COLECCIÓN DE EJERCICIOS DE LÓGICA RESUELTOS

3. SEMÁNTICA LÓGICA

Interpretación de fórmulas y de estructuras lógicas

Apunte: *En el cálculo lógico toda fbf se puede interpretar como verdadera (V) o falsa (F). Una fbf formada por n-fbfs atómicas tiene 2^n interpretaciones. Cada una de ellas es un conjunto, que llamaremos I, cuyos elementos son una combinación de valores V y F de las componentes atómicas de la fbfI. Si un conjunto Ii (i=1,… 2^n) hace que la fbf tome el valor V se dice que Ii es una interpretación modelo de la fbf; si por el contrario Ii hace que la fbf se interprete como F, Ii es un contramodelo o contraejemplo de la fbf. Una fbf se clasifica o evalúa semánticamente como:*

- *Tautología: Si todas las interpretaciones Ii (i=1,… 2^n) de la fbf son modelo.*
- *Contradicción: Si todas las interpretaciones Ii (i=1,… 2^n) de la fbf son contramodelo o contraejemplo.*
- *Contingencia: Si algunas interpretaciones son modelo y otras contramodelo.*

Interpretar un razonamiento es averiguar si es válido o correcto. Será válido si para todos los casos en los que se interpreten las premisas como verdaderas la conclusión también sea verdadera. No debe existir ningún caso en el que las premisas sean verdaderas y la conclusión falsa ya que esta ésto indicará que el razonamiento no es válido.

Una interpretación contraejemplo de un razonamiento es un conjunto de valores semánticos (V,F) de las fbfs que conforman la estructura lógica del razonamiento con el cual las premisas se interpretan como verdaderas y la conclusión como falsa. Es suficiente demostrar que un razonamiento admite una interpretación contraejemplo para afirmar que dicho razonamiento no es válido.

Reglas semánticas para interpretar las conectivas:

A	B	$\neg A$	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \rightarrow B$	$A \leftrightarrow B$
V	V	F	V	V	V	V
	F		F	V	F	F
F	V	V	F	V	V	F
	F		F	F	V	V

En los siguientes ejercicios se usarán los valores V para cierto o verdadero y F para falso. Cuando pongamos NS indicaremos que no se puede saber con los datos que nos dan si la fbf es V o F.

EJERCICIO 1 Para cada expresión Ei (i=1…5) escribe la fbf-Ei y después estudia si existe y, si es el caso, escribe, una **interpretación modelo y/o otra contramodelo.** Si la fbf no admite alguna de dichas interpretaciones explica por qué, pero para la que exista interpreta con ella la fbf-Ei. Después clasifica cada fbf-Ei.

1. **E1: Es cierto A y B a menos que lo sea C**

<table>
<tr><td colspan="2">Fbf-E1: $\neg(A \land B) \to C$</td></tr>
<tr><td>Existe, al menos, una Interpretación modelo:
SI Es I1 = { A=V, B=V, C=V }
NO porque:

La fbf-E1 para I1 se interpreta como: verdadera</td><td>Existe, al menos, una Interpretación contramodelo:
SI Es I2 = { A=F, B=F, C=F }.
NO porque:

La fbf-E1 para I2 se interpreta como: falsa</td></tr>
<tr><td colspan="2">La fbf-E1 se clasifica semánticamente como: contingente
Porque: Existe al menos una interpretación modelo y otra contramodelo</td></tr>
</table>

2. **E2: Si es cierto A entonces es cierto B, si y sólo si, o es falso A o es cierto B**

<table>
<tr><td colspan="2">Fbf-E2: $(A \to B) \leftrightarrow (\neg A \lor B)$</td></tr>
<tr><td>Existe, al menos, una Interpretación modelo
SI Es I1 = { A=V, B=V }
NO porque:

La fbf-E2 para I1 se interpreta como: verdadera</td><td>Existe, al menos, una Interpretación contramodelo
SI Es I2 =
NO porque: no existen valores de A, B que hagan la fbf-E2 falsa.

