lloviendo*
- ☐ *Veo por la ventana que no está lloviendo*
- ☐ *Mi madre está en casa*
- ☐ *Mi madre no está en casa*



A	B	$A \rightarrow B$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V



Hoja1 :

Ejercicio.3 Escribe, en lenguaje natural, 3 frases equivalentes

P6: Si hay un enemigo, no me muevo

Es suficiente ...

Es necesario ...

Sólo si ...

A menos que...



RAZONA \leftrightarrow CONDICIONAL

suficiente / necesario

*“Es **suficiente** que haya una consonante por una cara, **A** para que haya un número par por la otra” **B***

! Elige ! una carta ¿qué hay detrás?

P

E

7

2

A	B	$A \rightarrow B$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V



RAZONA \leftrightarrow CONDICIONAL

suficiente / necesario

“Es *necesario* que haya una consonante por una cara, **A**
para que haya un número par por la otra” **B**

! Elige ! una carta ¿qué hay detrás?



A	B	$B \rightarrow A$
V	V	V
V	F	V
F	V	F
F	F	V

Socrative: Quiz-Prueba2Refuerzocondic



Condicional en 2 direcciones >> bicondicional

SI y sólo SI:

$$A \leftrightarrow B = (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$$

A	B	$A \leftrightarrow B$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V



Implicador \leftrightarrow Razonamiento

$$A \rightarrow B$$

$$R: P1, P2, Pn \Rightarrow Q$$

A	B	$A \rightarrow B$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

$$P1, P2, Pn = P1 \wedge P2 \wedge \dots Pn = A$$



R **no correcto** cuando
premisas ciertas y
conclusión falsa



Para formalizar...

“traducir” frases del lenguaje natural al lenguaje lógico proposicional

- 1 Determinar qué significa la frase.
- 2 Buscar la fbf que tenga el mismo significado.
- 3 Elegir variables proposicionales y escribirlas en MC.

MC: conjunto llamado marco conceptual cuyos elementos son las variables proposicionales y la frase atómica que representan.



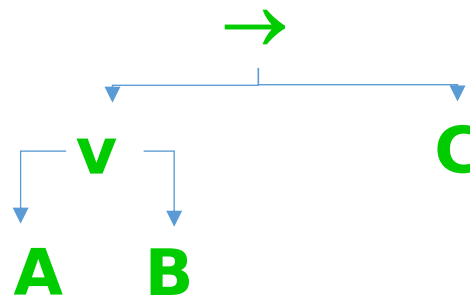
Sin esto... tendrás problemas

Hay que tener en cuenta la

PRIORIDAD

de cada símbolo de la fbf

Árbol
sintáctico





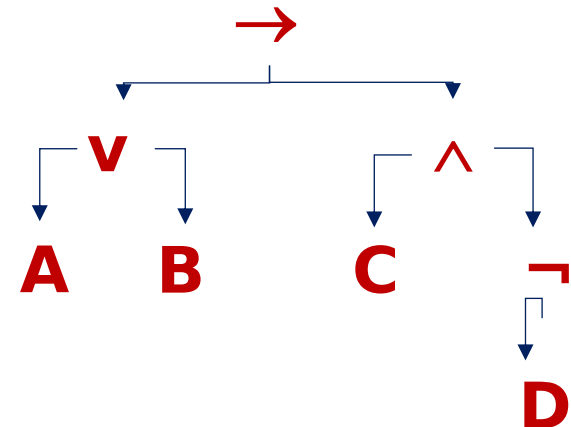
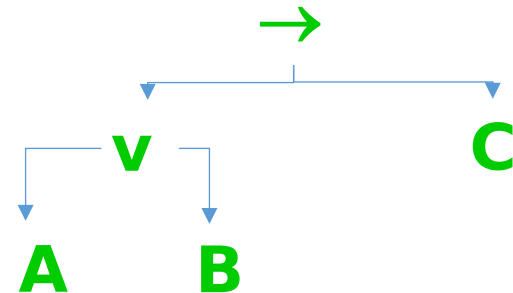
Escribe fbf:

Conectiva principal

Escribe fbf:

Conectiva principal

Árbol sintáctico





! Cuidadito!

