

Ejercicios de Álgebra

Hoja 3

Operaciones con matrices

Ejercicio 1. Una máquina expendedora proporciona tres productos A, B y C que se fabrican en dos empresas E1 y E2. El coste total de cada producto resulta del costo de elaboración y el de transporte que cobra cada empresa y que vienen expresados (en euros) en las siguientes matrices:

E1	Costes		E2	Costes	
	Elaboración	Transporte		Elaboración	Transporte
	10	5		23	15
	15	10		34	20
	23	20		56	30

- ¿Cómo se calcularán los costos totales de elaboración y transporte de cada producto?

Ejercicio 2. Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

Para sumar las matrices A y B es necesario que

- a Sean del mismo tamaño.
- b Sean cuadradas.
- c Sean ambas vectores fila o columna
- d No se puede sumar una matriz con su traspuesta.

La suma de una matriz con su opuesta es la matriz nula.

Dadas las matrices A (mxn), B (npx), C (mxn), sólo se pueden sumar las matrices:

Ejercicio 3. Los precios de tres productos A, B y C, vienen dados en el vector $\mathbf{v} = [15 \ 23 \ 5.5]$.

Una de las tiendas que los vende anuncia una **rebaja del 10%** en cada producto. Se debe determinar

- a) el vector que proporcione el cambio en el precio de cada producto
- b) el vector con los nuevos precios.

Ejercicio 4. Si $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \end{pmatrix}$, indica cuál es el resultado de $2A - 4B$:

- a) $\begin{pmatrix} -8 & 4 \end{pmatrix}$
- b) $\begin{pmatrix} 5 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
- c) $\begin{pmatrix} 16 & -4 & 0 \end{pmatrix}$
- d) Esta operación no se puede realizar

Ejercicio 5. Comprueba que $A^T + B^T = (A + B)^T$

$$A_{(2 \times 3)} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B_{(2 \times 3)} = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Ejercicio 6. Demuestra que si A es cuadrada entonces $A + A^T$ es simétrica

Ejercicio 7. Se debe modelar la manera en que se extiende una enfermedad contagiosa. Conocemos que sujetos del grupo 1 que han contraído una enfermedad contagiosa entran en contacto con 6 personas del grupo 2. Estos contactos directos se representan por la matriz A (4×6). $a_{ij} = 1$ significa que la i -ésima persona del grupo 1 entra en contacto con la j -ésima persona del grupo 2.

Un 3º grupo, grupo 3, de 5 personas tiene contactos directos con personas del grupo 2. Dicha información se representa por la matriz B (6×5). Por ejemplo $b_{64} = 0$: la 6ª persona del grupo 2 no tiene contacto con la 4ª persona del grupo 3.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

¿Cómo se calcularían los contactos indirectos entre personas del grupo 1 y del grupo 3?

Indica las personas del grupo 3 que no tienen contactos indirectos con la enfermedad y por el contrario las que lo tienen

Ejercicio 8. Determinar, si es posible, el orden de la matriz C si

- a) $C = AB$, $A(m \times n)$, $B(n \times 1)$
- b) $C = AB$, $A(1 \times m)$, $B(m \times n)$
- c) $C = BA$, $B(m \times n)$, $A(1 \times n)$.
- d) Probar si se cumple $AB = O \Rightarrow A = O$ o $B = O$ donde

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 9. Escribe el producto Ac como combinación lineal de las columnas de A donde:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 4 \\ -1 & 4 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ -6 \end{bmatrix}$$

Ejercicio 10. Se quiere determinar la calificación promedio que un estudiante tiene en un curso. Las ponderaciones de cada prueba son: actividades: 10%, control: 20%, examen: 35%, prácticas: 35%. Las notas son, respectivamente: 4, 5, 7, 3.

Ejercicio 11. Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- a) Calcula A^2 y A^3
- b) Halla ley general para calcular A^n
- c) Calcula A^{10}