

Ejercicios de Álgebra

Hoja 6

Autovalores / autovectores

- Ejercicio 1.** Calcula los autovalores de la matriz $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 3 & -6 & 0 \end{bmatrix}$
- Ejercicio 2.** Calcula los autovalores de la matriz $B = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 0 \end{bmatrix}$
- Ejercicio 3.** Aplica el teorema de Cayley-Hamilton a la matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ para calcular su inversa.
- Ejercicio 4.** Calcula los autovalores /autovectores de la matriz $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 3 \\ 3 & -4 & 0 \end{bmatrix}$
- Ejercicio 5.** Los autovalores de $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & -4 & 5 \end{bmatrix}$ son: $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = 2$, $\lambda_3 = 3$ encontrar el **subespacio** propio asociado a cada autovalor y un autovector para cada uno de ellos.
- Ejercicio 6.** Calcula los autovalores de $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ (3×3) e indica su multiplicidad algebraica.
Para calcular los autovectores encuentra el subespacio propio generado por cada autovalor e indica su multiplicidad geométrica.
- Ejercicio 7.** Verificar que la matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ posee tres autovalores distintos: $\lambda_1 = 1$; $\lambda_2 = 0$ y $\lambda_3 = 5$, asociados, respectivamente, a los autovectores $\mathbf{v}_1 = (0, 0, 1)$; $\mathbf{v}_2 = (-2, 1, 0)$; $\mathbf{v}_3 = (1, 2, 0)$.
Probar que los autovectores son **linealmente independientes**.