

TEMA 6: ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS

- Principios generales de las ondas
- Ecuaciones de Maxwell
- Ondas electromagnéticas armónicas
- Antenas, emisión y recepción
- Energía, intensidad y Vector de Poynting.

Principios Generales de las ondas

Una **onda** es la propagación de una perturbación que representa una propiedad de un medio, por ejemplo: presión, c. eléctrico, c. magnético, etc.

La perturbación se propaga a través del espacio transportando energía.

La propiedad del medio se expresa como una función tanto de la posición como del tiempo:

$$\psi (\vec{r}, t)$$

Matemáticamente se dice que dicha función es una onda si verifica la ecuación de ondas:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}$$

donde v es la velocidad de propagación de la onda

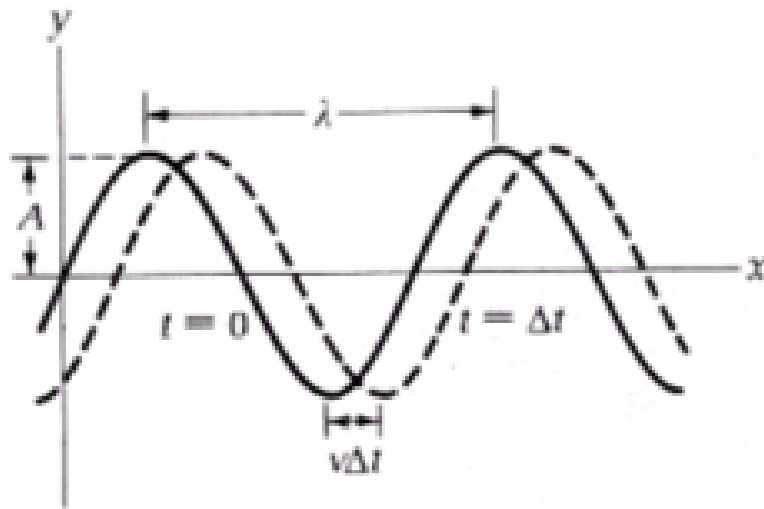
Ondas armónicas

La forma más simple del perfil de una onda es del tipo seno o coseno (ondas armónicas).

$$\psi(\vec{r}, t) = \psi_0 \text{ sen } (k\vec{r} \pm \omega t + \theta)$$

Por ejemplo: para una perturbación en el eje Y que se propaga con velocidad v en la dirección positiva del eje X tenemos:

$$y(x, t) = A \text{ sen } (kx - \omega t + \theta)$$



Manteniendo fijas x o t , resulta una perturbación senoidal, de forma que la onda es **periódica** tanto en el espacio como en el tiempo

En esta imagen está representada y en función de x (siendo la fase inicial $\theta=0$), en $t=0$ (línea continua) y la misma onda un Δt después (línea de trazos)

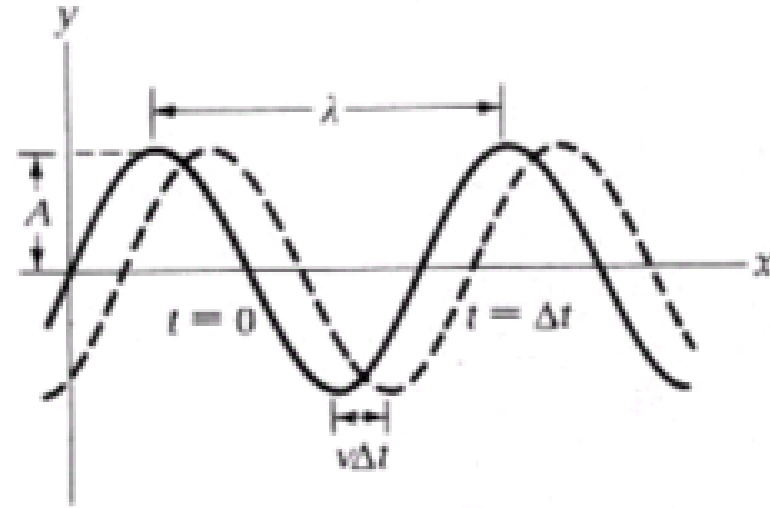
Ondas armónicas

$$y(x,t) = A \operatorname{sen}(kx - \omega t + \theta)$$

Donde:

