

ESTADÍSTICA

Asignatura: Estadística
Créditos: 3 T + 3 P (1,5 lab. + 1,5 problemas)

Temario:

- Tema 1. Introducción.
- Tema 2. Sucesos Aleatorios
- Tema 3. Variables Aleatorias
- Tema 4. Esperanza y Momentos
- Tema 5. Distribuciones especiales

Mar Durol

1

ESTADÍSTICA

Bibliografía:

Teoría:

- Probabilidad y Variables Aleatorias. José Requena. Editor Ramón Torres
- Probabilidad y Estadística. M. H. DeGroot. Addison-Wesley

Problemas:

- Cálculo de Probabilidades. Problemas Resueltos. J. Requena. ECU, 1996.
- Problemas de Probabilidades y Estadística. Vol. 1. C. M. Cuadras. EUB, 2ª ed. 1995.

Mar Durol

2

ESTADÍSTICA			
Tipo	Criterio	Descripción	Ponderación
ACTIVIDADES DE EVALUACIÓN DURANTE EL SEMESTRE	Evaluación continua mediante el desarrollo de trabajos prácticos de aplicación inmediata de las ideas vistas en la teoría con enunciados claramente definidos y publicados con antelación.	Evaluación de clase de problemas	20
ACTIVIDADES DE EVALUACIÓN DURANTE EL SEMESTRE	La nota de prácticas con ordenador se obtiene mediante la evaluación continua de los contenidos de cada una de las prácticas (1/3 del total de la nota de prácticas con ordenador) y la realización de dos Controles de Prácticas (2/3 del total de la nota de prácticas con ordenador). En una puntuación sobre 10, se deberá obtener al menos un 4.	Evaluación de prácticas con ordenador	30
EXAMEN FINAL	Se realizará un examen final escrito que consistirá en la resolución de cuestiones y problemas relacionados con los contenidos de la asignatura. En una puntuación sobre 10, se deberá obtener al menos un 4.	Prueba escrita	50
TOTAL			100

ESTADÍSTICA	
<p>PERIODO DE EVALUACIÓN ORDINARIO</p> <p>La nota final de la asignatura será la suma de las notas de las tres secciones que aparecen en la tabla "Criterios de evaluación", siempre que se haya alcanzado el mínimo exigido en cada una de las partes.</p> <p>La asistencia a las prácticas es obligatoria. La falta a más del 20 % de las clases implicará la pérdida de la evaluación continua.</p> <p>PERIODO DE EVALUACIÓN EXTRAORDINARIO</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. El examen final (prueba escrita) valdrá un 50 % de la nota total, exactamente igual que en la convocatoria de enero. 2. Si en la convocatoria de enero no se sacó al menos un 4 (sobre 10) en prácticas de laboratorio, habrá que entregar todas las prácticas de este curso y hacer un examen de prácticas a la vez que el de teoría. Valdrá un 30% de la nota total, exactamente igual que en la convocatoria de enero. 3. La evaluación continua de la clase de problemas no es recuperable, es la misma nota que se tiene de la convocatoria de enero. Valdrá un 20% de la nota total, exactamente igual que en la convocatoria de enero. <p>Tanto en la prueba escrita como en las prácticas de laboratorio, habrá que obtener al menos un 4 (en una puntuación sobre 10).</p> <p>La nota final de la asignatura será la suma de las notas de las tres secciones anteriores siempre que se haya alcanzado el mínimo exigido en cada una de las partes.</p>	

ESTADÍSTICA


Tema 1: Introducción.


1.1. Análisis combinatorio.
1.2. Algunas series e integrales

Mar Durol

ESTADÍSTICA

Análisis combinatorio (I).

 Supongamos un conjunto con m elementos a_1, a_2, \dots, a_m . Llamaremos **variación de orden n** de esos m elementos a todo subconjunto ordenado formado por n elementos, de tal forma que consideraremos distintas dos variaciones si difieren en algún elemento, o si teniendo los mismos estos difieren en el orden de colocación.

 El número de variaciones distintas de orden n que podemos encontrar es:

$$V_m^n = V_{m,n} = \frac{m!}{(m-n)!}$$

Mar Durol

Análisis combinatorio (I).