Encuentra la **diferencia**

NO es necesario que sea cierto B y C, para que sea cierto A”

$$\text{Fbf: } \neg(A \rightarrow B \wedge C)$$

Conectiva principal: \neg

“Es necesario que **NO** sea cierto B y C, para que sea cierto A”

$$\text{Fbf: } A \rightarrow \neg(B \wedge C)$$

Conectiva principal: \rightarrow



Ahora con el Lenguaje de predicados

En la **proposición** se determinan dos conceptos:

- **Qué** se afirma: **predicado**
- **De quién** se afirma: **sujeto o término**



Qué se afirma: **predicado**

- Nombre
- Número argumentos.
- Orden argumentos.

P1: Los comecocos comen cocos



Hay sujetos que **son** comecocos;

Hay sujetos que **comen** “algo”

Representación

➤ Elige **nombre** de predicado y

➤ “**tipo**” >> n^º argumentos

MC = { **CCo(x) : el sujeto x es un comecocos**
 Come(x,y) : el sujeto x come al sujeto y }



De quién se afirma: **sujeto o término**

P1: Los comecocos comen cocos



De los cocos

De los comecocos;



Constante: *objetos concretos del dominio (referencia directa).*

Se formaliza: nombre sujeto o abreviado



Variables: *cualquier elemento del dominio (referencia genérica).*

Se formaliza: x, y, z, \dots



Necesitan especificar "cantidad"

Representación



Cuantificador Universal



Todos los elementos del dominio cumplen la propiedad P

$$\forall x P(x)$$

Todos los alum son comecocos

$$\forall x [Al(x) \rightarrow CCo(x)],$$

$$x \in D = \{ \text{alum de M1} \}$$

>> **Es suficiente** que un sujeto sea
alum para que sea un comecocos

Ya que dicen que son **TODOS**



Cuantificador Existencial \exists

Algún elemento del dominio cumplen la propiedad P

$$\exists x P(x)$$

Algunos alumnos son comecocos

$$\exists x [Al(x) \wedge CCo(x)]$$

Juan es un comecocos

$$Al(juan) \wedge CCo(juan)$$



¿ Cómo se elige la formalización de una proposición

La llave es roja

- Variable proposicional: **p**
- Predicado 1 argumento: **roja(llave).**
- Predicado 2 argumentos: **color(llave, roja).**
- Predicado 3 argumentos: **atributo(color, llave, roja).**
- *¿ Qué representación es mejor?*



¿ valores de las variables ?

Dominio o universo de discurso

*Conjunto de **objetos** donde toman valores, se interpretan, los términos o sujetos del problema*

Ej. Los alum son comecocos.

¿Qué alum?

$D = \{ \text{alum de M1} \}.$



HOJA 1- Ejercicio 6. Formalización L. predicados

$D = \{\text{objetos de un mapa de PLMan}\}$

“Plman es un comecocos”

“Todos los enemigos son peligrosos, pero algunos no se mueven”

“Todas las llaves abren puertas, aunque algunas sean rojas”

“Todos los cocos son comestibles, pero algunos son difíciles de alcanzar”

“Hay enemigos fáciles de despistar, aunque todos son peligrosos”

“Como todo lo que veo excepto a los enemigos y fantasmas”

**HOJA 1- Ejercicio 6. Formalización L. predicados**

$D = \{\text{objetos de un mapa de PLMan}\}$

“Todos los enemigos son peligrosos pero algunos no se mueven”

MC = { $E(x)$: x es un enemigo; $P(x)$: x es peligroso;
 $M(x)$: x se mueve }

$$\forall x [E(x) \rightarrow P(x)] \wedge \exists x [E(x) \wedge \neg M(x)]$$

**HOJA 1- Ejercicio 6. Formalización L. predicados**

$D = \{\text{objetos de un mapa de PLMan}\}$

“Todas las llaves abren puertas aunque algunas sean rojas”

