Departamento de Ciencia de la Computación e Inteligencia Artificial

Apellidos:			
Nombre:			
DNI:		*Email:*	

Grupo de teoría:

- ☐ **Grupo 01** - Martes de 11:00 a 13: 00 (Prof. Martínez Pérez, Francisco Miguel)
- ☐ **Grupo 02** - ARA - Miércoles de 9:00 a 11:00 (Prof. Escolano Ruiz, Francisco Javier)
- ☐ **Grupo 03** - Valenciano - Viernes de 9:00 a 11:00 (Prof. Vicente Francés, José Francisco)
- ☐ **Grupo 04** - Martes de 15:30 a 17:30 (Prof. Salinas Serrano, José María)
- ☐ **Grupo 05** - Martes de 9:00 a 11:00 (Prof. Vicente Francés, José Francisco)

Examen Final de Matemáticas II. Julio 2014

Instrucciones generales:

- ✓ Debes rellenar los datos personales (apellidos y nombre, DNI, etc.) seleccionando tu grupo de teoría.
- ✓ Debes usar únicamente las hojas grapadas que se te facilitan, no pudiendo haber sobre la mesa ningún otro papel durante el examen. Dispones de un par de páginas en blanco al final por si las necesitas.
- ✓ Procura poner los resultados y datos importantes para la corrección y evaluación en la página donde aparece el enunciado (página par) y las operaciones relacionadas en la siguiente página (página impar).
- ✓ Todas las preguntas deben estar bien explicadas, indicando operaciones, haciendo referencias, aclaraciones, etc.

	Nota	
Ejercicio 1	2	
Ejercicio 2	2	
Ejercicio 3	2	
Ejercicio 4	2	
Ejercicio 5	2	
Total		

1. Una huerta tiene actualmente 24 árboles, que producen 600 frutos cada uno. Se calcula que, por cada árbol plantado, la producción de cada árbol disminuye en 15 frutos. ¿Cuál debe ser el número total de árboles que debe tener la huerta para que la producción sea máxima? ¿Cuál será esa producción?

Se tiene 24 árboles con una producción de 600 frutos / árbol. Sea x los árboles que se plantan. La producción ahora será: $P(x) = (24 + x)(600 - 15x) = 14400 + 240x - 15x^2$. Para maximizar derivamos e igualamos a cero: $P'(x) = 240 - 30x = 0$ es decir $x = 8$. Luego el número de árboles que maximiza la producción es 24+8 = 32 y la producción será:

$$P(8) = (24 + 8)(600 - 15 \cdot 8) = 15360$$

2. Encontrar el valor de $\frac{1}{3}$ usando el método de Newton-Raphson con tres iteraciones. Tomar como valor inicial $x_0 = 0.25$ y dar para cada iteración el error absoluto que se comete.
Para encontrar $f(x)$ tener en cuenta que al hacer $f(x) = 0$ tiene que salir como solución $x = \frac{1}{3}$. Tomar 8 decimales.

	$\boldsymbol{x}$	$\boldsymbol{f(x)}$	$\boldsymbol{f'(x)}$	$\boldsymbol{h}$
1	0.25	1	-16	-0.0625
2	0.3125	0.2	-10.24	-0.01953125
3	0.33203125	0.01176471	-9.07072664	-0.001297

La función es $f(x) = \frac{1}{x} - 3$ y su derivada $f'(x) = \frac{-1}{x^2}$. El método de Newton-Raphson sigue la fórmula de recurrencia: $x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$.
Así pues el valor de $x_3 = 0.33203125 - (-0.001297) = 0.33332825$

3. Rellenar la tabla siguiente para encontrar un polinomio interpolador P(x) (mediante el método de Hermite) con los datos siguientes: P(0)=1, P(1)=2, pendiente de la recta tangente en x=0 igual 0 y pendiente de la recta tangente en x=1 igual a 1. Utilizar el polinomio obtenido para calcular P(0.5).

0	1			
		0		
0	1		1	
		1		-1
1	2		0	
		1		
1	2			

$$P(x) = 1 + 0 \cdot x + 1 \cdot x^2 + (-1) \cdot x^2(x-1) = 1 + x^2 - x^3 + x^2 = 1 + 2x^2 - x^3$$

$$P(0.5) = 1 + 2 \cdot 0.5^2 - 0.5^3 = 1.375$$

4. Supongamos que nos dan una curva de Bezier de la forma:

$$B(t) = \big(X(t), Y(t)\big) = (1 + t + t^2, t^2) \quad t \in [0\,,1]$$

Encuentra los puntos de control que definen esa curva.

Recuerda que la curva de Bezier pasa por el primer y el último punto de control.

Si t=0 tenemos el primer punto de control P_0 y si t=1 el último P_2.

$t = 0 \to\ P_0 = (1, 0)$ y si $t = 1 \to\ P_2 = (3, 1)$

Mediante De Casteljau obtenemos el tercer punto de control $P_1 = \left(\frac{3}{2}, 0\right)$

5. Se tienen tres valores aproximados con sus correspondientes cotas de error absoluto:

$$A = 6 \pm 0.06 \quad B = 3 \pm 0.06 \quad C = 0.5 \pm 0.08 \quad D = 2 \pm 0.04$$

Calcula el valor aproximado de $\sqrt{A(B+C)+D}$ y su cota de error relativo.

$$\begin{aligned}
\sqrt{A(B+C)+D} &= \sqrt{(6 \pm 0.06)(3 \pm 0.06 + 0.5 \pm 0.08) + (2 \pm 0.04)} \\
&= \sqrt{(6 \pm 0.06)(3.5 \pm 0.14) + (2 \pm 0.04)} \\
&= \sqrt{(6 \pm 1\%)(3.5 \pm 4\%) + (2 \pm 0.04)} = \sqrt{(21 \pm 5\%) + (4 \pm 0.04)} \\
&= \sqrt{(21 \pm 1.05) + (4 \pm 0.04)} = \sqrt{(25 \pm 1.09)}
\end{aligned}$$

$$f(x \pm \Delta) = f(x) \pm \Delta \cdot f'(x) \quad \left\| \begin{matrix} f(x) = \sqrt{x} \\ f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \end{matrix} \right\|$$

$$f(25 \pm 1.09) = \sqrt{25} \pm 1.09 \cdot \frac{1}{2\sqrt{25}} = 5 \pm 0.109 = 5 \ \pm 2.18\%$$