A es la amplitud: *máximo valor de la función*

K es el número de onda: $k = \frac{2\pi}{\lambda}$



λ : longitud de onda. *Distancia espacial entre dos estados idénticos y consecutivos de la perturbación*

ω es la frecuencia angular: $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$

T: período. *Intervalo temporal entre dos estados idénticos y consecutivos de la perturbación*

f: frecuencia. *Número de oscilaciones completas por segundo de la onda*

Siendo la velocidad de propagación:

$$v = \lambda f = \frac{\omega}{k}$$

ECUACIONES DE MAXWELL

Ley de Gauss (Campo E)

$$\int_{SC} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q_{encerrada}}{\epsilon_0}$$

Ley de Gauss (Campo B)

$$\int_{SC} \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

Ley de Faraday

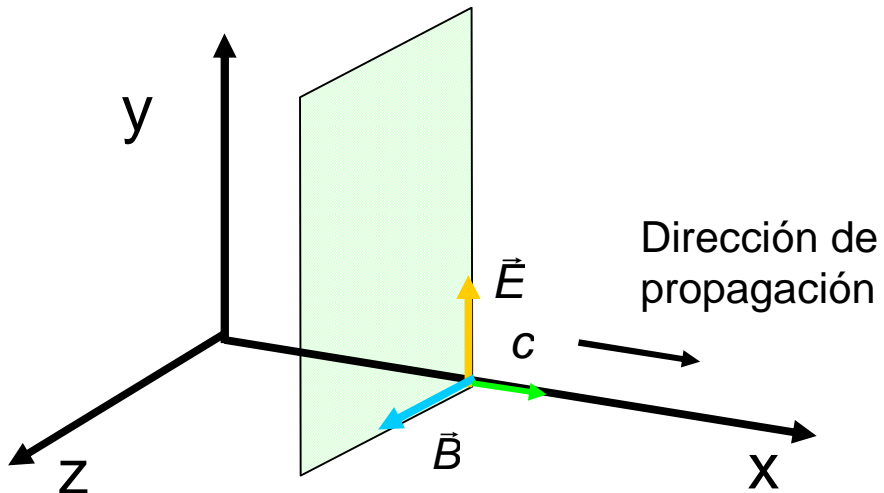
$$\oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \left(\int_s \vec{B} \cdot d\vec{S} \right)$$

Ley de Ampere-Maxwell

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_e + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d}{dt} \left(\int_s \vec{E} \cdot d\vec{S} \right)$$

ECUACIÓN DE ONDA: E y B

Si la propagación se produce en el sentido positivo del eje X



$$E_x = 0; E_y = E; E_z = 0$$

$$B_x = 0; B_y = 0; B_z = B$$

$$E = E_0 (r - ct)$$

$$B = B_0 (r - ct)$$

Para una dirección de propagación genérica r:

Ecuación de onda para el campo eléctrico

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 E}{\partial r^2}$$

Ecuación de onda para el campo magnético

$$\frac{\partial^2 B}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 B}{\partial r^2}$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$$

FUNCIÓN DE ONDA ARMÓNICA PARA LOS CAMPOS ELECTRICOS Y MAGNÉTICO

$$E_y(x, t) = E_{0_y} \text{sen}(kx - \omega t)$$

B_z está en fase con E_y

$$B_z(x, t) = B_{0_z} \text{sen}(kx - \omega t)$$

$$E = c B$$

El sentido de propagación de la onda electromagnética viene determinado por el producto vectorial:

$$\vec{E} \times \vec{B}$$

k es el número de onda:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

(λ : longitud de onda)

ω es la frecuencia angular:

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

(T : período,
 f : frecuencia)

Siendo la velocidad de propagación:

