ESTADÍSTICA .... julio 2017

---

1. (2'5 puntos). Sabemos que el 8% de las personas que entran en una tienda de Informática son mujeres jóvenes y que en esa misma tienda, de las mujeres que entran el 40% son jóvenes. Calcular la probabilidad de que si en la tienda tropezamos aleatoriamente con una persona, ésta sea un hombre.

Solución:

J= {ser joven}
M= {ser mujer}
H= {ser hombre}

Si P(M ∩ J)=0,08 y además P(J/M)=0,4

P(J/M)= P(M ∩ J)/P(M) = 0,08/P(M) → P(M) = 0,08/ 0,4 = 0, 2
P(M) = 0, 2

luego P(H)= 1- P(M) =1- 0,2 =0,8

2. (2'5 puntos). El número de coches que llegan a una gasolinera en una hora es por término medio de 3. Calcular la probabilidad de que, después de abrir, en cada una de las siguientes 3 horas lleguen más de dos coches por hora.

Solución:

X= número de coches que llega a la gasolinera en 1 hora
X se distribuye Poisson con parámetro $\lambda = 3$ $X \sim P(\lambda = 3)$
P(lleguen más de dos coches en 1 hora) = $P(X>2) = 1 - P(X \leq 2) = 1 - 0{,}4232 = 0{,}5768$

Como tiene que ocurrir en cada una de las siguientes 3 horas (y son independientes):
P({lleguen más de dos coches en la primera hora} ⋂{lleguen más de dos coches en la segunda hora}⋂{lleguen más de dos coches en la tercera hora}) = $(0{,}5768)^3 = 0{,}1919$

3. (2'5 puntos). Sea una variable aleatoria bidimensional con la siguiente función de densidad conjunta:

$$f(x,y) = kxy, \text{ para } 2 \leq x \leq 4 \text{ y } 2 \leq y \leq 4$$

Se pide:

a) Calcular el valor de k.
b) Calcular las funciones de densidad marginales.
c) Calcular las funciones de densidad condicionales.
d) Calcular $P(2 < x \leq 3 \,/\, 1{,}5 < y \leq 3{,}75)$

Solución:

a)

$$1=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dxdy=\int_2^4\int_2^4 kxy\,dxdy=k\int_2^4 x\left[\int_2^4 y\,dy\right]dx=$$

$$=k\int_2^4 x\left[\frac{y^2}{2}\right]_2^4 dx=k\int_2^4 x\cdot\left(\frac{16}{2}-\frac{4}{2}\right)dx=k\int_2^4\frac{12}{2}x\,dx=$$

$$=6\cdot k\int_2^4 x\,dx=6\cdot k\left[\frac{x^2}{2}\right]_2^4=6\cdot k\left(\frac{16}{2}-\frac{4}{2}\right)=6\cdot 6\cdot k=36\cdot k=1\rightarrow k=\frac{1}{36}$$

b)

$$f_1(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dy=\int_2^4\frac{1}{36}xy\,dy=\frac{1}{36}x\int_2^4 y\,dy=\frac{1}{36}x\cdot\left[\frac{y^2}{2}\right]_2^4=$$

$$=\frac{1}{36}x\cdot\left(\frac{16}{2}-\frac{4}{2}\right)=\frac{1}{36}\cdot\frac{12}{2}x=\frac{1}{6}x;2\le x\le 4;0\ en\ el\ resto.$$

$$f_2(y)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dx=\int_2^4\frac{1}{36}xy\,dx=\frac{1}{36}y\int_2^4 x\,dx=\frac{1}{36}y\cdot\left[\frac{x^2}{2}\right]_2^4=$$

$$=\frac{1}{36}y\cdot\left(\frac{16}{2}-\frac{4}{2}\right)=\frac{1}{36}\cdot\frac{12}{2}y=\frac{1}{6}y;2\le y\le 4;0\ en\ el\ resto.$$

c) Como son independientes porque $f(x,y)=f_1(x)\cdot f_2(y), para\ todo\ (x,y)$

$$g_1\left({}^{x}\!/_{y}\right)=f_1(x)=\frac{1}{6}x;2\le x\le 4;0\ en\ el\ resto.$$

y

$$g_2\left({}^{y}\!/_{x}\right)=f_2(y)=\frac{1}{6}y;2\le y\le 4;0\ en\ el\ resto.$$

d) Como son independientes porque $f(x,y)=f_1(x)\cdot f_2(y), para\ todo\ (x,y)$

$$P\left({}^{2<x\le 3}\!/_{y\le 3}\right)=P(2<x\le 3)=\int_2^3 f_1(x)\,dx=\int_2^3\frac{1}{6}x\,dx=$$

$$=\frac{1}{6}\int_2^3 x\,dx=\frac{1}{6}\left[\frac{x^2}{2}\right]_2^3=\frac{1}{6}\cdot\left(\frac{9}{2}-\frac{4}{2}\right)=\frac{1}{6}\cdot\frac{5}{2}=\frac{5}{12}$$

4. (2'5 puntos). Un jugador lanza dos monedas. Gana 1€ ó 2 € si aparecen una o dos caras. Por otra parte pierde 5€ si no aparece cara. Determinar la ganancia esperada del juego.

Solución:

G = {GANANCIA DEL JUEGO} => Se pide E(G)

Ω = {(C,C);(C,X);(X,C);(X,X)} => CP = $VR_{2,2}=2^2=4$

Función de cuantía de G:

- Para:
  - G=+1 => UNA CARA => {(C,X),(X,C)} => CF=2
  - G=+2 => DOS CARAS => {(C,C)} => CF=1
  - G=-5 => NINGUNA CARA => {(X,X)} => CF=1

G	+1	+2	-5
f(G)=CF/CP	2/4	1/4	1/4

$E(G) = \sum_i g_i \cdot f(g_i) = 1 \cdot \frac{2}{4} + 2 \cdot \frac{1}{4} + (-5) \cdot \frac{1}{4} = 1 - \frac{5}{4} = -\frac{1}{4}$