Matemáticas Discretas 09 – Junio – 2011

- 1) Contesta los siguientes apartados.
 - a) Sabemos que en un árbol hay cuatro vértices de grado tres y dos de grado dos. Además, conocemos que el número de vértices de grado uno es cuatro veces la cantidad de vértices de grado uno. Si sólo tiene estos averigua cuántos vértices de grado cinco y grado uno hay. Enuncia los teoremas utilizados. [1'25P]
 - b) Tenemos una matriz de incidencia 4x7 y tenemos los siguientes datos sobre ella: F1:(-1, 0, 1, 0, 0, 0, 1), F2:(1, 0, 0, -1, 0, 1, 0) y F4:(0, 1, 0, 0, 2, -1, 0) [0'75P]
 - i) ¿Tiene bucles? ¿Cuántos?
 - ii) ¿Cómo será F3?
 - iii) Si realizamos un subgrafo sin el arco cinco, ¿sería simple?
- 2) Queremos saber el mínimo de días que debemos emplear, el camino crítico y cuantos días podemos retrasar la actividad a₇. [2P]

	a_1	a ₂	a ₃	a_4	a ₅	a_6	a ₇	a ₈	a ₉
Días	3	5	4	6	3	7	1	5	4
Prerrequisitos	a_1	a_3		a_3		a_1	a ₅	a ₇	a_1
	a_4	a_4		a ₅		a ₇		a_6	a_6

3) Teniendo la matriz A, resuelve:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- a) Realiza Warshall. [0'75P]
- b) ¿Qué es la matriz resultante? ¿Qué indica la fila 5? [0'5P]
- c) Indica cuáles son las componentes conexas [0'75P]
- 4) Una fábrica de discos duros fabrica entre 3000 y 4000. Calcula el número exactos de discos duros que llega a producir si en cajas de 34 unidades sobran 24 y en cajas de 50 unidades sobran 10. [2P]
- 5) Contesta los siguientes apartados.
 - a) Resuelve la siguiente ecuación sabiendo que pertenece a Z₁₃ y el resultado debe estar expresado de 0 a 12. [0'75P]

$$\begin{cases}
[4]x + [3]y = [2] \\
[5]x - y = [5]
\end{cases}$$

b) Utilizando el teorema de Euler indica cuales son las dos últimas cifras de la operación $7^{82} \cdot 11^{41}$. [1'25P]