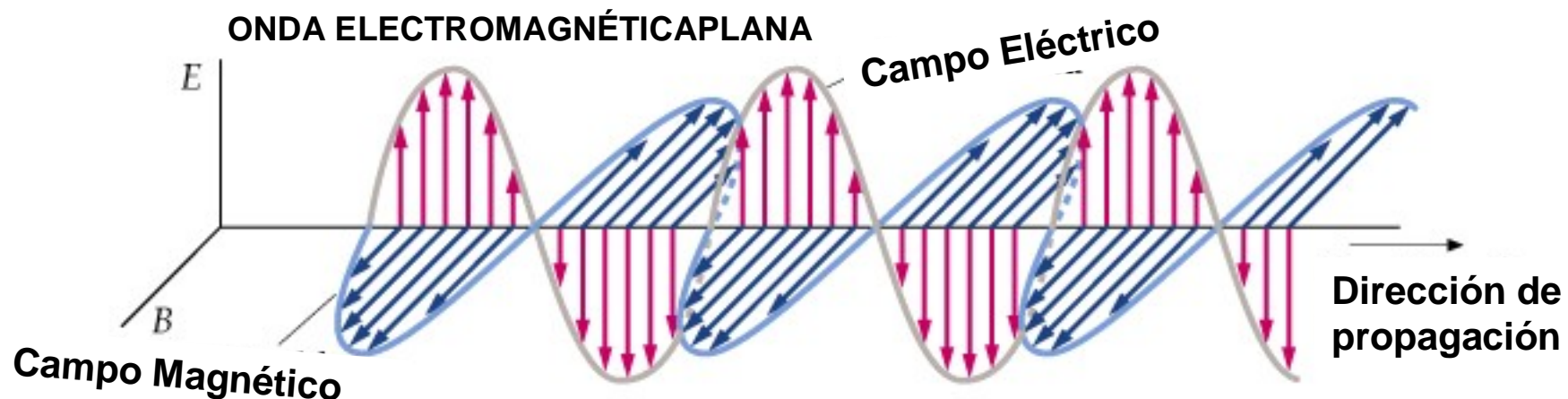
$$v = \lambda f = \frac{\omega}{k}$$

POLARIZACIÓN DE LAS ONDAS

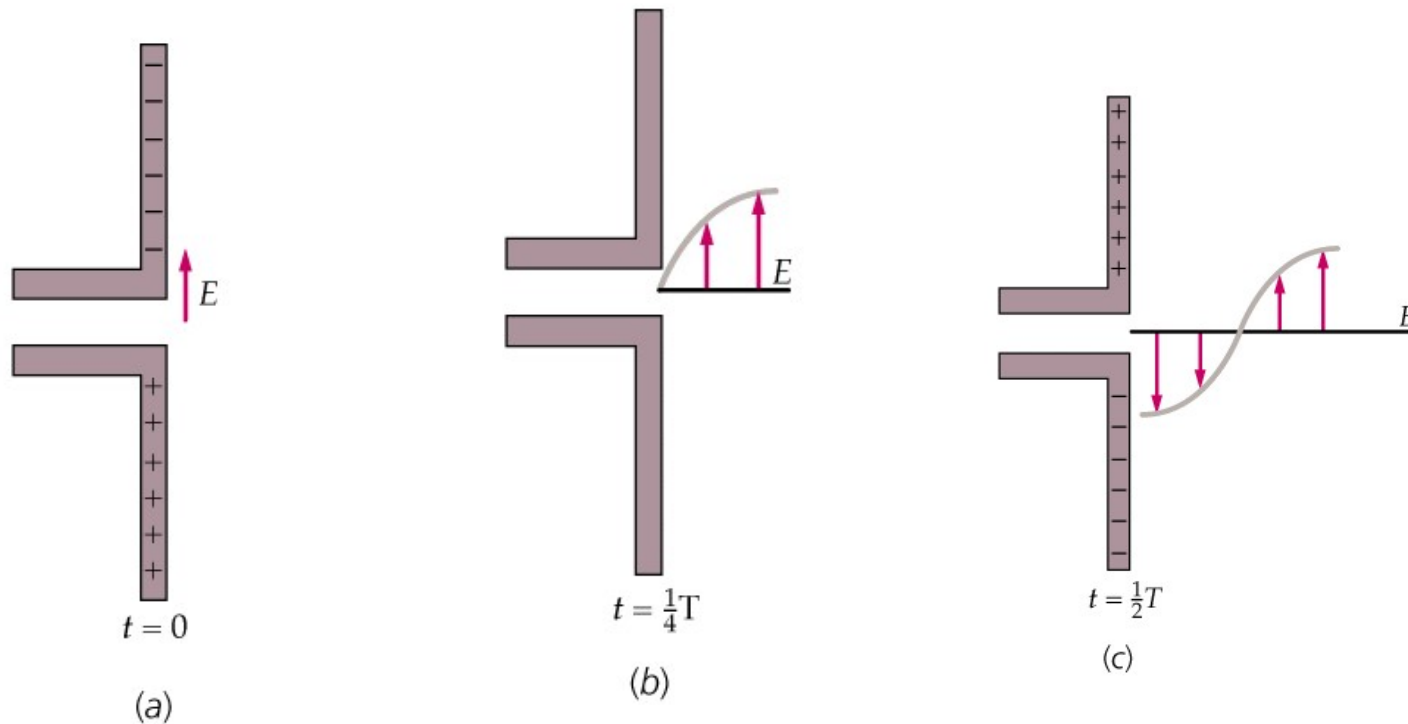
PLANO DE POLARIZACIÓN: Plano en el cual oscila el campo eléctrico

