

Método Simplex

María y Emmanuel

11 de marzo de 2020

1. Introducción

El método simplex es un algoritmo para resolver problemas de programación lineal inventado por el matemático norteamericano George Dantzig en el año 1947.

La forma simplex de un problema de programación lineal es: Dada una matriz A y vectores b, c , maximizar $c^T x$ sujeto a $Ax = b$.

2. Ejemplo

Ilustraremos la aplicación del método simplex con un ejemplo. Considere el siguiente problema:

$$\begin{array}{ll}\text{Maximizar} & 2x_1 + 2x_2 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \\ \text{sujeto a} & 2x_1 + x_2 \leq 4 \\ & -x_1 - 2x_2 \geq -5\end{array}$$

Como en una de las desigualdades aparecen las variables del lado izquierdo del símbolo \geq multiplicamos por -1 de ambos lados.

$$\begin{array}{ll}\text{Maximizar} & 2x_1 + 2x_2 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \\ \text{sujeto a} & 2x_1 + x_2 \leq 4 \\ & x_1 + 2x_2 \leq 5\end{array}$$

Lo siguiente por hacer es definir una variable de holgura para cada ecuación, dichas variables deben cumplir que sean mayores o iguales que 0. Por lo tanto definimos $x_3, x_4 \geq 0$ de manera que $x_3 = 4 - 2x_1 - x_2$ y $x_4 = 5 - x_1 - 2x_2$. Lo cual hace que nuestro problema de programación lineal sea de la forma:

$$\begin{array}{ll}
\text{Maximizar} & 2x_1 + 2x_2 \\
& x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \\
\text{sujeto a} & 2x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\
& x_1 + 2x_2 + x_4 = 5
\end{array}$$

A continuación obtenemos un *tablero simplex* despejando las variables de holgura.

$$\begin{array}{l}
x_3 = 4 - 2x_1 - x_2 \\
x_4 = 5 - x_1 - 2x_2 \\
0 \leq x_1, x_2, x_3, x_4
\end{array}$$

Definiendo z igual a nuestra función objetivo, es decir $z = 2x_1 + 2x_2$, con lo que nuestro tablero es:

$$\begin{array}{l}
x_3 = 4 - 2x_1 - x_2 \\
x_4 = 5 - x_1 - 2x_2 \\
\hline
z = 2x_1 + 2x_2
\end{array}$$