Supongamos un conjunto con 3 elementos: a, b, c .
 ¿Cuántas **variaciones de orden 2** podemos encontrar?

$$V_3^2 = V_{3,2} = \frac{3!}{(3-2)!} = 6$$

a, b	b, a
a, c	c, a
b, c	c, b



Mar Duval



7

Análisis combinatorio (II).



Supongamos un conjunto con m elementos a_1, a_2, \dots, a_m .
 Llamaremos **variación con repetición de orden n** de esos m elementos a todo subconjunto ordenado formado por n elementos, considerando que cada elemento puede figurar cualquier número de veces en una misma variación.
 Consideraremos distintas dos variaciones si difieren en algún elemento, o si teniendo los mismos estos difieren en el orden de colocación.



El número de variaciones con repetición distintas de orden n que podemos encontrar es:

$$VR_m^n = VR_{m,n} = m^n$$



Mar Duval



8

ESTADÍSTICA

Análisis combinatorio (II).

Supongamos un conjunto con 3 elementos: a, b, c .
 ¿Cuántas **variaciones con repetición de orden 2** podemos encontrar?


$$VR_3^2 = VR_{3,2} = 3^2 = 9$$


a, b	b, a	a, a
a, c	c, a	b, b
b, c	c, b	c, c

Mar Duñal

ESTADÍSTICA

Análisis combinatorio (III).

 Supongamos un conjunto con m elementos a_1, a_2, \dots, a_m .
 Llamaremos **permutación de orden m** a toda variación de orden m .

 El número de permutaciones distintas de orden m que podemos encontrar es:

$$P_m = m!$$

Mar Duñal

ESTADÍSTICA

Análisis combinatorio (III).

Supongamos un conjunto con 3 elementos: a, b, c .
 ¿Cuántas **permutaciones de orden 3** podemos encontrar?


$$P_3 = 3! = 6$$


a, b, c	b, a, c
a, c, b	b, c, a
c, a, b	c, b, a

11

ESTADÍSTICA

Análisis combinatorio (IV).

 Supongamos un conjunto con m elementos a_1, a_2, \dots, a_m .
 Llamaremos **permutación con repetición de orden m** a toda variación con repetición de orden m .


 El número de permutaciones con repetición distintas que se pueden formar con esos m elementos entre los que hay a iguales entre sí, b iguales entre sí, ..., r iguales entre sí es:


$$PR_m^{a,b,\dots,r} = \frac{m!}{a!b!\dots r!}$$

12


ESTADÍSTICA

Análisis combinatorio (V).

 Supongamos un conjunto con m elementos a_1, a_2, \dots, a_m .
Llamaremos **combinación de orden n** de esos m elementos a todo subconjunto formado por n elementos, de tal forma que consideraremos distintas dos combinaciones si difieren en algún elemento.

 El número de combinaciones distintas de orden n que podemos encontrar es:

$$C_m^n = C_{m,n} = \binom{m}{n} = \frac{m!}{n!(m-n)!}$$

 1.3


ESTADÍSTICA

Análisis combinatorio (V).

Supongamos un conjunto con 3 elementos: a, b, c .
¿Cuántas **combinaciones de orden 2** podemos encontrar?


$$C_3^2 = C_{3,2} = \frac{3!}{2!(3-2)!} = 3$$


a, b a, c b, c

 1.4

ESTADÍSTICA

Análisis combinatorio (VI).

 Supongamos un conjunto con m elementos a_1, a_2, \dots, a_m . Llamaremos **combinación con repetición de orden n** de esos m elementos a todo subconjunto formado por n elementos, iguales o distintos, de tal forma que consideraremos distintas dos combinaciones con repetición si difieren en algún elemento.

 El número de combinaciones con repetición distintas de orden n que podemos encontrar es:

$$CR_m^n = CR_{m,n} = \binom{m+n-1}{n}$$

15

ESTADÍSTICA

Problema 1

¿Cuántos números de dos cifras existen en el sistema decimal?

