Departamento de Ciencia de la Computación e Inteligencia Artificial

Apellidos:	
Nombre:	
DNI:	

Grupo de teoría:

☐	**Grupo 01**	**- Lunes de 09:00 a 11: 00**	**(Prof. Martínez Pérez, Francisco Miguel)**
☐	**Grupo 02**	**- ARA - Miércoles de 9:00 a 11:00**	**(Prof. Escolano Ruiz, Francisco Javier)**
☐	**Grupo 03**	**- Valenciano - Viernes de 9:00 a 11:00**	**(Prof. Vicent Francés, José Francisco)**
☐	**Grupo 04**	**- Martes de 15:00 a 17:00**	**(Prof. Salinas Serrano, José María)**
☐	**Grupo 05**	**- Martes de 09:00 a 11:00**	**(Prof. Vicent Francés, José Francisco)**
☐	**Grupo 40**	**- Lunes de 11:00 a 13:00**	**(Prof. Martínez Pérez, Francisco Miguel)**

Convocatoria de JULIO. Matemáticas II. 6 Julio 2017

Instrucciones generales:

- ✓ Debes rellenar los datos personales (apellidos y nombre y DNI) seleccionando tu grupo de teoría.
- ✓ Debes usar únicamente las hojas grapadas que se te facilitan, no pudiendo haber sobre la mesa ningún otro papel durante el examen. Dispones de un par de páginas en blanco al final por si las necesitas.
- ✓ Procura poner los resultados y datos importantes para la corrección y evaluación en la página donde aparece el enunciado (página par) y las operaciones relacionadas en la siguiente página (página impar).
- ✓ Todas las preguntas deben estar bien explicadas, indicando operaciones, haciendo referencias, aclaraciones, etc.

	Nota	
Ejercicio 1	**2.5**	
Ejercicio 2	**1**	
Ejercicio 3	**2.5**	
Ejercicio 4	**2**	
Ejercicio 5	**2**	
Total		

1. *(2.5 puntos)* Se pretende aproximar los valores que toma la función $f(\mathrm{x}) = \operatorname{sen} \mathrm{x}$ mediante un polinomio de interpolación de Hermite, partiendo de dos valores x_0, x_1. Los valores vienen expresados en radianes; no olvides configurar tu calculadora en modo radián.

a) *(0.1 puntos)* Indica, de forma razonada, el grado máximo del polinomio buscado.

El grado máximo de un polinomio de interpolación de Hermite es 2n-1 siendo n el número de puntos a interpolar, En este caso con 2 puntos, el grado es 3.

b) *(0.8 puntos)* Si los valores de partida son $x_0 = 0{,}40$, $x_1 = 0{,}42$, completa la tabla de diferencias divididas de Hermite y anota los resultados en el espacio reservado a continuación. Redondea a cinco cifras decimales todos los cálculos. Si este apartado se te resiste, pasa a los siguientes, ya que los valores que necesitas para continuar están en la tabla.

0,40	0,38942			
		0,92106		
0,40	0,38942		-0,20300	
		0,91700		0,37500
0,42	0,40776		-0,19550	
		0,91309		
0,42	0,40776			

c) *(0.8 puntos)* A partir de la tabla del apartado anterior, construye el polinomio interpolador de Hermite. No es necesario desarrollar las potencias de $(x - x_0)$, $(x - x_1)$ y simplificar.

$$P(x) = 0{,}38942 + 0{,}92106(x - x_0) - 0{,}203(x - x_0)^2 - 0{,}375(x - x_0)^2(x - x_1)$$

d) *(0.8 puntos)* Haciendo uso del polinomio obtenido en el apartado anterior, obtén un valor aproximado de seno de 0,41 y compáralo con el que se obtiene con la calculadora. Redondea a cinco cifras decimales todos los cálculos.

Si $x = 0{,}41$, se tiene que $x - x_0 = 0{,}01$, $x - x_1 = -0{,}01$ y $(x - x_0)^2 = 0{,}0001$.
Operando se tiene que $P(x) = 0{,}39861$.
Por otro lado, haciendo uso de la calculadora y redondeando a cinco cifras decimales, se obtiene el mismo resultado: $\operatorname{sen} 0{,}41 = 0{,}39861$.