La fbf-E2 para I2 se interpreta como:</td></tr>
<tr><td colspan="2">La fbf-E2 se clasifica semánticamente como: tautología
Porque: no existe ninguna interpretación contramodelo que la haga F.</td></tr>
</table>

3. **E3: Para que suceda A y B es necesario y suficiente que sea falso A o falso B.**

Fbf-E3: $\mathbf{A \wedge B \leftrightarrow \neg A \vee \neg B}$	
Existe, al menos, una Interpretación modelo SI Es I1 **NO** porque: no hay valores de A y B que hagan V la fbf La fbf-E3 para I1 se interpreta como: verdadera	Existe, al menos, una Interpretación contramodelo SI Es I2 = { A=F, B=V } NO porque: La fbf-E3 para I2 se interpreta como: falsa
La fbf-E3 se clasifica semánticamente como: contradicción Porque: No existe ninguna interpretación modelo.	

4. **E4: O es cierto A, o no lo es.**

Fbf-E4: : $\mathbf{A \vee \neg A}$	
Existe, al menos, una Interpretación modelo **SI** Es I1 = { A=V} NO porque: La fbf-E4 para I1 se interpreta como: verdadera	Existe, al menos, una Interpretación contramodelo SI **NO** porque: siempre es verdadera La fbf-E4 para I2 se interpreta como:
La fbf-E4 se clasifica semánticamente como: tautología Porque: no existe ninguna interpretación contramodelo que la haga F.	

5. **E5: Si sucede A entonces es cierto B, si y sólo si, o es falso A o es cierto B**

Fbf-E5: $\mathbf{(A \rightarrow B) \leftrightarrow (\neg A \vee B)}$	
Existe, al menos, una Interpretación modelo **SI** Es I1 = { A=V, B=V} NO porque: La fbf-E5 para I1 se interpreta como: verdadera	Existe, al menos, una Interpretación contramodelo SI **NO** porque: siempre es verdadera La fbf-E5 para I2 se interpreta como:
La fbf-E5 se clasifica semánticamente como: tautología Porque: no existe ninguna interpretación contramodelo que la haga F.	

>> Elige la opción correcta. Tienes que decidir cómo se interpreta cada fbfs propuesta a partir de la interpretación de otra fbf (V: verdadera; F: falsa; NS: no se puede saber).

EJERCICIO 2 Elige la opción correcta que representa el valor de verdad de las variables proposicionales p, q, r, s, (en este orden) para que la fbf: $(\mathbf{p} \wedge \neg \mathbf{q}) \rightarrow (\mathbf{r} \rightarrow \neg \mathbf{s})$ sea falsa:

a) **VFVV** b) FVVV c) VVFF d) VFFF e) VVVF

EJERCICIO 3 Si la fbf: $(\mathbf{p} \rightarrow \neg \mathbf{q}) \vee (\neg \mathbf{r} \rightarrow \mathbf{s})$ se interpreta como **falsa**, entonces:

a)	$(\neg p \wedge \neg q) \vee \neg q$	V	**F**	NS
b)	$(\neg r \vee q) \leftrightarrow [(\neg q \vee r) \wedge s]$	V	**F**	NS
c)	$(p \rightarrow q) \rightarrow [(p \vee q) \wedge \neg q]$	V	**F**	NS

EJERCICIO 4 Si la fbf: $\mathbf{s} \rightarrow \neg(\mathbf{p} \vee \mathbf{q})$ y la variable **s** se interpretan como verdaderas, entonces:

a)	$\neg(p \wedge \neg q)$	**V**	F	NS
b)	$(p \rightarrow q) \vee \neg s$	**V**	F	NS
c)	$s \vee (q \rightarrow p)$	**V**	F	NS

EJERCICIO 5 Si la fbf: $[\,(\mathbf{p} \wedge \neg \mathbf{q}) \leftrightarrow (\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{s})\,] \rightarrow (\neg \mathbf{s} \rightarrow \mathbf{r})$ se interpreta como falsa, la fbf: $[\,(\mathbf{w} \vee (\mathbf{p} \wedge \mathbf{q})\,] \leftrightarrow (\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{s}) \wedge \mathbf{p}$ se interpreta como?

a) F

b) V

c) Depende del valor de la variable w.

d) Depende del valor de la variable r

e) Depende del valor de la fbf: $w \wedge p$

EJERCICIO 6 Si la fbf: **p** se interpreta como verdadera, entonces:

a)	$(p \vee q) \leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q)$	V	**F**	NS
b)	$(p \wedge q) \rightarrow (p \vee r)$	V	F	**NS**
c)	$(p \rightarrow q) \rightarrow r$	V	F	**NS**

