1 En una casa hay tres llaveros; el primero A con cinco llaves, el segundo B con siete y el tercero C con ocho, de las que sólo una de cada llavero abre la puerta del trastero. Se escoge al azar un llavero y, de él una llave para abrir el trastero. Se pide:

(a) ¿Cuál es la probabilidad de que se acierte con la llave que abre la puerta?

(b) ¿Cuál es la probabilidad de que el llavero escogido sea el tercero y la llave no abra?

(c) Si la llave escogida es la correcta, ¿cuál es la probabilidad de que pertenezca al primer llavero A?

Solución: Se consideran los sucesos

- $D = \{$ La llave abre $\}$
- $A = \{$ Se elige el llavero A $\}$
- $B = \{$ Se elige el llavero B $\}$
- $C = \{$ Se elige el llavero C $\}$

Tenemos que

$$\mathrm{P}(A) = \mathrm{P}(B) = \mathrm{P}(C) = 1/3, \mathrm{P}(D \mid A) = \frac{1}{5}, \mathrm{P}(D \mid B) = \frac{1}{7}, \mathrm{P}(D \mid C) = \frac{1}{8}$$

(a) Aplicando el teorema de la probabilidad total
$\mathrm{P}(D) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{7} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{8} = 0'1559$

(b) $\mathrm{P}\left(C \cap \overline{D}\right) = \mathrm{P}(C)\,\mathrm{P}\left(\overline{D} \mid C\right) = \frac{1}{3} \cdot \frac{7}{8} = 0'2917$

(c) $\mathrm{P}(A \mid D) = \dfrac{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5}}{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{7} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{8}} = 0'4275$

2 Las marcas obtenidas por un lanzador de peso sigue una variable aleatoria con densidad

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2}{9}, & 0 < x < 3 \\ 0, & \text{en el resto} \end{cases}$$

donde las distancias, X, se miden en decámetros.

(a) *(1 punto)* Calcula la probabilidad condicionada de que la marca sea superior a 25 metros sabiendo que es superior a 20 metros.

(b) *(1 punto)* Calcula la distancia media en metros.

Solución:

(a) $\mathrm{P}\left(X > 2'5 \mid X > 2\right) = \dfrac{\mathrm{P}\left(X > 2'5\right)}{\mathrm{P}\left(X > 2\right)}$. Efectuando los cálculos

$$\int_{2'5}^{3} \frac{x^2}{9}\,dx = \left[\frac{x^3}{27}\right]_{2'5}^{3} = 0'4213, \qquad \int_{2}^{3} \frac{x^2}{9}\,dx = \left[\frac{x^3}{27}\right]_{2}^{3} = 0'7037.$$

La solución es, por tanto, $\dfrac{0'4213}{0'7037} = 0'5987$.

(b) $\mathrm{E}\left(X\right) = \displaystyle\int_0^3 x \cdot \frac{x^2}{9}\,dx = \left[\frac{x^4}{36}\right]_0^3 = 2'25$. La media es $22'5$ metros.

3 Se dispone de una caja con 3 piezas aptas y 2 defectuosas. Se extraen aleatoriamente 2 piezas sin reemplazamiento, y se definen las variables aleatorias:

$$X = \begin{cases} 1, & \text{si la } 1^a \text{ pieza es apta} \\ 0, & \text{si la } 1^a \text{ pieza no es apta} \end{cases} \qquad Y = \begin{cases} 1, & \text{si la } 2^a \text{ pieza es apta} \\ 0, & \text{si la } 2^a \text{ pieza no es apta} \end{cases}$$

(a) *(1 punto)* Hallar la función de cuantía conjunta y las marginales

(b) *(1 punto)* Hallar la covarianza $\mathrm{Cov}\left(X, Y\right)$

Solución:

(a) La función de cuantía es

Y			
1	6/20	6/20	
0	2/20	6/20	
	0	1	X

Las marginales:

X	0	1
f_1	2/5	3/5

Y	0	1
f_2	2/5	3/5

(b) Haciendo cálculos

- $\mathrm{E}\left(X\right) = \mathrm{E}\left(Y\right) = 3/5$
- $\mathrm{E}\left(XY\right) = 6/20 = 3/10$

