ESTADÍSTICA .... enero 2017

1. (2'5 puntos). La probabilidad de que un cliente compre un producto de la marca A es 0,6 mientras que la probabilidad de que compre un producto de la marca E es 0,5. Se sabe también que la probabilidad de que un cliente compre un producto de la marca E no habiendo comprado el producto de la marca A es 0,4.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que un cliente haya comprado sólo el producto de la marca E?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que un cliente no haya comprado productos de ninguna de las dos marcas?

<u>Solución</u>:

A= compra producto de la marca A $\quad \bar{A}$ = no compra producto de la marca A

E = compra producto de la marca E $\quad \bar{E}$ = no compra producto de la marca E

P(A) = 0,6

P($\bar{A}$)=0,4

P(E) = 0,5

P(E/$\bar{A}$)= 0,4

a) $P(E \cap \bar{A}) = P(\bar{A})P(E/\bar{A}) = 0,4 \times 0,4 = 0,16$

b) $P(\bar{A} \cap \bar{E}) = P(\bar{A})P(\bar{E}/\bar{A}) = 0,4 \times 0,6 = 0,24$

$P(\bar{E}/\bar{A}) = 1 - P(E/\bar{A}) = 1 - 0,4 = 0,6$

2. (2'5 puntos). Sea *X* el número de iPhone 7 vendidos durante una semana en un Centro Comercial. La función de cuantía (función de probabilidad) de X es:

X	0	1	2	3	4
f(*x*)	0,1	0,2	0,3	0,25	0,15

El número *Y* de clientes que compra el IPhone con un seguro es:

$$Y = \begin{cases} 0 & si\ X = 0,1,2 \\ X-2 & en\ otro\ caso \end{cases}$$

a) Calcular la función de cuantía (función de probabilidad) de la variable (*X*,*Y*)
b) ¿Son independientes *X* e *Y*?
c) Calcular la función de cuantía condicional (función de probabilidad condicional) $g_1(x/Y=1)$

Solución:

Solución: Y toma valores $\in \{0, 1, 2\}$. La cuantía conjunta es

Y						
2	0	0	0	0	0'15	
1	0	0	0	0'25	0	
0	0'1	0'2	0'3	0	0	
	0	1	2	3	4	X

La cuantía marginal de X es conocida y la de Y es

Y	0	1	2
f_2	0'6	0'25	0'15

Se observa que NO son independientes. La cuantía condicional es

$(X\|Y=1)$	0	1	2	3	4
g_1	0	0	0	1	0

El resultado era previsible pues si $Y = 1$, necesariamente es $X = 3$

3. (2'5 puntos). Un juego consiste en extraer una bola de una urna que contiene 2 bolas blancas, 3 rojas y 5 negras. Si la bola extraída es negra pierde lo apostado y finaliza el juego. Si es roja, recibe lo apostado y deja de jugar. Y, finalmente, si la bola extraída es blanca lanza una moneda, cobrando el doble de lo apostado si obtiene cruz, o cuatro veces lo apostado si sale cara. Si para jugar hay que pagar 1€ y el jugador juega 15 veces, ¿cuál será el posible beneficio o pérdida que tendrá?

Solución:

Sea X_i = {Beneficio de una jugada i}

x_i	$f(x_i)$
-1	$\frac{CF}{CP} = \frac{C_{5,1}}{C_{10,1}} = \frac{5}{10}$
0	$\frac{CF}{CP} = \frac{C_{3,1}}{C_{10,1}} = \frac{3}{10}$
-1+2 = 1	$\frac{C_{2,1}}{C_{10,1}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{10}$
-1+4 = 3	$\frac{C_{2,1}}{C_{10,1}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{10}$

