ESTADÍSTICA

Tema 3: Variables Aleatorias.

3.2.4. Distribuciones Marginales.
3.3.5. Independencia de variables.
3.3.6. Distribuciones Condicionales.

ESTADÍSTICA

Distribuciones Marginales (I).

***Definición**: Dada una v. a. bidimensional (X, Y), se llama distribución marginal de X (de Y) a la distribución unidimensional que tiene X (Y) cuando se prescinde de los valores que puede tomar Y (X).*

La función de distribución marginal de X será:

$$F_1(x)= P(X \leq x)=P(X \leq x, Y \leq +\infty)=F(x, +\infty)$$

La función de distribución marginal de Y será:

$$F_2(y)= P(Y \leq y)=P(X \leq +\infty, Y \leq y)=F(+\infty, y)$$

Distribuciones Marginales (II).

***Definición**: Si (X, Y) es discreta, se llama función de probabilidad marginal de X (de Y) a:*

$$f_1(x) = \sum_j f(x, y_j) = \sum_j P(X = x, Y = y_j) \qquad \forall x$$

$$f_2(y) = \sum_i f(x_i, y) = \sum_i P(X = x_i, Y = y) \qquad \forall y$$

***Definición:** Si (X, Y) es continua, se llama función de densidad marginal de X (de Y) a:*

$$f_1(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y)dy \qquad f_2(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y)dx$$

ESTADÍSTICA

Distribuciones Marginales (III).

Dada la función de probabilidad f(x, y)=P(X =x, Y = y) $\forall$(x, y)

Y			
2	0	2/4	1/4
1	1/4	0	0
	2	3	4 X

La función de probabilidad marginal de X será:

$$f_1(x) = \sum_j f(x, y_j) = \sum_j P(X = x, Y = y_j) \qquad \forall x$$

$f_1(2)$= P(X=2, Y=1)+P(X=2, Y=2)=1/4 + 0 = 1/4
$f_1(3)$= P(X=3, Y=1)+P(X=3, Y=2)= 0 + 2/4 = 2/4
$f_1(4)$= P(X=4, Y=1)+P(X=4, Y=2)=0 + 1/4 = 1/4

X	2	3	4
$f_1(x)$	1/4	2/4	1/4

ESTADÍSTICA

ESTADÍSTICA

Distribuciones Marginales (IV).

Dada la función de probabilidad $f(x, y)=P(X=x, Y = y) \quad \forall (x, y)$

Y				
2	0	2/4	1/4	
1	1/4	0	0	
	2	3	4	X

La función de probabilidad marginal de Y será:

$$f_2(y) = \sum_i f(x_i, y) = \sum_i P(X = x_i, Y = y) \quad \forall y$$

$f_2(1) = P(X=2, Y=1)+P(X=3, Y=1)+P(X=4, Y=1) =$
$=1/4 + 0 + 0= 1/4$

$f_2(2) = P(X=2, Y=2)+P(X=3, Y=2) + P(X=4, Y= 2)=$
$= 0 + 2/4 + 1/4 = 3/4$

Y	1	2
$f_2(y)$	1/4	3/4

ESTADÍSTICA

Independencia de Variables.

Definición: *Diremos que X e Y son independientes si*

$P(X \leq x, Y \leq y)= P(X \leq x) P(Y \leq y)$

$F(x, y) = F_1(x) F_2(y) \quad \forall x, \forall y$

Si la variable es discreta, son independientes si la función de probabilidad
$f(x, y) = f_1(x) f_2(y) \quad \forall x, \forall y$

Si la variable es continua, son independientes si la función de densidad
$f(x, y) = f_1(x) f_2(y) \quad \forall x, \forall y$

Distribuciones Condicionales (I).

Definición: *Sea (X, Y) una v. a., definimos la función de distribución de X (de Y) condicionada a Y (a X) como:*

$$F(x/y) = P(X \le x / Y \le y) = \frac{P(X \le x, Y \le y)}{P(Y \le y)} = \frac{F(x,y)}{F_2(y)}$$

$$F(y/x) = P(Y \le y / X \le x) = \frac{P(X \le x, Y \le y)}{P(X \le x)} = \frac{F(x,y)}{F_1(x)}$$

ESTADÍSTICA

Distribuciones Condicionales (II).

Definición: *Sea (X, Y) una v. a. discreta, definimos la función de probabilidad de X (de Y) condicionada a Y (a X) como:*

$$g_1(x/y) = P(X = x / Y = y) = \frac{P(X = x, Y = y)}{P(Y = y)} = \frac{f(x,y)}{f_2(y)}$$

$$g_2(y/x) = P(Y = y / X = x) = \frac{P(X = x, Y = y)}{P(X = x)} = \frac{f(x,y)}{f_1(x)}$$

ESTADÍSTICA

ESTADÍSTICA

Distribuciones Condicionales (III).

Definición: *Sea (X, Y) una v. a. continua, definimos la función de densidad de X (de Y) condicionada a Y (a X) como:*

$$g_1(x/y) = \frac{f(x,y)}{f_2(y)} \qquad \forall x$$

$$g_2(y/x) = \frac{f(x,y)}{f_1(x)} \qquad \forall y$$