SOLUCIONES A LOS EJERCICIOS DEL CONTROL DEL TEMA 2

Ejercicio. Un armario tiene dos cajones. El cajón A contiene 4 monedas de oro y 2 de plata; el cajón B contiene 3 de oro y 3 de plata. Se abre un cajón al azar y se extrae una moneda.

Calcular:
(a) Probabilidad de que se haya abierto el cajón B y se haya extraído una moneda de oro.
(b) Probabilidad de que se haya abierto el cajón A, sabiendo que se ha extraído una moneda de oro.

Solución: Se tiene los sucesos y probabilidades siguientes:

A = {Se abre el cajón A}	P (A) = 1/2
B = {Se abre el cajón B}	P (B) = 1/2
O = {La moneda es de oro}	P (O | A) = 2/3
P = {La moneda es de plata}	P (O | B) = 1/2

(a) P (B ⋂ O) = P (B)P (O | B) = 1/2 x 1/2 = 1/4

(b) $\mathrm{P}(A \mid O)$. Aplicaremos el teorema de Bayes

$$\begin{aligned} \mathrm{P}(A \mid O) &= \frac{\mathrm{P}(A)\cdot\mathrm{P}(O \mid A)}{\mathrm{P}(A)\cdot\mathrm{P}(O \mid A)+\mathrm{P}(B)\cdot\mathrm{P}(O \mid B)} \\ &= \frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}}{\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}} \\ &= \frac{4}{7}. \end{aligned}$$

Ejercicio. Un juego consiste en lanzar dos dados; se gana si la suma de puntuaciones es 7. Si un jugador es tramposo (lleva sus dados trucados), gana con seguridad. Suponiendo que el 50% de los jugadores de dados son tramposos, hallar la probabilidad de que un determinado jugador que ha ganado sea tramposo.

Solución: La probabilidad de sacar 7 es $\frac{1}{6}$; consideremos los sucesos

$$\begin{aligned} T &= \{\text{El jugador es tramposo}\} \\ G &= \{\text{El jugador gana}\} \end{aligned}$$

Sabemos que

$$\mathrm{P}(T) = \frac{1}{2}, \qquad \mathrm{P}(\overline{T}) = \frac{1}{2}$$
$$\mathrm{P}(G \mid T) = 1, \quad \mathrm{P}(G \mid \overline{T}) = \frac{1}{6}$$

Nos piden $\mathrm{P}(T \mid G)$ para lo que utilizaremos Bayes

$$\mathrm{P}(T \mid G) = \frac{\frac{1}{2}\cdot 1}{\frac{1}{2}\cdot 1 + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{6}} = \frac{6}{7}.$$

Ejercicio. La probabilidad de que un cliente compre un producto de la marca A es 0,6 mientras que la probabilidad de que compre un producto de la marca E es 0,5. Se sabe también que la probabilidad de que un cliente compre un producto de la marca E no habiendo comprado el producto de la marca A es 0,4.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que un cliente haya comprado sólo el producto de la marca E?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que un cliente no haya comprado productos de ninguna de las dos marcas?

Solución:

A= compra producto de la marca A $\bar{A}$ = no compra producto de la marca A

E = compra producto de la marca E $\bar{E}$ = no compra producto de la marca E

$P(A) = 0,6$

$P(\bar{A})=0,4$

$P(E) = 0,5$

$P(E/\bar{A})= 0,4$

a) $P(E \cap \bar{A}) = P(\bar{A})P(E/\bar{A}) = 0,4 \times 0,4 = 0,16$

b) $P(\bar{A} \cap \bar{E}) = P(\bar{A})P(\bar{E}/\bar{A}) = 0,4 \times 0,6 = 0,24$

$P(\bar{E}/\bar{A}) = 1 - P(E/\bar{A})= 1 - 0,4 =0,6$

Ejercicio. Sabemos que el 8% de las personas que entran en una tienda de Informática son mujeres jóvenes y que en esa misma tienda, de las mujeres que entran el 40% son jóvenes. Calcular la probabilidad de que si en la tienda tropezamos aleatoriamente con una persona, ésta sea un hombre.

Solución:

J= {ser joven}
M= {ser mujer}
H= {ser hombre}

Si $P(M \cap J)=0,08$ y además $P(J/M)=0,4$

$P(J/M)= P(M \cap J)/P(M) = 0,08/P(M) \rightarrow P(M) = 0,08/ 0,4 = 0, 2$
$P(M) = 0, 2$

luego $P(H)= 1- P(M) =1- 0,2 =0,8$