C.1. Una carga puntual q se encuentra situada a una distancia $2R$ de una esfera maciza y conductora de radio R y carga Q. Calcula el flujo neto de campo eléctrico que atraviesa la superficie de la esfera. Justifica tu respuesta. [1 punto]

SOLUCIÓN:

$$\Phi_{neto} = \frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0} = 0$$

La superficie de la esfera es una superficie cerrada y el flujo neto a través de la misma sólo depende de la carga encerrada en su interior. q está fuera de la esfera por estar a una distancia 2R de su centro. Y Q está distribuida sobre la superficie de la esfera por ser esta conductora. Por tanto Q_i=0

C2. En una cierta región del espacio un campo eléctrico vale $\vec{E} = 100\ \vec{j}$ V/m. Una partícula de carga 2 μC se mueve dentro del campo desde el punto de coordenadas (1 , 4) m hasta el punto (3 , 2) m. Calcula: (a) La diferencia de potencial entre ambos puntos [0.75 Puntos]. (b) El cambio en la energía potencial de la partícula [0.25 Puntos]

SOLUCIÓN:

a) La diferencia de potencial es: $V_b - V_a = -\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{r}$

El campo eléctrico sólo tiene componente en el eje Y; y el vector desplazamiento en el plano XY:

$$\overline{E_r} = E_y \cdot \vec{j} \quad \text{y} \quad \overline{dr} = dx \cdot \vec{i} + dy \cdot \vec{j}$$

Por tanto:

$$V_b - V_a = -\int_a^b \left(E_y \cdot \vec{j}\right) \cdot \left(dx \cdot \vec{i} + dy \cdot \vec{j}\right) = -\int_a^b E_y \cdot dy = E_y \cdot [y]_b^a = 100 \cdot [y]_2^4 = 200 \quad V$$

b) El cambio en la energía potencial es:

$$\Delta U = U_f - U_i = q \cdot \Delta V = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 200 = 4 \cdot 10^{-4} \quad J$$

C3. La cantidad de carga que pasa por una sección de cable de cobre de 2 cm de diámetro vale q(t) = 4t -3 C, con t en s. Calcula: (a) La corriente que circula por el cable indicando si se trata o no de CC [0.5 puntos]. (b) El campo eléctrico en el interior del cable [0.5 puntos]. Dato: resistividad del cobre = 1,7 x 10^{-8} Ωm

SOLUCIÓN:

a) Por la definición de corriente: $I = \frac{dq}{dt} = \frac{d(4t-3)}{dt} = 4$ [A]

Puesto que la corriente no depende de t, se trata de corriente continua.

b) El campo en el interior del conductor está relacionado con la densidad de corriente mediante la Ley de Ohm $J = \sigma E$, donde σ es la conductividad, que podemos calcular como la inversa de la resistividad. Entonces:

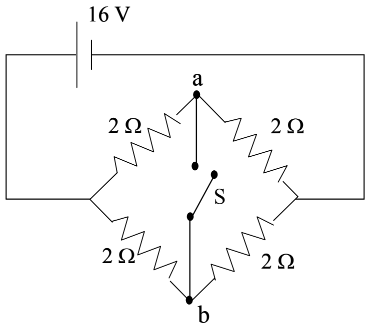
$$E = \rho J = \rho \frac{I}{S} = 1.7 \cdot 10^{-8} \frac{4}{\pi \cdot 10^{-4}} = 2.16 \cdot 10^{-4} \text{ [V/m]}$$

C.4 En el circuito de la figura determina la potencia suministrada por el generador en los siguientes casos:

(a) Si el interruptor **S** está abierto [0,5 puntos].

(b) Si entre **a** y **b** conectamos R=1 Ω [0,25 puntos].

(c) Si entre **a** y **b** conectamos C=10μF [0,25 puntos].



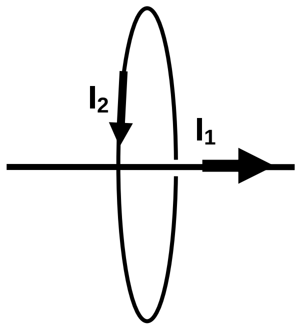
SOLUCIÓN:

(a) Calculamos la resistencia equivalente: $R_e = 2\ \Omega$

$$P = IV = \frac{V^2}{R_e} = \frac{16^2}{2} = 128\ \mathrm{W}$$

(b) y (c) En ambos casos la potencia disipada sigue siendo la misma, ya que los puntos **a** y **b** están a la misma diferencia de potencial y no pasa corriente ni por la resistencia (caso b), ni por el condensador (caso c).

