MATEMÁTICAS 1

2018-19

LÓGICA

“Mundo” del razonamiento…

Exacto, preciso, sistemático.

?

>> *Sistema de reglas*

>> *Procedimiento deductivo*

Reto 1

RAZONA

"Siempre que llueve mi madre se queda en casa"

- *Veo por la ventana que está lloviendo*
- *Veo por la ventana que no está lloviendo*
- *Mi madre está en casa*
- *Mi madre no está en casa*

?

Reto 2

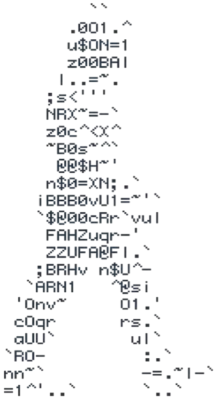
RAZONA

O voy o vengo

Si voy, llego

Si vengo, estoy

Luego, llego o estoy



Reto 3

PROBLEMA 1

P1: "Resuelvo el mapa sólo si me como todos los cocos o falla el sistema"

P2: "De las tres condiciones: resuelvo el mapa, me como todos los cocos y falla el sistema, al menos una es cierta"

P3: "No me como todos los cocos"

Razona si es cierto que falla el sistema

?

Razonar

Facultad humana para **resolver problemas** según unas **reglas** determinadas

Usaremos **Reglas** de la **Lógica de Primer Orden** (lógica)

Razonaremos de <u>forma correcta </u>cuando...

A partir de unos supuestos / hipótesis /

PREMISAS que asumimos

CIERTAS / VERDADERAS

O voy o vengo

Si voy, llego

Si vengo, estoy

obtengamos (aplicando reglas lógicas)

una

CONCLUSIÓN VERDADERA

?

Luego, llego o estoy

Razonaremos de forma NO correcta cuando...

A partir de unos supuestos / hipótesis / **PREMISAS** que asumimos **CIERTAS / VERDADERAS**

O voy o vengo

Si voy, llego

Si v[illegible]*toy*

ERROR ...

Se propone una **CONCLUSIÓN FALSA**

Luego, ni llego ni estoy

Razonamiento deductivo lógico

R: P1, P2, …Pn ⇒ Q

Pi = premisas

Q: conclusión

⇒ deductor

Cálculo lógico

>> Certidumbre TOTAL en decisiones

>> CERO ambigüedad

1º **Formalizar** el problema mediante fórmulas lógicas y obtener su estructura lógica

Necesitamos: Lenguaje formal

2º **Interpretar** si la estructura es correcta o falaz

Necesitamos: Métodos Semánticos

3º **Aplicar** reglas para obtener nuevas fórmulas

Necesitamos un método deductivo: Deducción Natural

A tener en cuenta…

1º Las **premisas** sólo pueden ser **enunciados declarativos** que en lógica llamaremos **proposición.**

P1: " A Jaime le gusta el pan" **atómica**

P2: " A Jaime le gusta el pan y el queso" **molecular**

"lógicamente" la **conclusión** tb será una proposición

No valen: ¿Piensas?

! Piensa un poco !

PROBLEMA 1:

Señala Proposiciones ????

P1: “Resuelvo el mapa sólo si me como todos los cocos o falla el sistema”

P2: “De las tres condiciones: resuelvo el mapa, me como todos los cocos y falla el sistema, al menos una es cierta”

P3: “No me como todos los cocos”

Razona si es cierto que falla el sistema

Se reescribe

P2: “ Resuelvo el mapa o me como todos los cocos o falla el sistema”

PROBLEMA 1:

Señala Proposiciones ????

P1: "Resuelvo el mapa sólo si me como todos los cocos o falla el sistema"

P2: " Resuelvo el mapa o me como todos los cocos o falla el sistema"

P3: "No me como todos los cocos"

Razona si es cierto que falla el sistema

Hoja1 :

Ejercicio 1:Decide las proposiciones y conexiones

P1: "Resuelvo el mapa si me como todos los cocos o falla el sistema"

P2: "Cojo la llave sólo si la veo y no llevo la pistola"

P3: "Para que me mate un enemigo es necesario que no lo vea"

P4: "Para que no me mueva es suficiente que vea un enemigo o un fantasma"

P5: "No me muevo a menos que vea un enemigo o un fantasma"

A tener en cuenta...

2º Sólo importa **CÓMO** se razona, **no** el **qué** se razona

Importan los símbolos que conforman la Estructura lógica del problema

A → B, A => B

Contenido de A, B...el que quieras

A: vamos de fiesta.

B: lo pasamos "pipa"

A tener en cuenta...

3º Toda proposición **formalizada** puede ser **cierta o falsa**

>> 2 VALORES DE VERDAD

!Cuidadito!

“El Real Madrid ganó el mundial 2017”

FALSO!!!

Formalización lógica, p.ej.: p

p puede ser cierta o falsa.

El cálculo lógico “pasa” de lo que significa p, sólo le interesa cómo aparece p en el razonamiento

! Toca formalizar…

*" La elección de una notación constituye una etapa importante en la **solución de un problema**.*

Debe elegirse con cuidado.