Por tanto, $\mathrm{Cov}\,(X,Y) = 3/10 - 3/5 \cdot 3/5 = -3/50$

4 Una compañía aérea observa que el 10 % de las plazas reservadas no se cubren, por ello decide aceptar reservas en un 5 % más de las disponibles. ¿Cuál es la probabilidad de que en un avión de 500 plazas algún pasajero que ha hecho la reserva se quede sin plaza? *(Supóngase que todas las plazas reservadas han sido vendidas)*

Solución: Se han reservado $500 + 25 = 525$ plazas. Llamando X al número de pasajeros que acuden al vuelo, tenemos que $X \sim B(525, 0'9)$ y se tiene que calcular $\mathrm{P}\,(X > 500)$. Aproximando por la distribución normal, se tiene que

$$X \approx N(472'5, 6'87).$$

Entonces

$$\begin{aligned}
\mathrm{P}\,(X > 500) &= \mathrm{P}\left(Z > \frac{500 - 472'5}{6'87}\right) \\
&= \mathrm{P}\left(Z > 4'002\right) \\
&= 1 - 0'999968 \\
&= 0'000032.
\end{aligned}$$

1 Se celebra un casting televisivo en dos sedes, Madrid y Sevilla. En Madrid se seleccionan 20 chicos y 30 chicas, que reunimos en una sala. Allí se mezclan al azar y se colocan en fila india. Lo mismo hacemos en Sevilla, donde se han seleccionado 30 chicos y 50 chicas.

Lanzamos una moneda (equilibrada): si sale cara, llamamos a Sevilla y escogemos al candidato que ocupe la primera posición de la lista. Si sale cruz, hacemos lo mismo, pero en Madrid.

(a) *(0'5 puntos)* ¿Cuál es la probabilidad de que el candidato elegido sea un chico?

(b) *(0'5 puntos)* Juan González es uno de los seleccionados en Sevilla ¿Cuál es la probabilidad de que sea el candidato finalmente elegido?

(c) *(0'5 puntos)* Se ha efectuado el proceso de elección del candidato final, que resulta ser una chica. ¿Con qué probabilidad será madrileña?

(d) *(1 punto)* Ahora cambiamos el procedimiento: reunimos a todos los seleccionados en un hotel de Barcelona, los mezclamos y colocamos en fila india; y elegimos al candidato que ocupe la primera posición. La probabilidad de que Juan González haya sido el elegido ¿coincide con la del apartado (b)? Y la probabilidad de que el candidato sea chico ¿coincide con la del apartado (a)? Medita sobre el asunto

Solución: Llamamos

$$\begin{aligned}
M &= \{\text{Se elige alguien de Madrid}\}\\
S &= \{\text{Se elige alguien de Sevilla}\}\\
C_o &= \{\text{Se elige un chico}\}\\
C_a &= \{\text{Se elige una chica}\}\\
J &= \{\text{Es elegido Juan González}\}
\end{aligned}$$

Se tienen las probabilidades

$$\begin{aligned}
\mathrm{P}(M) &= 1/2\\
\mathrm{P}(S) &= 1/2\\
\mathrm{P}(C_o \mid M) &= 2/5\\
\mathrm{P}(C_o \mid S) &= 3/8\\
\mathrm{P}(C_a \mid M) &= 3/5\\
\mathrm{P}(C_a \mid S) &= 5/8
\end{aligned}$$

(a) $\mathrm{P}(C_o) = \mathrm{P}(M)\,\mathrm{P}(C_o \mid M) + \mathrm{P}(S)\,\mathrm{P}(C_o \mid S) = 1/2 \cdot 2/5 + 1/2 \cdot 3/8 = 31/80 = 0'3875$

(b) $\mathrm{P}(J) = \mathrm{P}(M)\,\mathrm{P}(J \mid M) + \mathrm{P}(S)\,\mathrm{P}(J \mid S) = 1/2 \cdot 0 + 1/2 \cdot 1/80 = 1/160 = 0'00625$

(c)

$$\mathrm{P}(M \mid C_a) = \frac{\mathrm{P}(M \cap C_a)}{\mathrm{P}(C_a)} = \frac{\mathrm{P}(M)\,\mathrm{P}(C_a \mid M)}{\mathrm{P}(C_a)} = \frac{1/2 \cdot 3/5}{1 - 0'3875} = 0'4898$$

(d) Al estar todos los candidatos juntos, las probabilidades cambian; en efecto

(1) $\mathrm{P}(C_o) = 50/130 = 0'3846$
(2) $\mathrm{P}(J) = 1/130 = 0'007692$

El experimento es distinto, el espacio muestral otro y, en consecuencia, distintas las probabilidades.