EJERCICIO 7 Si la fbf: $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{r}) \rightarrow (\mathbf{q} \vee \mathbf{s})$ se interpreta como falsa, entonces:

a)	$p \wedge [x \vee (r \vee s)]$	V	**F**	NS
b)	$(q \vee r \vee y) \rightarrow s$	V	**F**	NS
c)	$(q \rightarrow x) \rightarrow (y \wedge s)$	V	**F**	NS
d)	$(s \rightarrow x) \rightarrow (y \wedge \neg r)$	V	**F**	NS

EJERCICIO 8 Si las fórmulas fbf: **$(p \wedge q)$** y fbf: **$(q \rightarrow t)$** se interpretan como falsas, entonces:

a) $(\neg p \vee t) \vee s$ $\boxed{V}$ $\boxed{F}$ $\boxed{NS}$

b) $\neg(p \wedge (\neg q \wedge \neg p))$ $\boxed{V}$ $\boxed{F}$ $\boxed{NS}$

c) $\neg p \vee (q \wedge \neg t)$ $\boxed{V}$ $\boxed{F}$ $\boxed{NS}$

EJERCICIO 9 Si la fbf: **$[(r \rightarrow s) \rightarrow t] \leftrightarrow [r \rightarrow (s \rightarrow t)]$** se interpreta como **falsa**, entonces:

a) $(r \leftrightarrow s) \rightarrow (s \leftrightarrow t)$ $\boxed{V}$ $\boxed{F}$ $\boxed{NS}$

b) $(r \rightarrow s) \leftrightarrow (t \rightarrow s)$ $\boxed{V}$ $\boxed{F}$ $\boxed{NS}$

c) $[(r \rightarrow s) \leftrightarrow t] \leftrightarrow [r \leftrightarrow (s \leftrightarrow t)]$ $\boxed{V}$ $\boxed{F}$ $\boxed{NS}$

EJERCICIO 10 Indica el **número de interpretaciones (NºI)** y la **evaluación semántica (Ev)** de las siguientes fbfs proposicionales haciendo, si lo crees conveniente, la tabla de verdad:

1. Fbf1: p

Solución

Nº de variables proposicionales: 1 $\Rightarrow$ NºI (Fbf1) = $2^1 = 2$

Ev(Fbf1)= contingencia.

2. Fbf2: $p \wedge q$

Solución

Nº de variables proposicionales: 2 $\Rightarrow$ NºI (Fbf2) = $2^2 = 4$

Ev(Fbf2) = contingencia.

Tabla de verdad:

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

3. Fbf3: $p \rightarrow p \vee (q \wedge \neg q)$

Solución

Nº de variables proposicionales: 2 $\Rightarrow$ NºI (Fbf3) = $2^2 = 4$

Ev(Fbf3) = tautología.

Tabla de verdad:

p	q	$\neg q$	$q \wedge \neg q$	$p \vee (q \wedge \neg q)$	$p \rightarrow p \vee (q \wedge \neg q)$
V	V	F	F	V	V
V	F	V	F	V	V
F	V	F	F	F	V
F	F	V	F	F	V

EJERCICIO 11 ¿Cómo se debe interpretar la fbf: p, para que la fbf-A: $\mathbf{(p \rightarrow (p \rightarrow \neg p)) \rightarrow (p \rightarrow p \wedge \neg p)}$, sea verdadera?

Solución

Como la fbf: p aparece como antecedente en todos los implicadores de la fbf-A. Es suficiente interpretar "p" como falsa para que dichos implicadores sean verdaderos y por lo tanto la fbf-A también sea verdadera.

EJERCICIO 12 ¿Cómo se debe interpretar la fbf: p para que la fbf-B: $\mathbf{\neg(p \wedge \neg p) \rightarrow p \wedge p}$, sea verdadera?

Solución

La fbf: p, se debe interpretar como verdadera.

EJERCICIO 13 *"Si (<encendido> y <configurado> y <conectado>) entonces <accedo-servidor>*
Si <luce-piloto> entonces <encendido>
Si <icono-parpadea> entonces <conectado>"

1. Si <luce-piloto> e <icono-parpadea> entonces:

a1. <encendido> se interpreta como:	**V**	F	NS
a2. <conectado> se interpreta como:	**V**	F	NS
a3. <accedo-servidor> se interpreta como:	V	F	**NS**

2. Si no <luce piloto> ni <icono parpadea> pero < accedo-servidor> entonces:

a1. No <encendido> se interpreta como:	V	F	**NS**
a2. No <conectado> se interpreta como:	V	F	**NS**
a3. <conectado> se interpreta como:	V	F	**NS**