E_y y B_z en fase, E oscila en el plano XY y B en el plano XZ alcanzando los valores máximos y mínimos en el mismo instante t

ONDA POLARIZADA LINEALMENTE

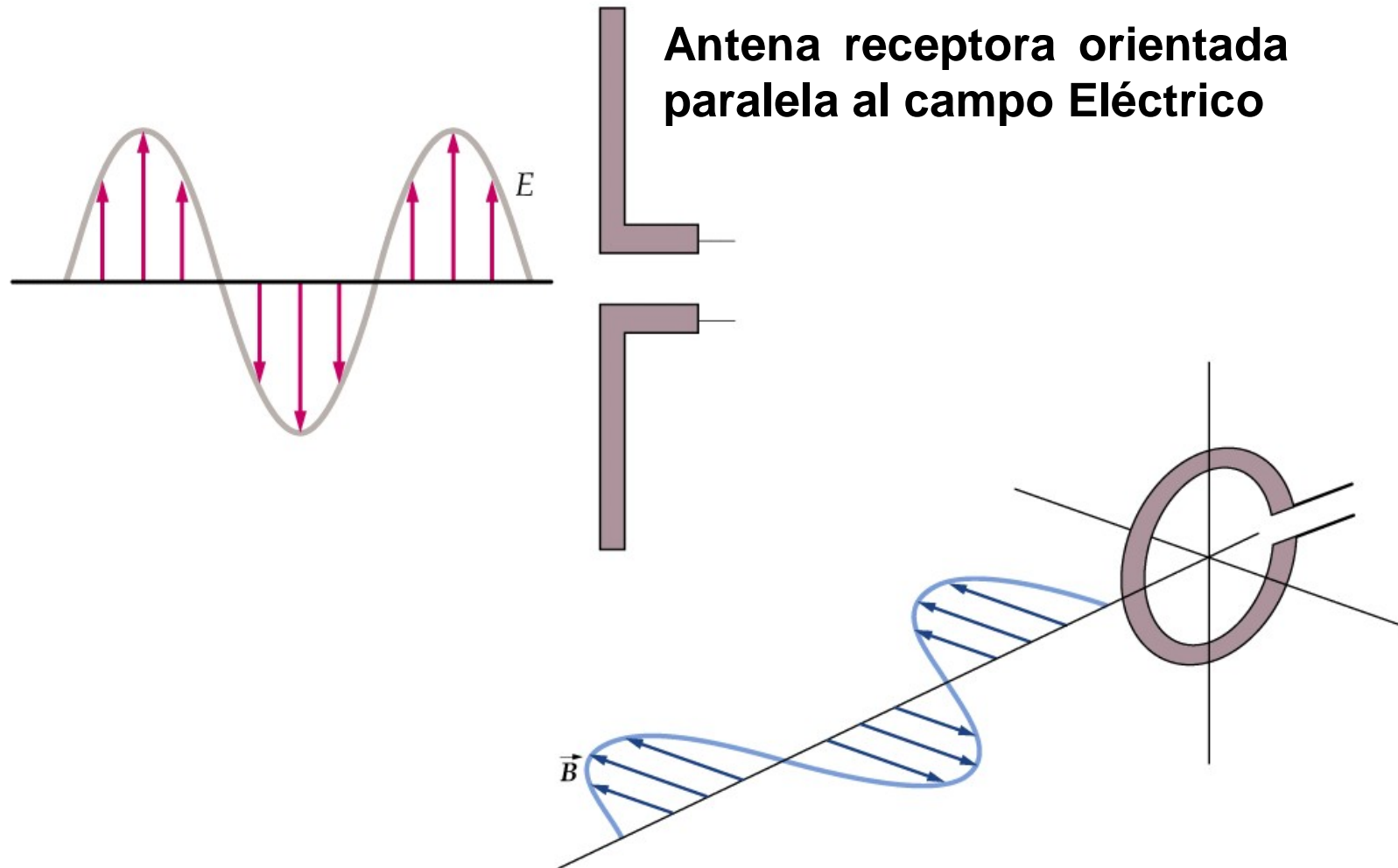


Antenas: Emisión y recepción de O. E. M.



ANTENA DIPOLAR ELÉCTRICA

Antenas: Emisión y recepción de O. E. M.



Antena receptora orientada
paralela al campo Eléctrico

Antena receptora en forma de espira orientada
perpendicular al campo Magnético

ENERGÍA DE UNA ONDA ELECTROMAGNÉTICA

$$u_E = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2$$

$$u_B = \frac{1}{2\mu_0} B^2$$

$$E = c B$$

$$u_T = u_E + u_B$$

$$u_T = \varepsilon_0 E^2$$



**Densidad de energía de
una onda electromagnética**

INTENSIDAD DE UNA ONDA ELECTROMAGNÉTICA

Se define la **intensidad** de una onda electromagnética como: la energía por unidad de tiempo que atraviesa un área unitaria perpendicular a la dirección de propagación

$$I = \frac{dU}{dt S_N} \quad [\text{J/sm}^2] \quad \text{ó} \quad [\text{W/m}^2]$$

Tomando incrementos:

$$I = \frac{\Delta U}{\Delta t S_N} = \frac{u \Delta V_{ol}}{\Delta t S_N} = \frac{u \Delta x \cdot S_N}{\Delta t S_N} = u \cdot c$$

INSTANTÁNEA

$$I = u c = c \varepsilon_0 E^2$$

PROMEDIO

$$\langle I \rangle = \langle u \rangle c$$

VECTOR DE POYNTING

Se define como:

$$\vec{S} = \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{\mu_0}$$

Siendo su módulo:

$$S = |\vec{S}| = \frac{E \cdot B}{\mu_0} = \frac{E \left(\frac{E}{c} \right)}{\frac{1}{c^2 \epsilon_0}} = c \epsilon_0 E^2 = cu = I$$

La intensidad instantánea

La intensidad media (valor medio del vector de Poynting) es:

$$\langle I \rangle = S_m = \langle u_T \rangle c = \frac{1}{2} \frac{E_0 B_0}{\mu_0} = \frac{1}{2} c \epsilon_0 E_0^2 = \frac{1}{2} \frac{c B_0^2}{\mu_0}$$

Ejemplo 1:

- Tenemos una onda electromagnética que se propaga con las siguientes ecuaciones:

$$E_z(y,t) = E_0 \text{sen}(10^5 \pi t - 2 \cdot 10^{-3} \pi y)$$

$$B_x(y,t) = B_0 \text{sen}(10^5 \pi t - 2 \cdot 10^{-3} \pi y)$$

Suponiendo que el medio en el que se propaga carece de absorción, ¿cuanto tiempo tardará la onda en propagarse 10^8 m?

Ejemplo 2:

Una onda electromagnética está representada por su campo magnético:

$$\vec{B} = 4 \cdot 10^{-8} \text{sen}(2 \cdot 10^7 z - 5 \cdot 10^{15} t) \vec{j} \text{ T}$$

Calcular: (a) su longitud de onda y frecuencia (b) índice de refracción del medio en el que se propaga (c) la expresión del campo eléctrico asociado (d) orientación antenas

Ejemplo 3:

Determinar las ecuaciones de E y B de una onda EM plana, propagándose en la dirección positiva de eje Y, con E vibrando en el eje X .

