E.D.O: variables separadas (VVSS): se despejan las dos funciones, una a cada lado $g(y)dy = f(x)dx$; se integra cada parte por separado y se despeja como se pueda la función a hallar. Cuidado con la constante. **Truco,** se puede tomar la función inversa $(x(y))$; si en mitad de un procedimiento se quiere cambiar a la función inversa hay que tener en cuenta que $y(x) \to x(y)$; $y'(x) \to \dfrac{1}{x'(y)}$. **Homogéneas:** funciones que verifican que $f(\lambda x, \lambda y) = f(x, y)$, estas se resuelven haciendo el cambio de variable $u(x) = \dfrac{y(x)}{x} \to y'(x) = u(x) + x \cdot u'(x)$. **Lineales:** $y'(x) + a(x) \cdot y(x) = b(x)$, si $b(x) \equiv 0$ se llamará homogénea. Las homogéneas se resuelven como una VVSS, cambios de variables útiles son $y(x) = u(x) \cdot x$ o $x + y = u$. Para las completas lo que se hace es multiplicar una solución de la homogénea (ej: $f_1(x)$) por una función general u, obteniendo $f_1(x) \cdot u(x)$, teniendo que despejar ahora u, quedando el resultado final $sol = Cf_1 + f_1 \cdot u$, que es el resultado de la homogénea por una constante más la suma de una particular. La fórmula general es:

$$y' + g(t)y = h(t) \to y(t) = e^{-\int g(t)dt} \left(\int h(t) \cdot e^{\int g(t)dt} dt + C \right)$$

Bernoulli: $y' + a(x)y = b(x)y^{\alpha}$, se resuelve haciendo el cambio $z = y^{1-\alpha}$. **Exactas:** con $P(x, y) = \dfrac{dF}{dx}$ y $Q(x, y) = \dfrac{dF}{dy}$, su edo exacta es: $P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0$. La condición de existencia de función potencial (F) es: $\dfrac{\delta P}{\delta y}(x, y) = \dfrac{\delta Q}{\delta x}(x, y)$. Su solución es hallar la función potencial (F). **¡Hay que tener cuidado y ojo!** Aparecen en la mayoría de fracciones raras. **Familias de derivadas:** se deriva la familia $\dfrac{d}{dx}(\Phi(x, y, C)) = 0$, la EDO no puede depender de C, por lo que se elimina con un sistema:

$$\begin{cases} \Phi(x, y, C) = 0 \\ \dfrac{d}{dx}(\Phi(x, y, C)) = 0 \end{cases}$$

Curvas a un ángulo: para un ángulo α se verifica que en un punto de corte $y(x_0) = y_{\alpha}(x_0)$

$$tg(\alpha) = \frac{y'_{\alpha}(x_0) - y'(x_0)}{1 + y'_{\alpha}(x_0)y'(x_0)} \to y'(x_0) = \frac{y'_{\alpha}(x_0) - tg(\alpha)}{1 + tg(\alpha)y'_{\alpha}} \qquad \text{Perpendiculares: } y'_{\alpha}(x) = \frac{-1}{y'(x)}$$

Lineares: en las lineares $(\lambda_n \cdot y^n + \ldots + \lambda_1 \cdot y' + \lambda_0 \cdot y = g(t))$ se resuelve su polinomio característico $(\lambda_n \cdot m^n + \ldots + \lambda_1 \cdot m^1 + \lambda_0 \cdot m^0 = 0)$ y se sacan las soluciones m. La solución de la homogénea será entonces e^{mt}. Si la solución es compleja $(m = a \pm bi)$ entonces las dos soluciones son $y_1 = e^{at}cos(bt) \qquad y_2 = e^{at}sen(bt)$. Si la m aparece como solución n número de veces entonces tendrá n soluciones asociadas: $sol,\ t \cdot sol_1,\ ...,\ t^n \cdot sol_n$. Las soluciones de la homogénea van multiplicadas por constantes. **Nota:** las soluciones de la homogénea tienen forma de espacio vectorial. **Completas:** **Wronskiana:** $W = \begin{pmatrix} y_1 & y_2 & y_3 & \cdots \\ y'_1 & y'_2 & y'_3 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix}$ Si $W \neq 0$ entonces se dice que son soluciones independientes. Método de variación de las constantes:

$$y_P^c(t) = \Phi(t) \int W^{-1}(t) \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ g(t) \end{pmatrix} dt.$$ Siendo Φ un vector fila con las soluciones de la homogénea y g(t) la función de la completa.

Método de coeficientes indeterminados: 1) si el término no homogéneo es un polinomio P_m de grado m: si 0 no es solución de la homogénea su solución es un polinomio $Q_m(t)$ de grado m. Si 0 es solución k número de veces, entonces su solución es $t^k \cdot Q_m(t)$.