3. Si no <encendido> ni <conectado> ni <configurado> entonces:

a1. No <luce-piloto> se interpreta como:	**V**	F	NS
a2. No <icono-parpadea> se interpreta como:	**V**	F	NS
a3. No <accedo-servidor> se interpreta como:	V	F	**NS**

4. Si no <encendido> o no <conectado> entonces:

a1. No <luce-piloto> se interpreta como:	V	F	**NS**
a2. No <icono-parpadea> se interpreta como:	V	F	**NS**
a3. No <accedo-servidor> se interpreta como:	V	F	**NS**

5. Si <luce-piloto> o <icono-parpadea> o <configurado> entonces:

a1. <encendido> se interpreta como:	V	F	**NS**
a2. <conectado> se interpreta como:	V	F	**NS**
a3. <accedo-servidor> se interpreta como:	V	F	**NS**

EJERCICIO 14 *En la ficha de la asignatura de M1 aparece la siguiente información sobre cuáles son los requisitos para superar la evaluación Suma/Sigue (SS), que forma parte de la evaluación final de la asignatura:*

Caso 1: *"Si haces los ejercicios, las fichas y sacas un OK de media en los controles, entonces pasas-SS, pero si no haces los ejercicios o no haces las fichas, aunque saques un OK de media en controles, no pasas-SS".*

¿Entiendes cuáles son las condiciones que se exigen para superar la evaluación SS? Contesta a las siguientes preguntas y lo compruebas. Para cada opción debes marcar cuál es la que se interpreta como verdadera.

a) Si haces los ejercicios, entonces:

1:Pasas-SS	2: No pasas-SS	Ni 1 ni 2	1 y 2

b) Si haces los ejercicios y las fichas, entonces:

1:Pasas-SS	2: No pasas-SS	Ni 1 ni 2	1 y 2

c) Si no haces los ejercicios, pero sí haces las fichas, entonces:

1:Pasas-SS	2: No pasas-SS	Ni 1 ni 2	1 y 2

d) Si haces las fichas, pero no tienes OK de media en controles, entonces:

1:Pasas-SS	2: No pasas-SS	Ni 1 ni 2	1 y 2

e) Si haces los ejercicios, las fichas y tienes un OK de media en los controles, entonces:

1:Pasas-SS	2: No pasas-SS	Ni 1 ni 2	1 y 2

f) Si no haces los ejercicios, pero tienes de media en los controles un OK, entonces:

1:Pasas-SS	2: No pasas-SS	Ni 1 ni 2	1 y 2

g) ¿Cuál es una condición **suficiente** para que sea cierto que <pases-SS>?

Hacer ejercicios, fichas y tener OK de media en controles	Hacer ejercicios o fichas o tener OK de media en controles	Es suficiente tener OK de media en controles	Ninguna

h) ¿Cuál es una condición **suficiente** para que sea cierto que **NO** <pases-SS>?

No hacer los ejercicios	No hacer ejercicios pero sacar OK de media en controles	No hacer ejercicios, ni fichas, y no sacar OK de media en controles	Ninguna

i) Para que sea cierto <pasar-SS> ¿es **necesario** que las proposiciones ”hacer los ejercicios, las fichas y tener un OK en la media de los controles” se interpreten a ciertas?

Si	No	No se

Explicación: Las proposiciones A: “hacer los ejercicios, las fichas y tener un OK en la media de los controles” son condiciones suficientes para B: <pasar-SS>, no necesarias ya que son el antecedente del condicional : $A \rightarrow B$

Caso 2: *“Es suficiente hacer los ejercicios o sacar un OK de media en los controles para <pasar-SS>, y si no, entonces no <pasas-SS>”.*

¿Cuáles son ahora las condiciones que se exigen para superar la evaluación SS?

Contesta a las siguientes cuestiones:

a) Si haces los ejercicios, entonces:

1: Pasas-SS	2: No pasas-SS	Ni 1 ni 2	1 y 2

b) Si no haces los ejercicios, pero tienes OK en media de controles, entonces:

1: Pasas-SS	2: No pasas-SS	Ni 1 ni 2	1 y 2

c) Si no haces los ejercicios ni tienes OK de media en controles, entonces:

1: Pasas-SS	2: No pasas-SS	Ninguna	Ambas

d) ¿Cuál es una condición **suficiente** para que sea cierto <pasar-SS>?