2 Sea X una variable aleatoria discreta que denota el número de averías que un operario resuelve en una jornada de trabajo, con función de cuantía dada por

$$f(x) = \frac{k}{x+1}, \quad x \in \{0, 1, 2, 3\}$$

(a) *(0'75 puntos)* Calcular $\mathrm{P}(X > 1)$ y $\mathrm{P}(X > 0 \mid X < 3)$.

(b) *(0'75 puntos)* Calcula el número medio de averías que soluciona al día.

(c) *(1 punto)* Si su sueldo es de 60 euros por jornada laboral y si le pagan un plus de 20 euros por cada avería solucionada que exceda de una al día ¿cuál es el sueldo diario medio?

Solución: Tenemos que hallar el valor de k; se obtiene sumando las probabilidades e igualando a 1

$$f(0) + f(1) + f(2) + f(3) = 1 \quad \rightarrow \quad \frac{k}{1} + \frac{k}{2} + \frac{k}{3} + \frac{k}{4} = 1$$
$$\frac{25k}{12} = 1 \quad \rightarrow \quad k = \frac{12}{25}.$$

La función de cuantía es, por tanto

X	0	1	2	3
$f(x)$	12/25	6/25	4/25	3/25

(a)

$$\mathrm{P}(X > 1) = \frac{4}{25} + \frac{3}{25} = \frac{7}{25}$$
$$\mathrm{P}(X > 0 \mid X < 3) = \frac{\mathrm{P}(0 < X < 3)}{\mathrm{P}(X < 3)} = \frac{6/25 + 4/25}{22/25} = \frac{10}{22} = \frac{5}{11}.$$

(b)

$$\mathrm{E}(X) = 0 \cdot \frac{12}{25} + 1 \cdot \frac{6}{25} + 2 \cdot \frac{4}{25} + 3 \cdot \frac{3}{25} = \frac{23}{25}.$$

(c) La variable sueldo S tiene los valores

$$S = \begin{cases} 60 & \text{si } X \in \{0,1\} \\ 80 & \text{si } X = 2 \\ 100 & \text{si } X = 3 \end{cases}$$

En consecuencia su cuantía es

S	60	80	100
f_S	$18/25$	$4/25$	$3/25$

Luego $\mathrm{E}(S) = 60 \cdot \frac{18}{25} + 80 \cdot \frac{4}{25} + 100 \cdot \frac{3}{25} = 68.$

3 Se tiene la siguiente función de cuantía de una v.a. (X, Y)

Y					
3	0	$3/8$	$3/8$	0	
1	$1/8$	0	0	$1/8$	
	0	1	2	3	X

Hallad

(a) *(1 punto)* La covarianza $\mathrm{Cov}(X, Y)$

(b) *(1 punto)* $\mathrm{E}(X \mid Y = 1)$

(c) *(0'5 puntos)* ¿Son independientes? Razónese la respuesta

Solución:

(a) Se debe calcular $\mathrm{E}(X), \mathrm{E}(Y)$ y $\mathrm{E}(XY)$. Las distribuciones marginales son

X	0	1	2	3
f_1	$1/8$	$3/8$	$3/8$	$1/8$

Y	1	3
f_2	$2/8$	$6/8$

Calculando..

- $\mathrm{E}(X) = 0 \cdot \frac{1}{8} + 1 \cdot \frac{3}{8} + 2 \cdot \frac{3}{8} + 3 \cdot \frac{1}{8} = \frac{3}{2}$
- $\mathrm{E}(Y) = 1 \cdot \frac{2}{8} + 3 \cdot \frac{6}{8} = \frac{5}{2}$
- $\mathrm{E}(XY) = 1 \cdot 3 \cdot \frac{3}{8} + 2 \cdot 3 \cdot \frac{3}{8} + 3 \cdot 1 \cdot \frac{1}{8} = \frac{15}{4}$