2) Si la completa tiene forma de $e^{at}P_m(t)$: si a no es raíz del polinomio característico entonces la solución es $e^{at}Q_m(t)$, siendo Q_m un polinomio del mismo grado que P. Si 0 es solución del polinomio k veces, la solución tendrá forma de $t^k e^{at}Q_m(t)$.
3) Si la completa es de forma $e^{at}(P_l cos(bt) + Q_m sen(bt))$ con P_l y Q_m polinomios de grado l y m respectivamente: si $a \pm bi$ no es solución entonces el resultado es $y_P = (T_r cos(bt) + S_r sen(bt))e^{at}$ con T_r y S_r polinomios de grado r (siendo r el mayor grado entre l y m). Si $a \pm bt$ es solución k veces entonces la forma de la solución será la anterior multiplicada por t^k.

Lagrange:

$$F(s) = \mathfrak{L}[f(t)](s) = \int_0^\infty f(t)e^{-st}dt. \text{ Ejemplo: } \mathfrak{L}[e^{at}cos(bt)] = \int_0^\infty e^{at}cos(bt)e^{-st}dt + i\int_0^\infty e^{at}sen(bt)e^{-st}dt = \int_0^\infty e^{at}(cos(bt) + isen(bt))e^{-st}dt =$$

$$\frac{1}{a-s+ib}\left[e^{(a-s+ib)t}\right]_{t=0}^{t=\infty} \rightarrow \text{ Nota, para que sea convergente s>a. Por lo tanto el coseno da: } \frac{s-a}{(s-a)^2+b^2} \text{ y seno:} \frac{b}{(s-a)^2+b^2}.$$

SEDO: Las SEDO son sistemas de ecuaciones diferenciales de la forma 4 $\begin{cases} x_1' = n_1x_1 + n_2x_2 + n_3x_3... \\ x_2' = n_{1n}x_1 + n_{n2}x_2 + ... \end{cases}$ que expresado matricialmente se puede pones como $X' = AX$ siendo A la matriz de coeficientes, X' la matriz diferencial y X la de funciones. Si el sistema no fuera homogéneo quedaría $X' = AX + B$ siendo B la matriz con las funciones "extra". Su resolución se hace por Jordán: $|A - \lambda I|\bar{u} = 0$; se hallan los lambdas que hacen el determinante 0 y a continuación los vectores $\bar{u}$ que confirman la ecuación; por lo que quedaría $\Phi(t) = e^{At}P = Pe^{Jt}$, siendo J la matriz de Jordán y P la matriz de paso (vectores asociados a los autovalores). Para hallar la solución del sistema completo se hace $X_H + X_P$ para hallar la X_P se hace el método de la variación de las constantes con B. Si $\Phi(t)$ es la matriz de la solución homogénea

$$X_P = \Phi(t)\int \Phi^{-1}(t)B(t)dt$$

Sistemas autónomos, estabilidad: un sistema autónomo es uno que no depende explícitamente de t. **Estabilidad:** son puntos críticos aquellos en los que el sistema vale cero. Su estabilidad se sacará por los autovalores de la matriz A: si $\mathfrak{Re} > 0$ es inestable, si $\mathfrak{Re} \leq 0$ es estable, si es un par de autovalores imaginarios puros es periódica. Puntos críticos en sistemas no lineales: se halla el punto crítico; se hace la Jacoviana del sistema y se sustituye el punto hallado en ella, se opera desde ahí de manera normal.

Series de Fourier: $\circ \rightarrow \int f(x)g(x)dx$, $||f|| = \sqrt{\int f^2(x)dx}$. Un problema de autovalores es $(L[x] = y''(x) + a_1(x)y'(x) + a_2(x)y(x)) + \lambda y \quad + CC$; siendo CC las condiciones de contorno, habrá que distinguir casos y resolver cada uno por separado, hay que normalizar las autofunciones. Una función se desarrolla en una serie como $\sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n X_n$, siendo α_n la proyección de la función sobre las autofunciones con el operador $\circ$. Serie de Fourier $CC = y(-a) = y(a); y'(-a) = y'(a) \rightarrow a_0\frac{1}{\sqrt{2a}} + \frac{1}{\sqrt{a}}\sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\left(\frac{n\pi x}{a}\right) + b_n \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right)$

Extras: Trigonometría: $sen^2(\theta) + cos^2(\theta) = 1 \qquad sen2\theta = 2sen\theta cos\theta \qquad cos2\theta = cos^2\theta - sen^2\theta \qquad cos^2\theta = \frac{1+cos(2\theta)}{2} \qquad sen^2\theta = \frac{1-cos(2\theta)}{2}$
$sen(\alpha \pm \beta) = sin\alpha \cdot cos\beta \pm cos\alpha \cdot sin\beta \qquad cos(\alpha \pm \beta) = cos\alpha \cdot cos\beta \mp sin\alpha sin\beta \qquad ch^2 - sh^2 = 1 \qquad shx = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \qquad chx = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$.