Hacer ejercicios o tener OK de media en controles	Hacer ejercicios y tener OK de media en controles	Es suficiente tener OK de media en controles	Ninguna

e) ¿Cuál es una condición **suficiente** para que sea cierto **NO** <pasar-SS>?

No hacer los ejercicios	No hacer ejercicios ni tener OK de media en controles	No tener OK de media en controles	Ninguna

f) Para que sea cierto <pasar-SS> ¿es **necesario** hacer los ejercicios y tener un OK de media de los controles?

Si	No	No se sabe

EJERCICIO 15 ¿Cómo se debe **interpretar** la fórmula "p" para que la fbf1: $(p \rightarrow (p \rightarrow \neg p)) \rightarrow (p \rightarrow p \wedge \neg p)$, sea verdadera?

Solución:
Como la fórmula "p" es antecedente en todos los implicadores que aparecen en la fbf1, es suficiente interpretarla como falsa para que dichos implicadores sean verdaderos y por lo tanto la fbf1 también lo será.

EJERCICIO 16 ¿Cómo se debe **interpretar** la fórmula "p" para que la fbf2: $\neg(p \wedge \neg p) \rightarrow p \wedge p$ sea verdadera?

Solución:
La fórmula "p" debe interpretarse como verdadera.

EJERCICIO 17 Tenemos una base de conocimiento (BC) formada por el siguiente conjunto de sentencias:

S1: Pedro, Luis y María son alumnos y Carles, Chusita y Cristine, profesores;

S2: Pedro es un alumno silencioso;

S3: Carles se deprime y no se entristece;

S4: Cristine ni se deprime ni se entristece, pero Chusita se entristece a pesar de no deprimirse.

Se debe **interpretar** como verdadera o falsa la siguiente sentencia:

S: *Si los alumnos no son silenciosos entonces algunos profesores se deprimirán y entristecerán*,

de acuerdo a la información aportada por las sentencias S1…S4.

Para ello:

1º.-Formalizar las sentencias, S1…S4 y S creando una BC formalizada teniendo en cuenta el marco conceptual:

MC = { Al(x): x es alumno;   Pr(x); x es profesor;   En(x): x se entristece;   De(x): x se deprime;   Si(x): x es silencioso}

2º.- Interpretar la sentencia S:

a) Tomando como alumno a Pedro y como profesor a Carles

b) Para el alumno María y profesores Chusita y Cristine.

Solución:

1º- Formalizar las sentencias S1…S4, S.

Fbf-S1	$Al(pedro) \wedge Al(luis) \wedge Al(maria) \wedge Pr(carles) \wedge Pr(chusita)\ \ Pr(cristine)$
Fbf-S2	$Si(pedro)$
Fbf-S3	$De(carles) \wedge \neg En(carles)$
Fbf-S4	$\neg De(cristine) \wedge \neg En(cristine) \wedge \neg De(chusita) \wedge En(chusita)$
Fbf-S	$\forall x\, [Al(x) \wedge \neg Si(x)] \rightarrow \exists y\, [Pr(y) \wedge De(y) \wedge En(y)]$

2º- Interpretación de S.

6. Es alumno Pedro y profesor Carles.

Interpretación de S para x= pedro y=carles	$\forall x\, [Al(x) \wedge \neg Si(x)] \rightarrow \exists y\, [Pr(y) \wedge De(y) \wedge En(y)]$, para x= Pedro, y= Carles La sentencia S queda según los valores de las variables: x , y, como: $Al(pedro) \wedge \neg Si(pedro) \rightarrow Pr(carles) \wedge De(carles) \wedge En(carles)$ Interpretamos cada componente atómica según información BC: Al(pedro) =V; Pr(carles)=V; De(carles)=V; En(carles)=F; ¬Si(pedro)=F Luego como $Al(pedro) \wedge \neg Si(pedro)$ =F (antecedente F) entonces S se interpreta como verdadera.

7. Para el alumno María y profesores Chusita y Cristine.

Interpretación de S para x=María y=Chusita y=Cristine	$\forall x\ [Al(x) \wedge \neg Si(x)] \rightarrow \exists y\ [Pr(y) \wedge De(y)\ \wedge En(y)]$, para x= Pedro, y= Carles La sentencia S queda según los valores de las variables: x, y, como: $Al(maria) \wedge \neg Si(maria) \rightarrow [Pr(chusita) \wedge De(chusita)] \vee [Pr(cristine) \wedge De(cristine)]$ Interpretamos cada componente atómica según información BC: Al(maria) =V; De(chusite)=F; De(cristine)=F; No podemos interpretar Si(maria) ya que no tenemos información de esta fbf, luego la sentencia S no se puede interpretar como V ni como F, es una contingencia.