*/…/ Una **notación apropiada** podrá contribuir de modo primordial a la comprensión del problema"*

Cómo plantear y resolver problemas,
G. Polya

… con lenguaje lógico

¿Cuál es mejor?

Proposición como un "todo"

Símbolo: **p**

"Todos los alum son comecocos"

Depende …

"detallamos más "

qué se afirma > que son comecocos

quién ? > los alum

$\forall x\ [\ \mathrm{alum}(x) \rightarrow \mathrm{comecocos}(x)\ ],$

$x \in D = \{\ \text{alumnos de clase}\}$

Niveles de abstracción

Lenguaje de proposiciones

- **Busca** proposiciones atómicas
- **Conexiones** entre ellas

Lenguaje de predicados

- **Qué** se afirma: **predicado**
- **De quién** se afirma: **sujeto**

Lenguaje de proposiciones

Dada proposición **A** se obtiene **fórmula** proposicional: **fbf-A**

Representación

Proposiciones **atómicas** → Variable proposicional: **p, q**…

conexiones

Negación: $\neg$

Conjunción: $\wedge$

Disyunción: v

Condicional: $\rightarrow$

Bicondicional $\leftrightarrow$

Conexiones >> conectivas lógicas

no A
es falso A
no es cierto A

Negación : $\neg A$

A	$\neg$A
V	F
F	V

A y B
A pero B
A aunque B

Conjunción : $A \wedge B$

A	B	$A \wedge B$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

A o B
Al menos A o B
Como mínimo A o B

Disyunción : $A \vee B$

A	B	$A \vee B$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Conectiva “estrella” >> implicador

Condicional : $A \rightarrow B$

A: antecedente;

B: consecuente

- Si A entonces B
- A sólo si B
- B si A
- B es necesario para A
- A es suficiente para B
- No A a menos que B

A	B	$A \rightarrow B$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Reto 1

RAZONA

"Siempre que llueve mi madre se queda en casa"

- *Veo por la ventana que está lloviendo*
- *Veo por la ventana que no está lloviendo*
- *Mi madre está en casa*
- *Mi madre no está en casa*

A	B	$A \rightarrow B$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Hoja1 :

Ejercicio.3 Escribe, en lenguaje natural, 3 frases equivalentes

P6: Si hay un enemigo, no me muevo

Es suficiente …

Es necesario …

Sólo si …

A menos que…

RAZONA <<>> CONDICIONAL

suficiente / necesario

"Es suficiente que haya una consonante por una cara, para que haya un número par por la otra"

! Elige ! una carta ¿qué hay detrás?

P **E** **7** **2**

A	B	$A \rightarrow B$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

RAZONA <<>> CONDICIONAL

suficiente / necesario

"Es necesario que haya una consonante por una cara, para que haya un número par por la otra"

! Elige ! una carta ¿qué hay detrás?

P **E** **7** **2**

A	B	A → B
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Socrative: Quiz-Prueba2Refuerzocondic

Condicional en 2 direcciones >> bicondicional

SI y sólo SI:

$$A \leftrightarrow B = (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$$

A	B	$A \leftrightarrow B$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Implicador <<>> Razonamiento

$A \rightarrow B$

R: P1, P2, Pn $\Rightarrow$ Q

A	B	A → B
V	V	V
V	**F**	**F**
F	V	V
F	F	V

P1, P2, ... Pn = P1 $\wedge$ P2 $\wedge$ ...Pn = A

R **no correcto** cuando **premisas ciertas** y **conclusión falsa**

“recopilamos “…

“**traducir**” frases del lenguaje natural al lenguaje lógico proposicional

1 Determinar qué significa la frase.

2 Buscar la fbf que tenga el mismo significado.

3 Elegir variables proposicionales y escribirlas en MC.

MC: conjunto llamado marco conceptual cuyos elementos son las variables proposicionales y la frase atómica del que representan.

Sin esto… tendrás problemas

Hay que tener en cuenta la PRIORIDAD de cada símbolo de la fbf para averiguar si R es válido

Prioridad de las conectivas en una fbf:

$\neg$

$\wedge \quad \vee$

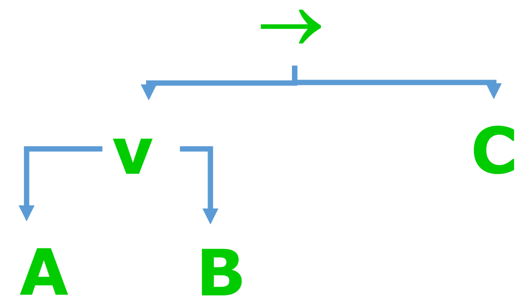
$\rightarrow \quad \leftrightarrow$

Conectiva principal, la de mayor jerarquía

Árbol sintáctico

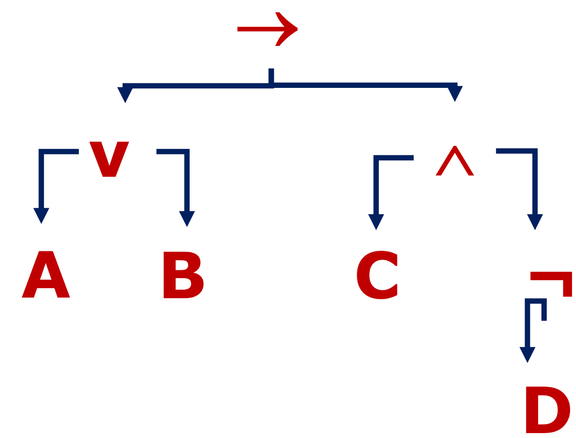
Escribe fbf:

