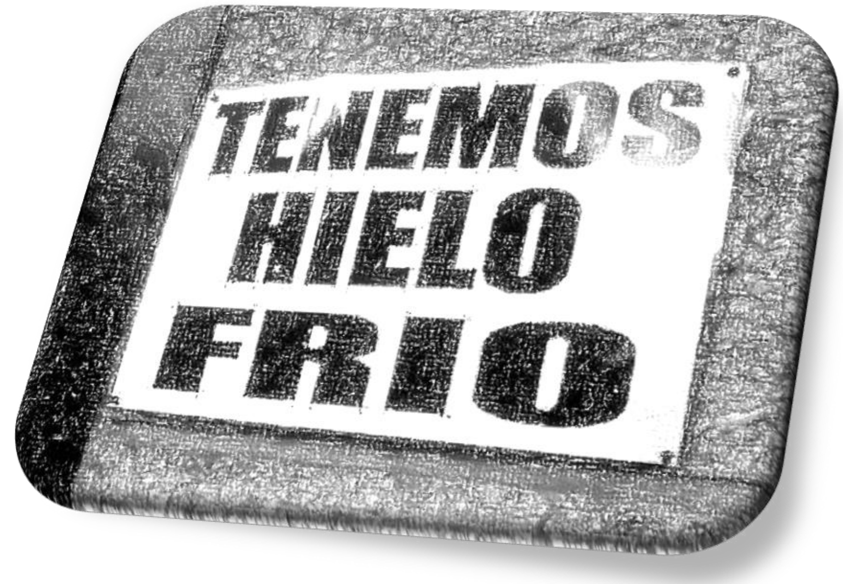
LÓGICA

MATEMÁTICAS 1

2018-19

VERDAD...

DE LA BUENA



SEMÁNTICA LÓGICA

Paso 2 del cálculo lógico

Determinar si la estructura lógica de un razonamiento

es **correcta, válida**

INTERPRETANDO

sus fórmulas lógicas

¿¿¿ Interpretar ?

En un juicio el abogado fiscal argumenta:

A B

"Si el acusado es culpable entonces tenía un cómplice, su amigo Rudolf".

A ello, el abogado defensor responde inmediatamente: ***"Eso es falso"***.

El acusado, sorprendido, decide cambiar de abogado. ¿Por qué crees que lo hace?

A	B	A → B
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Interpretar un argumento R: P1, …Pn $\Rightarrow$ Q

Es, demostrar si es **correcto**, o no lo es, **interpretando** las fbfs **premisas y conclusión**

Si se interpretan

>> Premisas **verdaderas y** conclusión **verdadera**

>> Premisas **falsas y** conclusión **falsa**

>> Premisas **falsas y** conclusión **verdadera**

R correcto

Si se interpretan

>> Premisas **verdaderas y** conclusión **falsa**

R no correcto

A esto me refiero...

¿ se da esta situación?

P1: O voy o vengo	Fbf-P1: vo v ve	Fbf-P1 = **V**
P2: Si voy, llego	Fbf-P2: vo $\rightarrow$ ll	Fbf-P2 = **V**
P3: Si vengo, estoy	Fbf-P3: ve $\rightarrow$ es	Fbf-P3 = **V**
Q: Llego o estoy	Fbf- Q: ll v es	Fbf- Q = **F**

?

Esta interpretación se conoce como CONTRAEJEMPLO

Para verlo vamos a tener en cuenta…

1º Lógica de primer orden >> Lógica **bivalente**

"Toda proposición se interpreta como **verdadera (V) o falsa (F)**: valores de verdad

$$\text{Fbf} \rightarrow \{ V, F \}$$

A tener en cuenta...

2º Sea A: proposición

Principio de no contradicción $\neg(A \wedge \neg A)$ es cierto

"Todos los hombres son mortales."

"Algunos hombres no son mortales."

Principio del tercero excluso $A \vee \neg A$ es cierto

"Todos los hombres son mortales o no lo son"

A tener en cuenta…

3º El valor de verdad de las proposiciones **moleculares** estará en función de los valores de verdad de las <u>proposiciones atómicas y de las conectivas que contienen</u>

Ej. A, B: fbf
Si $A = V$, $B = F$ entonces $A \vee B = V$ pero $A \wedge B = F$

>> Si la fbf molecular **<u>siempre</u>** es **V** → La fbf es una **tautología**

>> Si la fbf molecular **<u>siempre</u> es F** → La fbf es una **contradicción**

>> Si la fbf molecular es **V y F** → La fbf es **indeterminación/contingencia**

A tener en cuenta…

4º Interpretar una fbf es determinar cuándo es V, F, y cuándo es tautología, contradicción o contingencia