Pregunta de examen de la convocatoria de julio 2018.

Cuestiones Explica, brevemente, si las afirmaciones que se plantean son ciertas teniendo en cuenta que R es un razonamiento de n premisas y conclusión Q / R : P_1, P_2, …$P_n \Rightarrow Q$

a) Suponemos que Q es una fórmula lógica de n variables proposicionales distintas. "Para que Q sea una contingencia es necesario que todas sus interpretaciones sean contramodelo" **Falso, una contingencia se caracteriza por tener interpretaciones modelo y contramodeloa.**

b) "Si al menos una premisa Pi es falsa, R es correcto" **Cierto ya que la única interpretación que demuestra que un razonamiento no es válido es que todas las premisas sean ciertas y la conclusión falsa**.

c) "Para que R sea correcto es necesario que la conclusión Q sea una tautología
Falso. Un razonamiento es válido siempre que no se interpreten a la vez las premisas ciertas y Q falsa, no implica que Q tenga que ser tautología.

EJERCICIO (julio 2018)

a) **Formaliza** correctamente las siguientes sentencias en **lenguaje de proposiciones** (fbf) y marca las que son equivalentes. Para esto, si lo crees conveniente, aplica reglas de equivalencia.
Usa MC = { fa: veo fantasma; co: salgo corriendo }.

S1: Salgo corriendo si veo un fantasma.	fbf: $fa \rightarrow co$
S2: Veo un fantasma a menos que no salga corriendo.	fbf: $\neg fa \rightarrow \neg co$
S3: Sólo si salgo corriendo, veo un fantasma.	fbf: $fa \rightarrow co$
S4: Para que no vea al fantasma es suficiente que no salga corriendo.	fbf: $\neg co \rightarrow \neg fa$
S5: Es falso que vea al fantasma y no salga corriendo.	fbf: $\neg(fa \wedge \neg co)$

➔ Sentencias equivalentes: S1, S3, S4 y S5.

b) **Interpreta** la sentencia S2: "**Veo un fantasma a menos que no salga corriendo",** para el caso de que sea cierto que: **"salga corriendo"**

➔ Si "salgo corriendo" la sentencia S2 es cierta cuando "vea al fantasma" y será falsa cuando "no lo vea"

c) Comprueba si las sentencias S1 y S4 son **equivalentes** usando el método del **contraejemplo**.

➔

CONTRAEJEMPLO	
Fbf-S1: fa $\rightarrow$ co	Fbf-S4: $\neg$co $\rightarrow$ $\neg$fa
(fa $\rightarrow$ co) $\leftrightarrow$ $\neg$co $\rightarrow$ $\neg$fa Suponemos que la equivalencia es falsa. fa $\rightarrow$ co = V (1), $\neg$co $\rightarrow$ $\neg$fa = F (2) de (2) tenemos que $\neg$co = V, $\neg$fa = F → co = F, fa = V → con estos valores (1) es F, CONTRADICCIÓN Luego la equivalencia no puede ser falsa.	

EJERCICIO (enero 2017)

1 Interpreta como V (verdadera), F (falsa), NS (no se sabe), cada una de las fbfs anteriores según se interpreten las variables proposicionales en cada caso:

Fbf-a): V **F** NS	Si A = B = F, C = D = V
Fbf-b): **V** F NS	Si A = F
Fbf-c): V F **NS**	Si C = V
Fbf-d): **V** F NS	Si C = F

2 Escribe una interpretación **modelo (I_1) y otra contramodelo (I_2)** para la fbf a) del ejercicio 1.

Escribe la fbf-a)	**A $\vee$ B $\leftrightarrow$ C $\wedge$ D**
I. Modelo	**I_1 = {A** = V, B = V, C = V, D = V }
I. Contramodelo	**I_2 = { A** = V, B = V, C = F, D = V }

EJERCICIO (enero 2017) Determina si la siguiente fórmula lógica es una tautología, contingencia o contradicción utilizando una tabla de verdad. Justifica tu respuesta y define los tres conceptos semánticos citados.