MC = { LI(x): x es una llave; A(x): x abre puerta; R(x): x es de color rojo }

$$\forall x [LI(x) \rightarrow A(x)] \wedge \exists x [LI(x) \wedge R(x)]$$

**HOJA 1- Ejercicio 6. Formalización L. predicados**

$D = \{\text{objetos de un mapa de PLMan}\}$

“Hay enemigos fáciles de despistar aunque todos son peligrosos”

MC = { $E(x)$: x es enemigo; $P(x)$: x es peligroso;

$Fd(x)$: x fácil despistar }

$$\exists x [E(x) \wedge Fd(x)] \wedge \forall x [E(x) \rightarrow P(x)]$$

**HOJA 1- Ejercicio 6. Formalización L. predicados**

$D = \{\text{objetos de un mapa de PLMan}\}$

“Todos los cocos son comestibles y pero algunos son difíciles de alcanzar”

MC = { Co(x): x es coco; M(x): x es comestible;

Df(x): x es difícil alcanzar }

$$\forall x [\mathbf{Co(x)} \rightarrow \mathbf{M(x)}] \wedge \exists x [\mathbf{Co(x)} \wedge \mathbf{Df(x)}]$$

**HOJA 1- Ejercicio 6. Formalización L. predicados**

$D = \{\text{objetos de un mapa de PLMan}\}$

“Como todo lo que veo excepto a los enemigos y fantasmas”

MC = { $E(x)$: x es enemigo; $Cm(x)$: x come objeto;
 $Ve(x)$: x ve objeto; $Fa(x)$: x es fantasma

$$\forall x [V(x) \wedge \neg E(x) \wedge \neg Fa(x) \rightarrow Cm(x)]$$

**HOJA 1- Ejercicio 2. Formalización L. proposiciones**

P1: “Resuelvo el mapa si me como todos los cocos o falla el sistema”

MC = { re: resuelvo mapa; co : como cocos; fa: falla sistema }

Fbf-P1: $co \vee fa \rightarrow re$

P2: “Cojo la llave sólo si la veo y no llevo la pistola”

MC = { ll: cojo la llave; ve : veo la llave; pi: llevo pistola }

Fbf-P2: $ll \rightarrow ve \wedge \neg pi$

P3: “Para que me mate un enemigo es necesario que no lo vea”

MC = { ma: me mata enemigo; en : veo enemigo }

Fbf-P3: $ma \rightarrow \neg en$

**HOJA 1- Ejercicio 2. Formalización L. proposiciones**

P4: “Para que no me mueva es suficiente que vea un enemigo o un fantasma”

MC = { mv: me muevo; en : veo enemigo; fa : veo fantasma }

Fbf-P4: fa v en \rightarrow \neg mv

P5: “No me muevo a menos que vea un enemigo o un fantasma”

MC = { mv : me muevo; en : veo enemigo; fa : veo fantasma }

Fbf-P5: mv \rightarrow fa v en



HOJA 2- Ejercicios formalización L. proposiciones

1. Popeye es inocente pero El Pirata es culpable, sin embargo Makinavaja no es inocente
2. No es verdad que los 3 sean culpables a la vez
3. A pesar de que Popeye es inocente, Makinavaja o El Pirata no lo son