Ej. A, B: fbfs

Si A = V,	B = V	entonces	A v B = V
Si A = V,	B = F	entonces	A v B = V
Si A = F,	B = V	entonces	A v B = V
Si A = F,	B = F	entonces	A v B = F

I_1 = { A = V, B = V },
I_2 = { A = V, B = F },
I_3 = { A = F, B = V },
I_4 = { A = F, B = F },

I_1, I_2, I_3 => INTERPRETACIONES **MODELO**

I_4 => INTERPRETACIÓN **CONTRAMODELO/CONTRAEJEMPLO**

A v B es una CONTINGENCIA

A tener en cuenta…

Reglas semánticas para las conectivas

A	B	$\neg A$	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \rightarrow B$	$A \leftrightarrow B$
V	V	F	V	V	V	V
	F		F	V	F	F
F	V	V	F	V	V	F
	F		F	F	V	V

TABLA DE VALORES DE VERDAD

Pasos para <u>interpretar</u> un argumento

1º Formalizar el argumento

2º Conocer las reglas semánticas de las fbfs y de las conectivas

3º Aplicar un método semántico para validar el argumento

Métodos semánticos:

>> Tablas de verdad

>> Método corto de valoración o del contraejemplo

Método semántico

Tablas de los valores de verdad para interpretar argumentos

R: P1, …Pn $\Rightarrow$ Q

1º Crear TV con todas las fbfs del argumento según prioridad conectivas.

2º Filas: $\mathbf{2^n}$: n: fbfs atómicas diferentes

3º Rellenar columnas con valores de verdad según reglas semánticas.

4º Comprobar si alguna fila es una interpretación **contraejemplo.**

SI

→ R NO válido.

NO

→ R es válido.

VALIDAR R: p v q, ¬p ⇒ q con Tabla Verdad

R CORRECTO

	p	q	P2: ¬p	P1: p v q	Q: q
1	V	V	F	V	V
2	V	F	F	V	F
3	F	V	V	V	V
4	F	F	V	F	F

Veamos un razonamiento válido … con premisas falsas

"Me gusta mucho tener

*ideas **contradictorias***

porque así,

*si siempre estoy **equivocado**,*

*siempre tengo la **razón**"*

P1: Para que vea la tele (T) es necesario que beba cerveza (C)

P2: Es suficiente que no vea la tele para que me duerma (D)

P3: Ni bebo cerveza ni me duermo

Q: Soy feliz con dos cervezas

R: $T \rightarrow C$, $\neg T \rightarrow D$, $\neg C \wedge \neg D \Rightarrow Fe$

T	C	D	¬T	¬C	¬D	P1: $T\rightarrow C$	P2: $\neg T\rightarrow D$	P3: $\neg C \wedge \neg D$	Q: Fe
V	V	V	F	F	F	V	V	F	V
V	V	F	F	F	V	V	V	F	V
V	F	V	F	V	F	F	V	F	V
V	F	F	F	V	V	F	V	V	V
F	V	V	V	F	F	V	V	F	V
F	V	F	V	F	V	V	F	F	V
F	F	V	V	V	F	V	V	F	V
F	F	F	V	V	V	V	F	V	V

NO Existe contraejemplo

Regla ECQ

$A \wedge \neg A \Rightarrow Q$

Estudiar si Fbf-P1: p v q $\rightarrow$ ¬(¬p ∧ ¬q) es **tautología**

TAUTOLOGÍA

Jerarquía: ((p v q) $\rightarrow$ (¬((¬p) ∧ (¬q))))

	p	q	¬p	¬q	¬p ∧ ¬q	¬(¬p ∧ ¬q)	p v q	p v q → ¬(¬p ∧ ¬q)
1	V	V	F	F	F	V	V	V
2	V	F	F	V	F	V	V	V
3	F	V	V	F	F	V	V	V
4	F	F	V	V	V	F	F	V

Sea R: P1, …Pn $\Rightarrow$ Q

Si demostramos que Q es una tautología…

¿ puede existir un contraejemplo en R ?

NO

¿ Qué podemos afirmar sobre la validez del razonamiento?

R ES CORRECTO, NO EXISTE Pi=V, Q=F

Escribe un razonamiento que tenga como conclusión la

fbf : $p \vee q \rightarrow \neg(\neg p \wedge \neg q)$

que es una tautología

Seguimos usando la Tabla de verdad pero… el nº filas se "dispara"

P1: O voy o vengo

P2: Si voy, llego

P3: Si vengo, estoy

Q: Llego o estoy

Fbf-P1: vo v ve

Fbf-P2: vo $\rightarrow$ ll

Fbf-P3: ve $\rightarrow$ es

Fbf- Q: ll v es

Filas => 16*…!! muchas*

Nº filas >> **2^n** => n es nº de fbfs atómicas diferentes

¿ Pq no buscamos si R tiene un contraejemplo ?