El beneficio esperado tras las 15 veces que juega será: $E(X) = E(\sum_{i=1}^{15} X_i) = \sum_{i=1}^{15} E(X_i) = 15 \cdot E(X_i)$. Por tanto, hay que calcular $E(X_i)$:

$$E(X_i) = \sum_i x_i \cdot f(x_i) = (-1) \cdot \frac{5}{10} + 0 \cdot \frac{3}{10} + 1 \cdot \frac{1}{10} + 3 \cdot \frac{1}{10} = -\frac{1}{10}$$

Por lo que el beneficio esperado tras las 15 jugadas será: $E(X) = 15 \cdot E(X_i) = 15 \cdot \frac{-1}{10} = -1'5$

4. (2'5 puntos). En un programa de televisión, se propone un juego al concursante que consiste en lo siguiente. Sabiendo que aproximadamente el 70% de la población no fuma, debe elegir 50 personas del público. Para ganar debe elegir una de las dos siguientes condiciones y que se cumpla:

a) El número de no fumadores que hay entre los elegidos es mayor de 30
b) Se va preguntando uno a uno a los elegidos y se tienen ya más de 10 fumadores. Teniendo en cuenta esto, no deben superarse los 18 fumadores

¿Cuál es la más probable que se cumpla?

<u>**Solución**</u>:

X = {NO FUMADORES} => X~B(50,0'7) ; Y = {FUMADORES} => Y~B(50,0'3)

a) ¿P(X > 30)?

$P(X > 30) = 1 - P(X \leq 30)$; como n=50, no se pueden utilizar las tablas de la Binomial. Aproximando por la Normal: $Z = \frac{X-E(X)}{+\sqrt{VAR(X)}} \sim N(0,1)$

$E(X) = n \cdot p = 50 \cdot 0'7 = 35$ y $VAR(X) = n \cdot p \cdot q = 50 \cdot 0'7 \cdot 0'3 = 10'5$

$$P(X > 30) = 1 - P(X \leq 30) = [Aprox. Normal] = 1 - P(Z \leq \frac{30-35}{+\sqrt{10'5}})$$
$$= 1 - \phi(\frac{-5}{3'24}) =$$
$$= 1 - \phi(-1'54) = 1 - [1 - \phi(1'54)] = \phi(1'54) = [Tablas] = 0'938220$$

b) ¿$P(Y \leq 18 \,/\, Y > 10)$?

$P(Y \leq 18 \,/\, Y > 10) = \frac{P(\,(Y \leq 18) \cap (Y > 10)\,)}{P(Y>10)} = \frac{P(10 < Y \leq 18))}{1-P(Y \leq 10)} = \frac{F(18) - F(10)}{1 - P(Y \leq 10)}$; como n=50, no se pueden utilizar las tablas de la Binomial.

Aproximando por la Normal: $Z = \frac{Y-E(Y)}{+\sqrt{VAR(Y)}} \sim N(0,1)$

$E(Y) = n \cdot p = 50 \cdot 0'3 = 15$ y $VAR(Y) = n \cdot p \cdot q = 50 \cdot 0'3 \cdot 0'7 = 10'5$

$$F(18) = P(Y \leq 18) = [Aprox. Normal] = P(Z \leq \frac{18-15}{+\sqrt{10'5}}) = \phi(\frac{3}{3'24}) =$$
$$= \phi(0'93) = [Tablas] = 0'823814$$

$$F(10) = P(Y \leq 10) = [Aprx. Normal] = P(Z \leq \frac{10-15}{+\sqrt{10'5}}) = \phi(\frac{-5}{3'24}) = 1 - \phi(\frac{5}{3'24}) =$$
$$= 1 - \phi(1'54) = [Tablas] = 1 - 0'938220 = 0'06178$$

Así pues, $P(Y \leq 18 \,/\, Y > 10) = \frac{F(18) - F(10)}{1 - P(Y \leq 10)} = \frac{0'823814 - 0'06178}{1 - 0'06178} = \frac{0'762034}{0'938220} = 0'81221$

Por tanto, la opción más probable es la ***a)***