Por tanto $\mathrm{Cov}(X,Y) = \dfrac{15}{4} - \dfrac{3}{2}\dfrac{5}{2} = 0$

(b) La distribución condicional es

$(X\|Y=1)$	0	3
$g_1(x\|1)$	$1/2$	$1/2$

de donde $\mathrm{E}(X \mid Y=1) = \dfrac{3}{2}$

(c) Como no coinciden las cuantías $f_1(x)$ y $g_1(x|1)$, NO son independientes. Otra prueba: $f(0,1) = \dfrac{1}{8}$ mientras que $f_1(0)\cdot f_2(1) = \dfrac{1}{8}\cdot\dfrac{2}{8} = \dfrac{1}{32}$

4 *(2'5 puntos)* Un plaguicida se consigue con la mezcla de dos sustancias con concentraciones de insecticida que siguen las siguientes concentraciones normales

$$X_1 \sim N(200, 25), \qquad X_2 \sim N(20, 5)$$

La mezcla se hace utilizando el doble de X_2 que de X_1. Teniendo en cuenta que al fumigar con el plaguicida se produce una pérdida de parte de insecticida producida por diversas causas, cuya distribución X_3 es normal de media 50 y desviación 10, la concentración final de insecticida X queda de la siguiente manera

$$X = X_1 + 2X_2 - \frac{3}{2}X_3$$

¿Cuál es la probabilidad de que la concentración final de insecticida esté entre 150 y 175?

Solución: La distribución normal resultante es la combinación de las tres distribuciones normales: $X = X_1 + 2X_2 - \frac{3}{2}X_3$, por lo que lo único que hay que hacer es calcular los parámetros de la distribución resultante y la probabilidad pedida $P(150 \leq X \leq 175)$.

Primero se calcula la esperanza: $\mathrm{E}(X) = \mathrm{E}(X_1) + 2\cdot\mathrm{E}(X_2) - \frac{3}{2}\cdot\mathrm{E}(X_3)$. Del enunciado sabemos que $\mathrm{E}(X_1) = 200$, $\mathrm{E}(X_2) = 20$ y $\mathrm{E}(X_3) = 50$, por lo que:

$$\mathrm{E}(X) = 200 + 2\cdot 20 - \frac{3}{2}\cdot 50 = 200 + 40 - 75 = 165.$$

La varianza de la distribución resultante se calcula de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
\mathrm{Var}(X) &= \mathrm{Var}(X_1) + 2^2\cdot\mathrm{Var}(X_2) + \left(\frac{3}{2}\right)^2\cdot\mathrm{Var}(X_3) \\
&= 25^2 + 2^2\cdot 5^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2\cdot 10^2 \\
&= 625 + 100 + 225 = 950.
\end{aligned}$$

Como necesitamos la desviación típica: $\sigma_X = \sqrt{950} \simeq 30.82$. Así pues,

$$X \sim N(165, 30.82).$$

Normalizando:

$$\begin{aligned}
\mathrm{P}\left(150 \leq X \leq 175\right) &= \mathrm{P}\left(\frac{150-165}{30.82} \leq Z \leq \frac{175-165}{30.82}\right) \\
&= \mathrm{P}\left(-0.49 \leq Z \leq 0.33\right) \\
&= \Phi(0.33) - \Phi(-0.49) \\
&= 0.6293 + 0.6879 - 1 = 0.3172.
\end{aligned}$$

1 Una compañía de autobuses dispone de tres líneas en una ciudad, de forma que el 45% de los autobuses cubre la línea 1, el 25% cubre la línea 2 y el 30% la línea 3. Se sabe que la probabilidad de que diariamente un autobús se averíe es del 2%, 3% y 1% respectivamente, para cada línea.

(a) (0'75 puntos) Calcular la probabilidad de que en un día un autobús sufra una avería

(b) (0'25 puntos) Calcular la probabilidad de que en un día un autobús no sufra una avería

(c) (1'5 puntos) ¿De qué línea de transporte es más probable que un autobús sufra una avería?

2 De 10 teléfonos, de los que se sabe hay 3 defectuosos, adquiero aleatoriamente 3 de ellos. Sea X la variable que mide el número de defectuosos adquiridos.