Siendo: $\lambda = 5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$, $f = 6 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ y $E_0 = 90 \text{ V}$

TEMA 5: ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS

Anexo

Información complementaria

PRESIÓN DE RADIACIÓN

Cantidad de movimiento por unidad de volumen de una onda electromagnética:

$$p = \frac{u}{c}$$

Presión de radiación: Presión ejercida por la radiación electromagnética sobre una superficie.

$$P = \frac{\text{Fuerza}}{\text{Area}} = \frac{p}{t} \frac{1}{S} = \frac{U}{c S t} \quad \leftarrow I$$

Consideremos una onda EB plana que incide perpendicular a la superficie de un cuerpo **perfectamente absorbente**

$$P_r = \frac{\langle I \rangle}{c} = \frac{S_m}{c}$$

Consideremos una onda EB plana que incide perpendicular a la superficie de un cuerpo **perfectamente reflectante**

$$P_r = \frac{2\langle I \rangle}{c} = \frac{2S_m}{c}$$

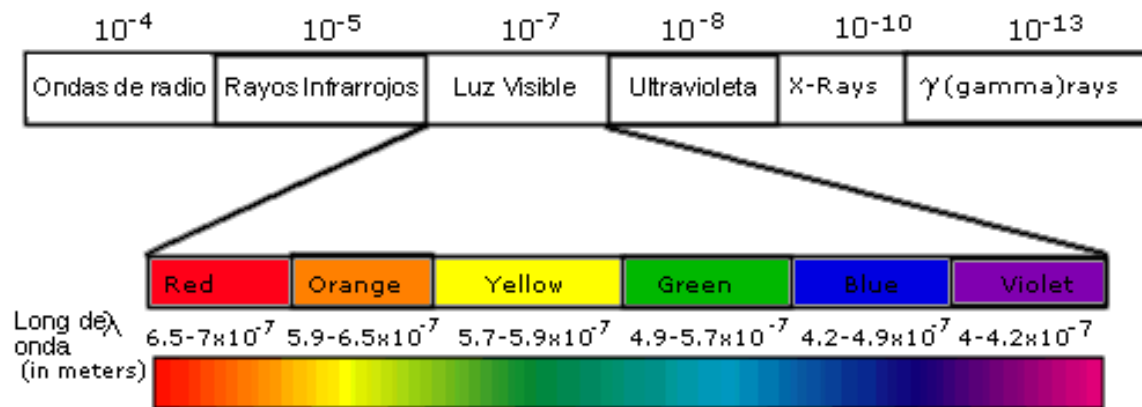
Superficie
parcialmente reflectante

$$P_r = \frac{(1 + r)S_m}{c}$$

Coeficiente de reflexión en intensidad

ESPECTRO ELECTROMAGNÉTICO

El espectro electromagnético se refiere a un "mapa" de los diferentes tipos de energía de radiación y sus correspondientes longitudes de onda. Hay usualmente 6 subdivisiones (ondas de radio, infrarroja, visible, ultravioleta, rayos X y rayos gamma) de el espectro electromagnético.



$$f = \frac{c}{\lambda}$$

Tipo de radiación	Longitudes de onda (nm)
Violeta	380-436
Azul	436-495
Verde	495-566
Amarillo	566-589
Naranja	589-627
Rojo	627-770

PROPAGACIÓN DE ONDAS EB EN LA MATERIA

DISPERSIÓN

Sustancia Homogénea e Isótropa

El efecto de la polarización y magnetización del medio por parte de la onda EB es sustituir $\epsilon_0 \mu_0$ por la permitividad y permeabilidad del material

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

Velocidad de la onda EB en el vacío

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}}$$

Velocidad de la onda EB en la materia

$$\frac{c}{v} = \frac{\sqrt{\epsilon \mu}}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = \sqrt{\frac{\epsilon}{\epsilon_0} \frac{\mu}{\mu_0}} = \sqrt{\epsilon_r \mu_r}$$

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\epsilon_r \mu_r}$$

Índice de refracción
de la sustancia

PROPAGACIÓN DE ONDAS EB EN LA MATERIA

DISPERSIÓN

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\epsilon_r \mu_r}$$

Para las sustancias que transmiten la onda EB $\mu_r=1$ (sustancias no ferromagnéticas)

Relación de Maxwell

$$n \cong \sqrt{\epsilon_r}$$

ϵ_r depende de la frecuencia de la onda EB

Las ondas EB sufren **DISPERSIÓN** cuando se propagan en la materia