2. *(1 punto)* Calcula la siguiente integral:

$\iint_D \; dxdy$ siendo $D = \left\{(x, y) \in R^2, 0 \leq x \leq \frac{1}{2}, 0 \leq y \leq 1 - x\right\}$

$$\iint_D dxdy = \int_0^{1/2} \left[\int_0^{1-x} dy\right] dx = \int_0^{1/2} (1-x)dx = \left[x - \frac{x^2}{2}\right]_0^{1/2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$$

3. *(2.5 puntos)* Dadas las funciones $g(x) = x - 1/2$ y $h(x) = \cos x$ vamos estimar el punto de corte de ambas funciones.

a) (0.5 punto) Calcula la función $f(x)$ que hay que igualar a cero.

$g(x) = x - \frac{1}{2}$ $h(x) = \cos(x)$ luego tenemos $f(x) = x - \frac{1}{2} - \cos(x)$

b) *(0.5 puntos)* Comprueba que $f(x)$ en el intervalo [0,5, 1,25] cumple las condiciones del teorema de Bolzano.

$f(0{,}5) = -0{,}87758$ y $f(1{,}25) = 0{,}43468$ son de signos distintos. Se cumple.

c) *(1.5 punto)* Utilizando el método de la Bisección, obtener una raíz de $f(x)$ iterando hasta lograr dos dígitos exactos. Opera redondeando a 4 decimales.

El resultado es una magnitud de orden unidades. Si exigimos dos dígitos exactos:

$$m = 0 \qquad n = 2$$

Según el teorema de la acotación: $\Delta \leq \frac{1}{2} 10^{m-n+1} = 0{,}5\ 10^{-1} = 0{,}05$

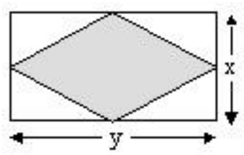
Luego $\mathrm{h} <= 0{,}05$ garantiza 2 dígitos exactos.

El resultado es 1,0218169 con los dígitos exactos 1,02

a	*b*	*c*	*h*	*f(a)*	*f(b)*	*f(c)*
0,5	1,25	0,875	0,365	-0,87758	0,43468	-0,266
0,875	1,25	1,0625	0,1875	-0,266	0,43468	-0,07581
0,875	1,0625	0,96875	0,09375	-0,266	0,07581	-0,09758
0,96875	1,0625	1,01563	0,04688	-0,09758	0,07581	-0,011845

Resultado $x = 1{,}01563 \pm 0{,}04688$

4. *(2 puntos)* ¿Cuáles son las dimensiones (los valores de x e y) de un rectángulo de perímetro igual a 100, para que el área de un romboide inscrito, como el de la figura, sea máxima? El romboide tiene los cuatro lados iguales (es un rombo). Di también cuál es tamaño del lado del romboide.



Nota: Área de un romboide es producto de sus ejes partido por dos.

$$A_R = \frac{x\,y}{2}$$

Perímetro del rectángulo $= 100$ luego $100 = 2x + 2y,\ \ y = 50 - x$

$A_R(x) = 25x - \frac{x^2}{2}$ $\quad A_R'(x) = 25 - x = 0$ $\quad x = 25$

Como A''(x)=-1< 0 es un máximo.

Entonces $x = 25$ $\quad y = 25$

Y el romboide tendrá de lado $\frac{25}{\sqrt{2}} = 17{,}67767$

5. *(2 puntos)* Dados los puntos de control $p_0=(-1,0)$, $p_1=(1,1)$, $p_2=(2,3)$. Calcula la curva de Bezier (X(t), Y(t)) mediante la fórmula recursiva de De Casteljau.

(-1,0)		
	(1-t)(-1,0)+t(1,1)	
(1,1)		(1-t)((1-t)(-1,0)+t(1,1))+t((1-t)(1,1)+t(2,3))
	(1-t)(1,1)+t(2,3)	
(2,3)		

$$(X(t),Y(t))=(1-t)((1-t)(-1,0)+t(1,1))+t((1-t)(1,1)+t(2,3))=$$
$$=(1-2t+t^2)(-1,0)+(t-t^2)(1,1)+(t-t^2)(1,1)+t^2(2,3)$$

$$X(t)=-(1-2t+t^2)+2(t-t^2)+2t^2=-1+2t-t^2+2t-2t^2+2t^2=-t^2+4t-1$$

$$Y(t)=2(t-t^2)+3t^2=2t-2t^2+3t^2=t^2+2t$$