(a) (1'5 puntos) Hállese la función de cuantía de X

(b) (1 punto) Media y varianza de X

3 Sea X el número de cámaras digitales Canon vendidas durante una semana particular por una tienda. La función de cuantía de X es

X	0	1	2	3	4
f	0'1	0'2	0'3	0'25	0'15

El número Y de clientes que compran estas cámaras con un seguro es

$$Y = \begin{cases} 0, & \text{si } X = 0, 1, 2 \\ X - 2, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

(a) (1 punto) Hállese la función de cuantía de (X, Y)

(b) (0'5 puntos) ¿Son independientes?

(c) (1 punto) Calcúlese la cuantía condicional $g_1(x|Y = 1)$

4 (2'5 puntos) En un examen tipo test de 200 preguntas de elección múltiple, cada pregunta tiene una respuesta correcta y una incorrecta. Se aprueba si se contesta a más de 110 respuestas correctas. Suponiendo que se contesta al azar, calcular la probabilidad de aprobar el examen.

1 *(2'5 puntos)* Se dispone de 7 huchas, cada una con 10 billetes de 10 euros, 6 billetes de 20 euros, 4 billetes de 50 euros y 1 billete de 100 euros. Nos dan 7 billetes, extraidos aleatoriamente uno de cada hucha. Hallad el valor medio de la cantidad de euros que recibimos.

2 Sea la variable (X, Y) con función de densidad conjunta

$$f(x,y) = \begin{cases} ax^2, & 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0, & \text{resto} \end{cases}$$

Hallad

(a) *(0'5 puntos)* La constante a

(b) *(1 punto)* Las función de densidad marginal $f_1(x)$

(c) *(1 punto)* $\mathrm{P}(X > Y)$

3 Una fábrica dispone de 2 máquinas para elaborar determinadas piezas. La máquina A produce los 3/5 de las piezas y la máquina B los 2/5 restantes, envasándose las piezas producidas (sin mezclar) en lotes de 2000. La longitud de las piezas (en milímetros) producidas por la máquina A sigue una distribución $N(65, 5)$ y las producidas por la máquina B es $N(66, 3)$. Se desean producir piezas que no superen los 70 milímetros por lo que cada lote sufre un control consistente en revisar 100 piezas y rechazarlo si aparecen más de 10 piezas con longitud superior a la especificada.

(a) *(2'5 puntos)* Calcular la probabilidad de rechazar un lote $P(R)$

(b) *(1'5 puntos)* Calcular la probabilidad de que un lote rechazado haya sido fabricado por la máquina A $P(A|R)$

4 *(1 punto)* Si $X \sim N(\mu, \sigma)$ calcula $\mathrm{P}(|X - \mu| < \sigma)$

ESTADÍSTICA .... enero 2016

1. (2'5 puntos). Un grupo de seis estudiantes está formado por 2 chicas y 4 chicos. Uno de ellos ha aprobado Estadística y acompaña a sus amigos a la revisión del examen con el objetivo de "arañar" lo que sea.

a) Calcular la probabilidad de que el primero de los amigos en entrar a revisión sea una de las chicas
b) Si se produce el hecho de que el que entra el primero a revisar su examen resulta ser chica, calcular la probabilidad de que la otra chica sea la aprobada

Solución:

Sean los sucesos
A = {la aprobada es una chica}
B = {el aprobado es un chico}

P(A) =2/ 6 y P(B) = 4 / 6

a) Definimos el suceso C = {entra primero a revisión una chica}

P(C) = P (C / A) x P(A) + P (C / B) x P(B)

Donde P(C / A) = probabilidad de que entre a revisión una chica si la aprobada es chica = 1/5. (Solo una chica suspendida de cinco amigos).

Donde P(C / B) = probabilidad de que entre a revisión una chica si el aprobado es chico = 2/5. (Dos chicas suspendidas de cinco amigos).