C.5 Tienes un hilo rectilíneo infinito por el que circula una intensidad de corriente I_1. El hilo está situado a lo largo del eje de una espira circular de radio R por la que circula una intensidad de corriente I_2. Los sentidos de I_1 e I_2 se indican en la figura ¿Qué fuerza ejerce la corriente I_1 sobre la espira? ¿Y la corriente I_2 sobre el hilo? Justifica la respuesta. [1 punto]



SOLUCIÓN:

La fuerza es nula en ambos casos. Justificación:

El campo magnético $\vec{B}_1$ creado por I_1 es paralelo a cada elemento $d\vec{\ell}_2$ de la espira.

$$\Rightarrow \quad d\vec{F}_E = I_2\, d\vec{\ell}_2 \wedge \vec{B}_1 = 0$$

El campo magnético $\vec{B}_2$ creado por I_2 es paralelo a cada elemento $d\vec{\ell}_1$ del hilo.

$$\Rightarrow \quad d\vec{F}_H = I_1\, d\vec{\ell}_1 \wedge \vec{B}_2 = 0$$

C.6 Una bobina con resistencia de 5 Ω, 20 espiras/cm y un volumen de 2000 cm^3, está conectada a un generador de corriente continua de 10 V. Considerando el campo magnético uniforme en todo el interior de la bobina ¿Qué energía habrá almacenada en la misma? [1 punto]. Dato: $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ S.I.

SOLUCIÓN:

La corriente que circula por la bobina es: $I = V/R = 2\ \mathrm{A}$

Y el campo dentro de la bobina: $B = \mu_0 n I = 4\pi 10^{-7} \times 2\cdot 10^3 \times 2 = 1.6\pi 10^{-3} T$

La energía almacenada podemos calcularla a partir de la densidad de energía: $u_B = \dfrac{1}{2}\dfrac{B^2}{\mu_0}$,

como: $U_B = \int_V u_B \cdot d\,\mathrm{V}$. En este caso como B lo consideramos uniforme $\Rightarrow\ U_B = u_B \cdot \mathrm{V}$

$$U_B = \frac{1}{2}\frac{\left(1.6\pi 10^{-3}\right)^2}{4\pi 10^{-7}} \cdot 2\cdot 10^{-3} \approx 20 mJ$$

C7. Una onda electromagnética plana que se propaga en sentido positivo del eje X tiene una longitud de onda de 20 m y una frecuencia de 5.10^6 Hz. El vector campo eléctrico asociado a la onda vibra en la dirección del eje Z y su valor máximo es de 5 N/C. Calcula: (a) La velocidad a la que se propaga la onda [0.25 puntos] (b) Las expresiones completas de los vectores campo eléctrico y magnético asociados a dicha onda [0.75 puntos]

SOLUCIÓN:

(a) Velocidad de la onda: $v = \lambda \cdot f = 20 \cdot 5 \cdot 10^6 = 10^8 \ m/s$

(b) Las expresiones generales de E y B, son:

$$E = E_0 \cdot sen(wt - kx) \ N/C$$
$$B = B_0 \cdot sen(wt - kx) \ T$$

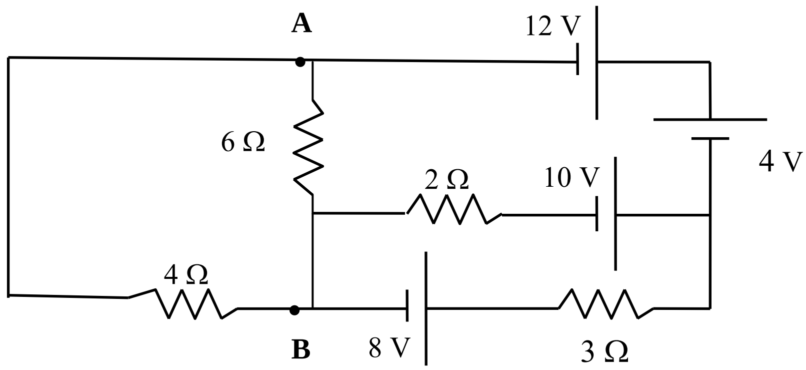
Donde: $w = 2 \cdot \pi \cdot f = \pi \cdot 10^7 \ rad/s$; $k = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} = \pi \cdot 10^{-1} \ m^{-1}$; $B_0 = \frac{E_0}{v} = \frac{5}{10^8} = 5 \cdot 10^{-8} \ T$

La onda se desplaza en el eje X y E vibra en el eje Z, por tanto B debe vibrar en el eje Y. Como el sentido de propagación (en este caso $+\vec{i}$) viene determinado por el producto vectorial $\vec{E} \times \vec{B}$, cuando E tenga sentido positivo B lo tendrá negativo y viceversa, ya que: $+\vec{i} = (+\vec{k}) \times (-\vec{j})$ y también $+\vec{i} = (-\vec{k}) \times (+\vec{j})$. Sustituyendo valores:

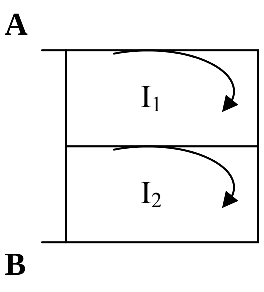
$$\vec{E} = 5 \cdot sen(\pi \cdot 10^7 \ t - \pi \cdot 10^{-1} x)\vec{k} \ \ N/C$$
$$\vec{B} = 5 \cdot 10^{-8} \cdot sen(\pi \cdot 10^7 \ t - \pi \cdot 10^{-1} x)(-\vec{j}) \ T$$

Como se ha comentado también es válida la solución: $\vec{E} = E(-\vec{k})$ conjuntamente con $\vec{B} = B(+\vec{j})$

P.1 Determinar la potencia que se disipa en la resistencia de 4Ω, calculando previamente el equivalente de Thevenin entre los puntos A y B del circuito formado por las dos mallas de la derecha [1,5 puntos].



