

# MATEMÁTICAS I: 1ª parte: LÓGICA



**APRENDEREMOS** 

A RAZONAR

(de forma rigurosa)

CON

LÓGICA DE PRIMER ORDEN



## **RAZONAR:**



# **Resolver problemas**

según unas

<u>reglas</u>

determinadas.





SÓLO → Reglas lógicas (ver hoja reglas)

$$MP: A \rightarrow B, A => B$$

Etc...





### Razonamiento lógico

Premisas : Pi

Conclusión: Q

 $P_1 P_2 \dots P_n \Rightarrow Q$ 

=> deductor

Razonamiento Iógico VÁLIDO

De hipótesis / premisas / proposiciones

verdaderas

conclusiones verdaderas





## ¡¡Premisas verdaderas!!

¿Sólo serán válidas declaraciones científicamente comprobadas ?



¿Enunciados declarativos de cualquier tipo ?



SI





# Objetivo:

cómo se razona, no qué se razona

Sólo estudiaremos si la estructura lógica del razonamiento es válida en relación a los símbolos que la conforman

$$A \rightarrow B$$
,  $A \Rightarrow B$ 

No importa contenido de A, B







No se pueden contradecir

P1: Yo vengo P2: Tú vas



Si

¿Pueden ser todas ciertas ?

P1: Yo vengo P2: Tú vas F3: Tú no vas



No.

Se contradicen





# Razonamiento lógico NO válido

$$P_1 P_2 \dots P_n \Rightarrow Q$$

De premisas verdaderas



Conclusión falsa

P1: Tú vas

P2: Yo vengo

NO Vengo





## Otras estructuras válidas

$$P_1 P_2 \dots P_n \Rightarrow Q$$

De premisas falsas



Conclusión verdadera

P1: Yo vengo

P2: Tú vas y no vas

Yo vengo





## Otras estructuras válidas

$$P_1 P_2 \dots P_n \Rightarrow Q$$

De premisas falsas



Conclusión falsa

P1: Yo vengo

P2: Tú vas y no vas

No Vengo

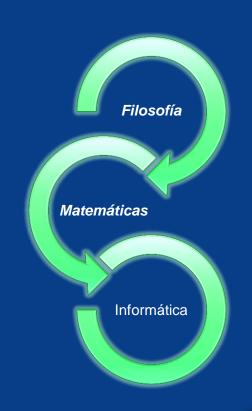




Disciplina que estudia las **reglas** que permiten demostrar la **validez** de los razonamientos lógicos

Se trata de razonar de forma rigurosa

Certidumbre total en decisiones







# Estudio de razonamientos válidos: Cálculo lógico

1º Se formaliza el problema mediante fórmulas lógicas y se obtiene su estructura lógica

Lenguaje

2º Se interpreta cada fórmula como V o F y el razonamiento como válido o falaz

Semántica Semántica

3º Se aplican reglas para obtener nuevas fórmulas

**Deducción Natural** 





# Lenguaje lógico

Del Lenguaje natural

Sólo → Enunciados declarativos

Proposición



<u> Atómica</u>

" A Jaime le gusta el pan"



" A Jaime le gusta el pan y el queso"

Toda proposición es cierta (V) o falsa (F), pero no ambas cosas





# Lenguaje lógico formal

De proposiciones

De predicados

" A Jaime le gusta el pan"

Fórmula lógica

proposicional:

p

Fórmula lógica predicativa:

gusta(jaime, pan)





## Lenguaje de proposiciones

1º Busca proposiciones atómicas y, posibles conexiones entre ellas



Ejercicios : localizar proposiciones y conexiones Hoja 1



Ejercicio 1:Subraya proposiciones atómicas y conexiones.