Por tanto: P(C) = P (C / A) x P(A) + P (C / B) x P(B) = 1 /5 x 2/6 + 2 /5 x 4/6 =1/3

b) Aplicando el teorema de Bayes

P(A/C)= P(C/A) P(A) / P(C) = 1 /5 x 2/6 / 1/3 = 6/30 = 1/5

2. (2'5 puntos). Una empresa se dedica a la fabricación de placas. Cada placa está compuesta por una subpieza metálica tipo A, cuya longitud se distribuye normal de media 25 cm y desviación típica 2 cm, que se suelda sin solapamiento a otra subpieza tipo B con longitud distribuida normal de media 20 cm y desviación típica 2 cm. Ambas subpiezas se fabrican independientemente. La soldadura supone la pérdida de material con longitud distribuida normal de media 1 cm y desviación típica 1 cm, independiente de las anteriores. La placa es correcta si su longitud es de 44 ± 2 cm. Se pide:

a) Probabilidad de fabricar placas correctas
b) Un envío está compuesto por 5 placas escogidas al azar de entre las fabricadas. Un envío es correcto si al menos cuatro placas tienen las medidas adecuadas. Calcular la probabilidad de realizar envíos de placas correctos

Solución:

a) Definimos las variables

LA= longitud subpieza tipo A es N(25,2)

LB= longitud subpieza tipo B es N(20,2)

LP= longitud perdida de material es N(1,1)

Las 3 variables son independientes.

La longitud total de la placa será:

LT= LA+LB-LP

E(LT) = E(LA+LB-LP)= 25+20-1= 44

Var (LT) = Var(LA+LB-LP) = 4 + 4 +1=9

Con lo que LT es N(44, 3)

La placa es correcta si su longitud es de 44 $\pm$ 2 cm.

P(42<LT<46)= P(42-44/3<Z<46-44/3)=P(-2/3<Z<2/3)= Φ (2/3)- Φ (-2/3)= 2 Φ (2/3)-1=

2 Φ (0.67) -1= (2x0.7486)-1=0.4972=0.5

b)

X = número de placas correctas de 5
B (5,0.5)

P(envío correcto) = P(X≥4) = 1 – P(X<4) = 1- P(X≤3) =1 – 0.8125 = 0.1875

3. (2'5 puntos). Una empresa tiene unos gastos de 1000 euros a la semana si la proporción de artículos defectuosos que fabrica supera el 10%, mientras que dichos gastos desaparecen si el porcentaje de defectos es menor. Sabiendo que los ingresos fijos por las ventas semanales son de 13000 euros, y conociendo, además, que el porcentaje de artículos defectuosos es una variable aleatoria X definida entre 0 y 20 con función de densidad:

$$f(x) = \frac{1}{200}x \;\; si \; 0 \leq x \leq 20$$

Calcular el beneficio esperado semanal.

Solución:

Beneficio=Ingreso-Gasto

B = I-G

E[B] = E[I-G]= I –E[G] = 13000- E[G]

Los Ingresos son fijos =13000 euros

El Gasto es una variable aleatoria definida como:

$$G = \begin{cases} 1000 & si\ x > 10 \\ 0 & si\ x < 10 \end{cases}$$

Siendo X= porcentaje semanal de artículos defectuosos

E[G]=0 P(X<10) + 1000 P(X>10)

$$E(G) = 0\int_0^{10} \frac{1}{200} xdx + 1000\int_{10}^{20} \frac{1}{200} xdx = \frac{1000}{200}\int_{10}^{20} xdx = \frac{10}{2}\left[\frac{x^2}{2}\right]_{10}^{20} = 750$$

E[B] = E[I-G]= I –E[G] = 13000- E[G] =13000-750=12250 euros

4. (2'5 puntos). Se lanza una moneda 3 veces y se definen las siguientes variables:

$$X = \begin{cases} 0 & \text{Si sale cara en la primera tirada} \\ 1 & \text{Si sale cruz en la primera tirada} \end{cases}$$

Y = número de caras en las tres tiradas

Calcular:

a) La función de cuantía (probabilidad) conjunta de (*X*, *Y*)

b) Cov (*X*, *Y*)

Solución: Se tienen las funciones de cuantía

X	0	1
f_1	1/2	1/2

Y	0	1	2	3
f_2	1/8	3/8	3/8	1/8

Y \ X	0	1
3	1/8	0
2	2/8	1/8
1	1/8	2/8
0	0	1/8

De las tablas se calcula la covarianza

$$\text{Cov}(X,Y) = \text{E}(XY) - \text{E}(X)\,\text{E}(Y) = 1\cdot 1\cdot \frac{2}{8} + 1\cdot 2\cdot \frac{1}{8} - \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2} = -\frac{1}{4}$$