$$\text{Fbf-1: } \neg po \wedge pi \wedge ma$$

$$\text{Fbf-2: } \neg (ma \wedge pi \wedge po)$$

$$\text{Fbf-3: } \neg po \wedge (ma \vee pi)$$



HOJA 2- Ejercicios formalización L. proposiciones

4. El Pirata no es culpable si sucede que Makinavaja es inocente o Popeye es culpable

5. Popeye y El Pirata son inocentes sí y sólo sí Makinavaja es culpable

$$\text{Fbf-4 } \neg ma \vee po \rightarrow \neg pi$$

$$\text{Fbf:5 } \neg po \wedge \neg pi \leftrightarrow ma$$

6. Sólo si El Pirata y Makinavaja son culpables, Popeye es inocente

7. Makinavaja no es culpable a menos que El Pirata o Popeye sean inocentes

$$\text{Fbf-6: } \neg po \rightarrow pi \wedge ma$$

$$\text{Fbf-7: } ma \rightarrow \neg pi \wedge \neg po$$



HOJA 2- Ejercicios formalización L. proposiciones

8. A menos que Makinavaja sea culpable, no será verdad que si El Pirata es inocente, entonces Popeye sea culpable

$$\text{Fbf-8: } \neg(\neg pi \rightarrow po) \rightarrow ma$$

9. Si es verdad que la culpabilidad de El Pirata es suficiente para que Popeye sea inocente, entonces Makinavaja será inocente

$$\text{Fbf-9: } (pi \rightarrow \neg po) \rightarrow \neg ma$$

10. O Makinavaja es culpable, o no lo es El Pirata

11. Makinavaja es culpable pero Popeye no

$$\text{Fbf-10: } ma \vee \neg pi$$

$$\text{Fbf-11: } ma \wedge \neg po$$



HOJA 2- Ejercicios formalización L. proposiciones

12. No es verdad que los 3 sean culpables a la vez

13. Popeye es inocente pero El Pirata es culpable, sin embargo Makinavaja no es inocente

14. A pesar de que Popeye es inocente, Makinavaja o El Pirata no lo son

15. Al menos uno de los tres es inocente

16. Aunque Popeye es culpable, El Pirata es inocente, no obstante, Makinavaja es culpable

$$\text{Fbf-12: } \neg(\text{ma} \wedge \text{pi} \wedge \text{po})$$

$$\text{Fbf-13: } \neg\text{po} \wedge \text{pi} \wedge \text{ma}$$

$$\text{Fbf-14: } \neg\text{po} \wedge (\text{ma} \vee \text{pi})$$

$$\text{Fbf-15: } \neg\text{ma} \vee \neg\text{pi} \vee \neg\text{po}$$

$$\text{Fbf-16: } \text{po} \wedge \neg\text{pi} \wedge \text{ma}$$



Más ejercicios sobre formalización en L. proposiciones

MC { ca: cantas; ba: bailas }

1 Si cantas entonces bailo

Fbf-1: $ca \rightarrow ba$

2 Es suficiente que cantes para que baile

Fbf-2: $ca \rightarrow ba$

3 Sólo si cantas, bailo

Fbf-3: $ba \rightarrow ca$

4 Es necesario que cantes para que baile

Fbf-4: $ba \rightarrow ca$

5 No bailo si no cantas

Fbf-5: $\neg ca \rightarrow \neg ba$

6 No bailo a menos que cantes

Fbf-6: $ba \rightarrow ca$

7 Bailo a menos que no cantes

Fbf-7: $\neg ba \rightarrow \neg ca$



Más ejercicios sobre formalización en L. proposiciones

MC { ca: cantas; ba: bailas mo: me mojo}

8 Si cantas y no llueve entonces bailo y no me mojo

$$\text{Fbf-8: } ca \wedge \neg ll \rightarrow ba \wedge \neg mo$$

9 Para que me moje es suficiente que llueva o no cantes

$$\text{Fbf-9: } \neg ca \vee ll \rightarrow mo$$

10 Bailo y me mojo, o no bailo ni me mojo, sólo si cantas

$$\text{Fbf-10: } (ba \wedge mo) \vee (\neg ba \wedge \neg mo) \rightarrow ca$$

11 Es necesario que cantes y no llueva para que no me moje

$$\text{Fbf-11: } \neg mo \rightarrow ca \wedge ll$$

12 No bailo si no cantas aunque me moje

$$\text{Fbf-12: } \neg ca \wedge mo \rightarrow \neg ba$$

13 Ni bailo ni me mojo a menos que no cantes

$$\text{Fbf-13: } \neg(\neg ba \wedge \neg mo) \rightarrow \neg ca$$