Método corto de valoración / contraejemplo

$$R: P1, \ldots Pn \Rightarrow Q$$

1º Se supone que R **admite una interpretación contraejemplo**: premisas V y conclusión F

2º Se estudia si es posible la existencia de dicha interpretación

Si existe contraejemplo >> R No correcto.

Si NO existe >> R correcto.

Interpreta R: P1,P2,P3 $\Rightarrow$ Q usando el método del contraejemplo

R

Fbf-P1: vo v ve = **V**

Fbf-P2: vo $\rightarrow$ ll = **V**

Fbf-P3: ve $\rightarrow$ es = **V**

Fbf- Q: ll v es = **F**

Q: **ll v es = F >> ll = F**
es = F

P3: **ve $\rightarrow$ es = V**

es = F >> ve = F

P2: **vo $\rightarrow$ ll = V**
ll = F >> vo = F

Concluimos:
Si **vo = F, ve = F >> vo v ve = F # con P1**

No existe contraejemplo >> **R correcto**

Búsqueda de contraejemplos en fbfs

- Se supone que la fbf es **falsa,** admite, **al menos, un contraejemplo.**
- Se buscan los valores de verdad de sus fbfs atómicas
- **Si** los valores se contradicen > llegamos a **contradicción**

  > **no** existe interpretación contraejemplo que haga falsa la fbf

  >> fbf es **tautología**

- **Si no se contradicen >** existe un contraejemplo que hace falsa la fbf

  >> fbf **NO** es **tautología**

Busca un contraejemplo en la fbf y decide sobre su tautología

$$p \vee q \rightarrow \neg(\neg p \wedge \neg q)$$

F

$p \vee q =$ **V**

$\neg(\neg p \wedge \neg q) =$ **F**

$\neg p \wedge \neg q =$ **V**

$\neg p =$ **V** $\qquad \neg q =$ **V**

$p =$ **F** $\qquad q =$ **F**

$p \vee q =$ **F**

#

No existe contraejemplo

>> fbf es TAUTOLOGÍA

Decide cómo demostrar la validez y aplica método

P1: “Resuelvo el mapa si me como todos los cocos o falla el sistema”
P2: “Resuelvo el mapa o me como todos los cocos o falla el sistema”
P3: “No me como todos los cocos”

Razona si es cierto que falla el sistema

1º formaliza

MC = { **re**: resuelvo mapa; **co** : como cocos; **fa**: falla sistema }

Fbf-P1: $co \vee fa \rightarrow re$

Fbf-P2: $re \vee co \vee fa$

Fbf-P3: $\neg co$

Fbf-Q: fa

1º aplicamos >> Tabla de verdad. Nº filas: 2^3

co	fa	re	¬co	co v fa	P1: co v fa → re	P2: re v co v fa	P3: ¬co	Q: fa
V	V	V	F	V	V	V	F	V
V	V	F	F	V	F	V	F	V
V	F	V	F	F	V	V	F	F
V	F	F	F	F	V	V	F	F
F	V	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	F	V	V	V
F	F	V	V	V	**V**	**V**	**V**	**F**
F	F	F	V	V	F	F	V	F

>> R NO CORRECTO , en la fila 7 existe un contraejemplo

2º Demostramos la validez buscando contraejemplo

Fbf-P1: co v fa $\rightarrow$ re = **V**

Fbf-P2: re v co v fa = **V**

Fbf-P3: $\neg$co = **V**

Fbf-Q: fa = **F**

P3: **>>** **co = F**

Q: **>>** **fa = F**

P1: co v **fa = F >> re = V o re = F**

P2: **re v co v fa = V >> re = V**

Concluimos: R no correcto

Existe contraejemplo:

I = { co = F, fa = F, ve = V } >> P1, P2, P3 = V

Q = F

P1: **Sean A y B lámparas. Si se enciende al menos una, leemos**

P2: **Se enciende A**

Q: **Leemos**

R: $A \vee B \rightarrow L,\quad A \quad \Rightarrow \quad L$

A	B	L	A v B	P1: A v B → L	P2: A	Q: L
V	V	V	V	**V**	**V**	**V**
V	V	F	V	F	V	F
V	F	V	V	**V**	**V**	**V**
V	F	F	V	F	V	F
F	V	V	V	V	F	V
F	V	F	V	F	F	F
F	F	V	F	V	F	V
F	F	F	F	V	F	F

R ***es válido***

Ya que no existe ninguna interpretación contraejemplo: premisas ***V*** *y conclusión* ***F****.*