Ejercicio 2

① Talla del problema:

$\boxed{\text{Unsigned } n}$

② No tiene caso peor ni mejor:

- Pasa por los dos for
- El primero $i=1$ hasta $n-2$
- El segundo lo hará i veces.

- No hay caso mejor ni peor porque no presenta más de una instancia

③ Calcular $T(n)$:

$\boxed{\text{El } T(n) \text{ es } (n-2)^2}$

- Primer for $(n-2)$
- Segundo for i veces, que es $(n-2)$

$\rightarrow (n-2)^2$

④ Clase de $T(n)$

$\boxed{T(n) \in \Theta(n^2)}$

$$\boxed{T(n) = F(n) = \begin{cases} 1 & n \leq 1 \\ (n-2)^2 + 4 \cdot F(n/2) & n > 1 \end{cases}}$$

Recursión

$$\boxed{T(n) = F(n) = \begin{cases} 1 & n \le 1 \\ (n-2)^2 + 4 \cdot F\left(\frac{n}{2}\right) & n > 1 \end{cases}}$$

$$F(n) \overset{①}{=} (n-2)^2 + 4 \cdot F\left(\frac{n}{2}\right) = n^2 + 4 \cdot F\left(\frac{n}{2}\right) \overset{②}{=} n^2 + 4\left[\left(\frac{n}{2}\right)^2 + 4 \cdot F\left(\frac{n}{4}\right)\right] =$$

$$= n^2 + 4\left(\frac{n}{2}\right)^2 + 16 \cdot F\left(\frac{n}{4}\right) \overset{③}{=} n^2 + 4\left(\frac{n}{2}\right)^2 + 16\left[\left(\frac{n}{4}\right)^2 + 4 \cdot F\left(\frac{n}{8}\right)\right] =$$

$$= n^2 + \cancel{4}\frac{n^2}{\cancel{4}} + 16\left(\frac{n}{4}\right)^2 + 64\, F\left(\frac{n}{8}\right) = 2n^2 + \cancel{16}\frac{n^2}{\cancel{16}} + 64 \cdot F\left(\frac{n}{8}\right) =$$

$$= 3n^2 + 64 \cdot F\left(\frac{n}{8}\right) = kn^2 + 2^{2k} \cdot F\left(\frac{n}{2^k}\right) \quad \boxed{\forall\, k : 1 \le k \le \log_2 n}$$

$$\boxed{\frac{n}{2^k} = 1} \to \boxed{n = 2^k \to k = \log_2 n}$$

- $F(\log_2 n) = \log_2 n \cdot n^2 + 2^{2 \cdot \log_2 n} \cdot F\left(\frac{n}{2^{\log_2 n}}\right) =$

$$= \log_2 n \cdot n^2 + 2^{2 \cdot \log_2 n} \cdot 1 = \log_2 n \cdot n^2 + 2^{2 \cdot \log_2 n} =$$

$$2^{2\log_2 n} = 2^{\log_2 n^2} = (n^2)^{\log_2 n} = (n^2)^1 = n^2$$

$$= \log_2 n \cdot n^2 + n^2$$

$$\boxed{T(n) \in \Theta(n^2 \cdot \log_2 n)}$$

Ejercicio 3

① Talla del problema:

$$\boxed{n = ult - pri + 1}$$

② Caso Mejor y caso peor:

Caso Mejor

pal [0] != pal [n-1]

Caso Peor

$\forall i$ 0...n pal [i] == pal[n-i-1]

Cuando la palabra es palíndrome realizará el caso recursivo.

③ Calcular $T(n)$:

Caso Mejor

$$\sum_{i=1}^{n-1} 1 = ((n-1) - 1 + 1)\frac{1+1}{2} = \boxed{n-1}$$

Caso Peor

$$\sum_{i=1}^{n-1} 1 = ((n-1) - 1 + 1)\frac{1+1}{2} = \boxed{n-1}$$

④ Clase de $T(n)$:

Caso Mejor

$$\boxed{T_M(n) \in \Omega(n)}$$

la llamada recursiva no se lleva a cabo.

Caso Peor

$$\boxed{T_P(n) \in O(n)}$$

Recursión.

$$\boxed{T_P(n) = F(n) = \begin{cases} 1 & n \leq 1 \\ n + F(n-2) & n > 1 \end{cases}}$$

$$\boxed{T_P(n) = F(n) = \begin{cases} 1 & n \leq 1 \\ n + F(n-2) & n > 1 \end{cases}}$$

$$F(n) \overset{1}{=} n + F(n-2) \overset{2}{=} n + [n-2+F(n-4)] = 2n-2+F(n-4) =$$

$$\overset{3}{=} 2n-2+[n-4+F(n-6)] = 3n-6+F(n-6) =$$

$$\overset{4}{=} 3n-6+[n-6+F(n-8)] = 4n-12+F(n-8) =$$

$$= in - \sum_{k=1}^{i-1}(2k) + F(n-2i) = Kn - 2\sum_{i=1}^{K-1} i + F(n-2K)$$

$$\forall\, K: 1 \leq K \leq \frac{n}{2} \qquad n-2K=1 \rightarrow n=2K \rightarrow \boxed{K=\frac{n}{2}}$$

- $F\left(\frac{n}{2}\right) = \frac{n}{2}n - 2\sum_{i=1}^{\frac{n}{2}-1} i + F\left(n-2\frac{n}{2}\right) = \frac{n^2}{2} - 2\sum_{i=1}^{\frac{n}{2}-1} i + 1 =$

$$= \frac{n^2}{2} + 1 - 2\sum_{i=1}^{\frac{n}{2}-1} i$$

$$\boxed{T(n) \in O(n^2)}$$