Conectiva principal



Escribe fbf:

Conectiva principal



Hoja1 :

Ejercicio 2: Formaliza con el lenguaje de proposiciones

P1: "Resuelvo el mapa si me como todos los cocos o falla el sistema"

MC = { **re**: resuelvo mapa;

co : como cocos;

fa: falla sistema }

Fbf-P1: co v fa → re

Hoja1 :

Ejercicio 2:

CONT

P2: "Cojo la llave sólo si la veo y no llevo la pistola"

MC = { **ll**: cojo la llave;

ve : veo la llave;

pi: llevo pistola }

Fbf-P2: $\mathbf{ll \rightarrow ve \land \neg pi}$

Hoja1 :

Ejercicio 2:

CONT

P3: “Para que me mate un enemigo es necesario que no lo vea”

MC = { **ma**: me mata enemigo;

en : veo enemigo }

Fbf-P3: ma $\rightarrow \neg$en

Hoja1 :

Ejercicio 2:

CONT

P4: “Para que no me mueva es suficiente que vea un enemigo o un fantasma”

MC = { **mv**: me muevo;

en : veo enemigo;

fa : veo fantasma }

Fbf-P4: $fa \vee en \rightarrow \neg mv$

Hoja1 :

Ejercicio 2:

CONT

P5: "No me muevo a menos que vea un enemigo o un fantasma"

MC = { **mv** : me muevo;

en : veo enemigo;

fa : veo fantasma }

Fbf-P2: mv $\rightarrow$ fa v en

! Cuidadito!

Encuentra la **diferencia**

"No es necesario que sea cierto B y C, para que sea cierto A"

Fbf: $\neg(A \rightarrow \neg B \wedge C)$

Conectiva principal: $\neg$

"Es necesario que no sea cierto B y C, para que sea cierto A"

Fbf: $A \rightarrow \neg(B \wedge C)$

Conectiva principal: $\rightarrow$

EJERCICIOS extras de formalización
L. proposiciones

1. Popeye es inocente pero El Pirata es culpable, sin embargo Makinavaja no es inocente
2. No es verdad que los 3 sean culpables a la vez
3. A pesar de que Popeye es inocente, Makinavaja o El Pirata no lo son

MC = { **po**: Popeye es culpable;

pi : El Pirata es culpable;

ma: Makinavaja es culpable }

Fbf-1: $\neg po \wedge pi \wedge ma$

Fbf-2: $\neg(ma \wedge pi \wedge po)$

Fbf-3: $\neg po \wedge (ma \vee pi)$

EJERCICIOS extras de formalización L. proposiciones

4. El Pirata no es culpable si sucede que Makinavaja es inocente o Popeye es culpable

5. Popeye y El Pirata son inocentes sí y sólo sí Makinavaja es culpable

MC = { **po**: Popeye es culpable;

pi : El Pirata es culpable;

ma: Makinavaja es culpable }

Fbf-4 $\neg ma \vee po \rightarrow \neg pi$

Fbf:5 $\neg po \wedge \neg pi \leftrightarrow ma$

EJERCICIOS extras de formalización
L. proposiciones

6. Sólo si El Pirata y Makinavaja son culpables, Popeye es inocente

7. Makinavaja no es culpable a menos que El Pirata o Popeye sean inocentes

MC = { **po**: Popeye es culpable;

pi : El Pirata es culpable;

ma: Makinavaja es culpable }

Fbf-6: $\neg po \rightarrow pi \wedge ma$

Fbf-7: $ma \rightarrow \neg pi \wedge \neg po$

EJERCICIOS extras de formalización L. proposiciones

8. A menos que Makinavaja sea culpable, no será verdad que si El Pirata es inocente, entonces Popeye sea culpable

MC = { **po**: Popeye es culpable;

pi : El Pirata es culpable;

ma: Makinavaja es culpable }

Fbf-8: $\neg(\neg pi \rightarrow po) \rightarrow ma$

EJERCICIOS extras de formalización
L. proposiciones

9. Si es verdad que la culpabilidad de El Pirata es suficiente para que Popeye sea inocente, entonces Makinavaja será inocente

MC = { **po**: Popeye es culpable;

pi : El Pirata es culpable;

ma: Makinavaja es culpable }

Fbf-9: $(pi \rightarrow \neg po) \rightarrow \neg ma$