Solución:
 Nos importa el orden y los elementos se pueden repetir, $VR_{10,2}$
 Con esto estamos considerando también los casos en que el 0 aparece en primer lugar, con lo que tendremos que restar todos estos casos: 00, 01, ..., 09. $VR_{10,1}$
 El número total será:
 $VR_{10,2} - VR_{10,1} = 100 - 10 = 90$

16



Problema 2

¿De cuántas maneras se pueden ordenar en una estantería cuatro libros, representados por las letras A, B, C, D?

Solución:

Nos importa el orden y en cada ordenación deben aparecer todos los elementos del conjunto: ABCD, BACD, ABDC,...

Por tanto, hablamos de permutaciones de orden 4:
 $P_4 = 4! = 24$



Mar Duñal

17



Problema 3

¿De cuántas maneras distintas se pueden escoger 5 cartas de una baraja de 40?

Solución:

No nos importa el orden en el que aparecen las cartas y los elementos no se pueden repetir, por tanto hablamos de combinaciones de orden 5:

$$C_{40,5} = \binom{40}{5} = \frac{40!}{5!(40-5)!} = 658008$$



Mar Duñal

18

Problema 4

¿Cuántas quinielas es preciso rellenar para estar seguro de obtener 14 aciertos si se sabe que habrá siete 1, cuatro x y tres 2?

Solución:

Nos importa el orden en el que aparecen los elementos, se pueden repetir y sabemos que entre los 14 elementos del conjunto hay 7 iguales entre sí, 4 iguales entre sí y 3 iguales entre sí, por tanto estamos hablando de permutaciones con repetición.

$$PR_{14}^{7,4,3} = \frac{14!}{7!4!3!} = 120120$$



Mar Duñal



19

Problema 5

¿Cuántas alineaciones diferentes puede presentar un entrenador de fútbol que dispone de 11 jugadores y entre ellos un solo portero?

Solución:

Hay un jugador que solo puede ocupar la posición de portero. El resto puede ocupar cualquier posición dentro del campo. Hablamos de un conjunto de 10 elementos, nos importa el orden en el que aparecen los elementos y en cada alineación deben aparecer todos los elementos del conjunto, por tanto, son permutaciones de orden 10:

$$P_{10} = 10! = 3628800$$



Mar Duñal



20

Problema 6

¿De cuántas maneras se pueden cubrir las plazas de presidente, secretario y tesorero de una sociedad si hay 20 posibles candidatos?

Solución:

Nos importa el orden en el que aparecen los elementos, pero no se pueden repetir. Hablamos de variaciones de orden 3 de un conjunto formado por 20 elementos:

$$V_{20,3} = \frac{20!}{(20-3)!} = 6840$$



Mar Durol



21

Problema 7 (I)

En un laboratorio de hardware hay 6 monitores, 10 teclados, 25 tarjetas de red y 50 discos duros. ¿De cuántas maneras se puede seleccionar un lote formado por 3 monitores, 7 teclados, 15 tarjetas de red y 36 discos duros, para su despiece y estudio?



Mar Durol



22



Problema 7 (II)

Solución:

No importa el orden en el que sean elegidos los distintos componentes del lote, son combinaciones. Entre los 6 monitores hay que formar todos los posibles subconjuntos de orden 3, $C_{6,3}$, entre los 10 teclados hay que formar todos los posibles subconjuntos de orden 7, $C_{10,7}$, entre las 25 tarjetas de red hay que formar todos los posibles subconjuntos de orden 15, $C_{25,15}$, y entre los 50 discos duros hay que formar todos los posibles subconjuntos de orden 36, $C_{50,36}$. Como se tienen que cumplir todas las cosas a la vez, el número total será la multiplicación de todos estos números combinatorios:



Problema 7 (III)

$$C_{6,3}C_{10,7}C_{25,15}C_{50,36} = \frac{\binom{6}{3}\binom{10}{7}\binom{25}{15}\binom{50}{36}}{3!(6-3)!7!(10-7)!15!(25-15)!36!(50-36)!} =$$



Problema 10

En una reunión hay 10 personas ¿cuántos saludos intercambian?

Solución:

No importa el orden en el que aparecen las dos personas que se saludan, por tanto hablamos de combinaciones de orden 2 de un conjunto formado por 10 elementos:

$$C_{10,2} = \binom{10}{2} = \frac{10!}{2!(10-2)!} = 45$$