FBF: ($\neg$A $\rightarrow$ B) $\vee$ $\neg$B

Solución

Como la fórmula tiene 2 variables proposicionales tiene 4 interpretaciones que en la tabla de verdad se corresponde con el número de filas.

A	B	$\neg$A	$\neg$B	$\neg$A $\rightarrow$ B	**($\neg$A $\rightarrow$ B) $\vee$ $\neg$B**
V	V	F	F	V	V
V	F	F	V	V	V
F	V	V	F	V	V
F	F	V	V	F	V

La fórmula lógica es una TAUTOLOGÍA ya que sólo tiene interpretaciones que la hacen verdadera. Una fórmula es una contradicción si todas sus interpretaciones la hacen falsa y es contingente cuando algunas interpretaciones hacen que sea verdadera y otras, falsa.

EJERCICIO (julio 2016) **Co**nsidera el siguiente marco conceptual:

MC = { pca: Pili canta; pba: Pili baila; pco: Pili está contenta; pcn: Pili está cansada }

La proposición **P1: "Pili canta o baila a menos que no esté contenta o esté cansada".**

a) Se **formaliza,** según MC, como:

Fbf-P1: $\neg(pca \vee pba) \rightarrow \neg pco \vee pcn$

b) Se **interpreta** como:

a)	Falsa, si Pili canta y está contenta
b)	Verdadera, si Pili canta y baila
c)	Verdadera, si Pili no canta pero está contenta

c) Sea **P2: "Pili no canta ni baila pero está contenta"**. Escribe una proposición P3 que sea **consecuencia** de P1 y P2:

P3:	Pili está cansada

d) Sea **P4: "Si Pili está cansada no debutará"**. Escribe una proposición P5 que sea **consecuencia lógica** de las anteriores Pi, i = 1,2,3,4:

P5:	Pili no debutará

e) Escribe una interpretación I_1 que sea un **modelo** de la fbf-P1:

I_1 =	{ pca = V, pba = F, pco = F, pcn = V }

f) Escribe una interpretación I_2 que sea un **contraejemplo** de la fbf-P1:

I_2 =	{ pca = F, pba = F, pco = V, pcn = F }

EJERCICIO (julio 2016) Para cada una de las siguientes fbfs proposicionales a) $\mathbf{s \to q}$, b) $\mathbf{q \to s}$, c) $\mathbf{q \wedge \neg s}$, demuestra si existe **una interpretación** con la cual se puedan interpretar las fórmulas proposicionales del conjunto $\mathbf{C = \{(p \vee q) \leftrightarrow r,\ (\neg p \vee r) \to s \}}$ como ciertas y alguna de las fórmulas a), b) y c) como falsa.
Justifica cómo obtienes dicha interpretación.

a) $s \to q$	$(p \vee q) \leftrightarrow r = V$, $(\neg p \vee r) \to s = V$, $s \to q = F$, $s = V$, $q = F$. Con la interpretación I = {s = V, q = F; p = V, r = V} las fbf-C se interpretan como V y la fbf-a) como F
b) $q \to s$	$(p \vee q) \leftrightarrow r = V$, $(\neg p \vee r) \to s = V$, $q \to s = F$ => $q = V$, $s = F$, con estos valores tenemos que: $p \vee q = V$ => $r = V$ => $\neg p \vee r = V$ => $(\neg p \vee r) \to s = F$, por lo tanto no existe una I que interprete las fbf de C como V y la fbf-b) como F
c) $q \wedge \neg s$	$(p \vee q) \leftrightarrow r = V$, $(\neg p \vee r) \to s = V$, $q \wedge \neg s = F$, con la interpretación I = {s = V, q = V, p = V, r =V} se demuestra que las fbf de C son V y la fbf- c) = F

EJERCICIO (enero 2016) Considera el marco conceptual: **MC = { ae: Ana estudia; at: Ana trabaja; fe: Ana es feliz }**

La proposición **P1: "Es necesario que Ana trabaje o estudie para que sea feliz".**

a) Se **formaliza,** según MC, como:

Fbf-P1: $fe \to ae \vee at$

b) Se **interpreta** como:

a)	Falsa, si Ana trabaja y estudia pero no es feliz
b)	Verdadera, si Ana trabaja y estudia pero no es feliz
c)	Tautología si Ana trabaja, estudia y es feliz

c) Es **equivalente** a la proposición:

a)	Si Ana es feliz entonces estudia o trabaja
b)	Es suficiente que Ana estudie o trabaje para que sea feliz
c)	Ana estudia o trabaja a menos que sea feliz

d) Cuando **P2: "Ana es feliz"** de las proposiciones P1 y P2 se deduce (si es el caso, marca con círculo la(s) Pi):

a)	Nada
b)	P3:" Ana estudia, P4: "Ana trabaja", P5: "Ana trabaja o estudia"

e) Cuando **P2: "Ana no es feliz"** de las proposiciones P1 y P2 se deduce (si es el caso, marca con círculo la(s) Pi):

a)	Nada
b)	P3:" Ana no estudia, P4: "Ana no trabaja", P5: "Ana ni trabaja ni estudia"

f) Escribe una interpretación **contraejemplo** I de la fbf-P1:

I = { fe = V, ae = F, at = F }

EJERCICIO (enero 2016) **Clasifica semánticamente** como tautología, contradicción o indeterminación, la siguiente fórmula lógica utilizando tablas de verdad. Justifica tu respuesta y define los tres términos semánticos.

$$(p \rightarrow \neg q) \vee (q \rightarrow \neg p)$$

Solución

p	q	¬p	¬q	A: p → ¬q	B: q → ¬p	A ∨ B
V	V	F	F	F	F	F
V	F	F	V	V	V	V
F	V	V	F	V	V	V
F	F	V	V	V	V	V

La fórmula lógica dada se clasifica como indeterminación ya que tiene interpretaciones que la hacen verdadera y otras que la hacen falsa.

Tautología: todas las posibles interpretaciones hacen que la fórmula sea verdadera

Contradicción: todas las posibles interpretaciones hacen que la fórmula sea falsa.

EJERCICIO (enero 2014) Para cada expresión Ei (i=1,2) escribe la fbf-Ei, después estudia si existe, y, si es el caso, escribe, una **interpretación modelo y/o contramodelo.** Si la fbf no admite alguna de dichas interpretaciones explica por qué, pero para la que exista, interpreta con ella la fbf-Ei. Después clasifica cada fbf-Ei. A, B y C proposiciones cualesquiera el marco conceptual MC= {a: A; b: B; c: C}

a) E1: Es cierto A y B a menos que lo sea C

<table>
<tr><td colspan="2">Fbf-E1: ¬(a ∧ b) → c</td></tr>
<tr><td>Interpretación modelo
Ii ={ a=V, b=V, c=V}
La fbf-E1 se interpreta como verdadera</td><td>Interpretación contramodelo
Ii = { a=F, b=F, c=F}.
La fbf-E1 se interpreta como falsa</td></tr>
<tr><td colspan="2">La fbf-E1 es contingente ya que existe al menos una interpretación modelo y otra contramodelo</td></tr>
</table>

b) E2: Si es cierto A entonces es cierto B, si y sólo si, o es falso A o es cierto B

<table>
<tr><td colspan="2">Fbf-E2: (a → b) ↔ (¬a ∨ b)</td></tr>
<tr><td>Interpretación modelo
Ii ={ a=V, b=V, c=V}
La fbf-E2 se interpreta como verdadera</td><td>Interpretación contramodelo
Ii no existe</td></tr>
<tr><td colspan="2">La fbf-E2 es una tautología ya que no existe ninguna interpretación contraejemplo que la haga F.
La fbf-E2 se corresponde con el esquema de la regla DI2.</td></tr>
</table>

EJERCICIO (julio 2014)

La proposición **P1**: ***"Es necesario que Ana baile o cante para que sea feliz y esté contenta"*** , se **formaliza** con el marco conceptual **MC** = { **ba**: Ana baila; **ca**: Ana canta; **fe**: Ana es feliz; **co**: Ana está contenta}

como **Fbf-P1:** $\mathbf{fe \wedge co \rightarrow ba \vee ca}$ y se **interpreta** como:

a)	Falsa, si Ana baila pero no canta ni está contenta
b)	**Verdadera, si Ana baila pero no canta ni está contenta**
c)	Tautología, cuando Ana baile, cante, sea feliz y esté contenta
d)	Contradicción, cuando Ana no baile, ni cante, ni sea feliz y no esté contenta

Escribe una interpretación **modelo (I1) y otra contramodelo (I2)** para la proposición P1 del ejercicio anterior.

Modelo	**I1 = {**ba = V, ca = V, fe = V, co = V }
Contramodelo	**I2 = {**fe = V, co = V, ba = F, ca=F }