SOLUCIÓN:



a)

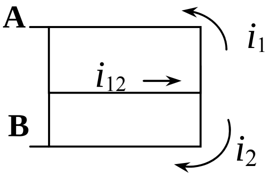
$$\begin{array}{rcl} 8 I_1 - 2 I_2 = -2 & \Big| & 8 I_1 - 2 I_2 = -2 \\ -2 I_1 + 5 I_2 = 2 & \Big| & -8 I_1 + 20 I_2 = 8 \end{array}$$

$$18 I_2 = 6 \ \rightarrow \ I_2 = 1/3 \text{ A}$$

$$8 I_1 - 2(1/3) = -2 \ \rightarrow \ I_1 = -1/6 \text{ A}$$

$i_{12} = I_1 - I_2 = -1/6 - 1/3 = -1/2$ A en el sentido de I_2

Sentido real de las corrientes



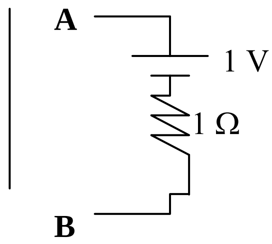
$$V_A - V_B = I_1 \cdot 6 - I_2 \cdot 0 = (1/6) \cdot 6 = 1 \text{ V}$$

R_{Th}) Las tres resistencias están en paralelo entre A y B, luego:

$$\frac{1}{R_{Th}} = \frac{1}{6} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{6}{6} = 1$$

$\Rightarrow$ R_{Th}= 1 Ω

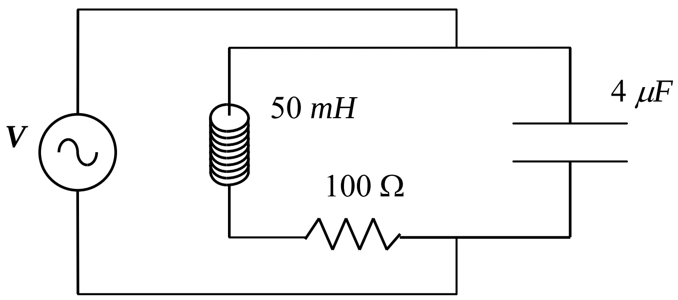
El circuito equivalente queda $\rightarrow$



La corriente que circula por la resistencia de 4 Ω es: $I = \frac{1}{4+1} = \frac{1}{5}$ **A**

Y por tanto la potencia disipada: $P_{d(R4)} = I^2 \cdot r = \left(\frac{1}{5}\right)^2 \cdot 4 = 0.16$ **W**

P2. En el circuito de la figura, calcula: a) La corrientes que circulan por la bobina y el condensador [1 punto]. b) La potencia disipada en el circuito [0.5 puntos].
Dato: $V = 200\sqrt{2}\,\text{sen}\left(2000\, t - 30^0\right)$



SOLUCIÓN:

a) $\bar{V} = 200\angle{-30^o}$; $Lw = 50 \cdot 10^{-3} \cdot 2000 = 100\ \Omega$; $\frac{1}{Cw} = \frac{1}{4 \cdot 10^{-6} \cdot 2000} = 125\ \Omega$

$\bar{Z}_1 = jLw = j100 = 100\angle{90^o}$; $\bar{Z}_2 = R = 100$; $Z_3 = \frac{-j}{Cw} = 125\angle{-90^o}$;

Z_1 y Z_2 están en serie: $\Rightarrow$ $\bar{Z}_{12} = 100 + j100 = 100\sqrt{2}\angle{45^o}$

Las corrientes que circulan por cada rama son:

$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{V}}{\bar{Z}_{12}} = \frac{200\angle{-30^o}}{100\sqrt{2}\angle{45^o}} = \sqrt{2}\angle{-75^o}; \quad \rightarrow \quad I_1 = 2\, sen(2000t - 75^o)\text{ A}$$

$$\bar{I}_2 = \frac{\bar{V}}{\bar{Z}_3} = \frac{200\angle{-30^o}}{125\angle{-90^o}} = 1{,}6\angle{60^o}; \quad \rightarrow \quad I_2 = 1{,}6\sqrt{2}\, sen(2000t + 60^o)\text{ A}$$

b) El único elemento que disipa potencia es la resistencia.

Como está recorrida por la corriente I_1: $\Rightarrow$ $P_{dR} = I_{1ef}^2 \cdot R = \left(\sqrt{2}\right)^2 \cdot 100 = 200$ W