P1: "Resuelvo el mapa si me como todos los cocos o falla el sistema"

P2: "Cojo la llave sólo si là ved y no llevo la pistola"

P3: "Para que me mate un enemigo es necesario que no o vea"

P4: "Para que no me mueva es suficiente que vea un enemigo o un fantasma"

P5. "No ne muevo a menos que vea un enemigo o un fantasma"





# Formalización de proposiciones

Proposiciones atómicas

Variables proposicionales p, q, p1, q2, etc

Fórmulas Lógicas fbf

Proposiciones moleculares

Variables proposicionales + conectivas





Negación: ¬A

Patrones:

no A

es falso A

no es cierto A

 A
 ¬A

 V
 F

 F
 V

Otras notaciones:

not A,

 $\overline{\mathsf{A}}$ 



A: voy ¬A: no voy

G. I.Informática





Conjunción: A ^ B

Patrones: A y B

A pero B

A aunque B

Α	В	A ∧ B
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Otras notaciones:

A & B

A \* B



A: voy

B: vengo

A ∧ B : voy y vengo





# Disyunción: A V B

Patrones: A o B

Al menos A o B

Como mínimo A o B

Α	В	AvB
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Otras notaciones:

A || B



A: voy

B: vengo

A v B: voy o vengo





Implicación / condicional : A → B

A: antecedente; B: consecuente

Patrones:

Si A entonces B

A sólo si B

B si A

B es necesario para A

A es suficiente para B

No A a menos que B

A	В	$A \rightarrow B$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Otras notaciones:

 $A \supset B$ 

if A then B



A: voy

B: vengo

 $A \rightarrow B$ : Si voy, vengo





Ejercicio 2: Consigue la fbf con el lenguaje de proposiciones

### P1: "Resuelvo el mapa si me como todos los cocos o falla el sistema"

**MC** = { **re**: resuelvo el mapa ;

co: como todos los cocos;

fa: falla sistema }



2º Escribe la fbf del lenguaje de proposiciones .

### P2: "Cojo la llave sólo si la veo y no llevo la pistola"



2º Escribe la fbf del lenguaje de proposiciones .

## P3: "Para que me mate un enemigo es necesario que no lo vea"

$$MC = {$$



2º Escribe la fbf del lenguaje de proposiciones

# P4: "Para que no me mueva es suficiente que vea un enemigo o un fantasma"

$$MC = {$$



2º Escribe la fbf del lenguaje de proposiciones

## P5: "No me muevo a menos que vea un enemigo o un fantasma"

$$MC = {$$



Ej.3º Escribe la proposición de forma equivalente. Consigue fbf

## Si hay oxígeno, hay vida

ES	Sunciente	• • •
Es	necesario	

- - . . £! -! - . - Ł -

Sólo si ...

A menos que...



Ej 4º Escribe fbfs equivalentes siguiendo los esquemas lógicos

# Si hay oxígeno, hay vida

fbf:  $p \rightarrow q$ 

$$A \rightarrow B \Leftrightarrow \neg A \vee B$$
 (DI1)

$$A \rightarrow B \Leftrightarrow \neg (A \land \neg B)$$
 (DI2)

$$A \rightarrow B \Leftrightarrow \neg B \rightarrow \neg A$$
 (Cp)



Prioridad de las conectivas en una fbf:

٦

 $\land$   $\lor$ 

 $\rightarrow$   $\leftrightarrow$ 

Conectiva principal, la de mayor jerarquía.

$$A \lor B \rightarrow C \lor \neg D$$



1º ¬D

2º A v B ó C v ¬D

 $3^{\circ} A \vee B \rightarrow C \vee \neg D$ 









## Lenguaje de predicados

P: Plman es un comecocos

Propiedad de Plman: ser comecocos.

Estructura: C(X)

Nombre predicado : C

N<sup>a</sup> argumentos:1

Sujetos\_constantes: Plman.

 $MC = \{C(X): X \text{ es un comecocos}\}\$ 

Fbf-P: C(Plman)





#### Refuerzo del condicional:

suficiente / necesario

"Si hay una consonante por una cara, entonces hay un número par por la otra"







2

! Elige ! una carta y dime lo que hay detrás de ella

Es suficiente que haya una consonante por una cara, para que haya un número par por la otra

Α	В	$A \rightarrow B$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V





#### Refuerzo del condicional:

suficiente / necesario

Si hay una consonante por una cara, entonces hay un número par por la otra







2

! Elige ! una carta y dime lo que hay detrás de ella

Es necesario que haya un número par por una cara para que haya una consonante por la otra

Α	В	$A \rightarrow B$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V