Examen Extraordinaro de Ensayo de Programación Lineal

Licenciatura en Matemáticas Aplicadas, UAEH

18 de junio de 2019

NOMBRE: ______________________________

INSTRUCCIONES: Hay 10 preguntas en este examen. Recuerda explicar sin escatimar en detalles las respuestas a las preguntas. Tienes 3 horas para resolverlo.

1. Resuelve el siguiente problema (cualquier método):

$$\begin{array}{rl} \text{Maximizar} & 3x+2y \\ \text{sujeto a} & \begin{array}{r} 2x+3y \leq 6 \\ x,y \geq 0 \end{array} \end{array}$$

2. Resuelve el siguiente problema:

$$\begin{array}{rl} \text{Maximizar} & 2x+y \\ \text{sujeto a} & \begin{array}{r} 4x+y \leq 150 \\ 2x+3y \leq 40 \\ x,y \geq 0 \end{array} \end{array}$$

3. Resuelve el siguiente problema:

$$\begin{array}{rl} \text{Maximizar} & 4x_1+2x_2 \\ \text{sujeto a} & \begin{array}{r} -2x_1+x_2 \leq 4 \\ x_1+3x_2 \geq 2 \\ x_1,x_2 \geq 0 \end{array} \end{array}$$

4. Resuelve

$$\begin{array}{rl} \text{Maximizar} & x_1+4x_2 \\ \text{sujeto a} & \begin{array}{r} x_1+2x_2 \leq 5 \\ 2x_1+x_2 = 4 \\ -x_1+x_2 \leq -1 \\ x_1,x_2 \geq 0 \end{array} \end{array}$$

5. Demuestra que el conjunto $\{(x,y) \mid y \geq 0\} \subseteq \mathbb{R}^2$ es convexo.

6. Considera el subconjunto convexo P de $\mathbb{R}^2$ determinado por las desigualdades:

$$\begin{aligned} x+3y &\leq 6 \\ x,y &\geq 0 \end{aligned} \tag{1}$$

   - Para cada vértice v de P, encuentra un vector c tal que el problema de maximizar $f(x)=c^Tx$ en la región P encuentre su única solución en v.
   - Encuentra todas las soluciones factibles básicas de la forma estándar de un problema de programación lineal determinado por (1).
   - Si $P' \subseteq \mathbb{R}^3$ es la región factible de un problema de programación lineal determinado por (1), para cada vértice v de P', encuentra un vector c tal que el problema de maximizar $f(x)=c^Tx$ en la región P' encuentre su única solución en v.

7. Un fabricante produce dos tipos de ropa: T_1 y T_2. Para producir una unidad de T_1 se necesitan 4 unidades de la materia prima $R1$, 5 unidaes de materia prima $R2$ y una unidad de la materia prima $R3$. Para producir una unidad de T_2 los requerimientos, en el mismo orden, son 1, 3 y 2 unidades, respectivamente. Las cantidades disponibles de $R1, R2$ y $R3$ son: 56, 105 y 56, respectivamente.

   Si la ganancia de la venta de una unidad de T_1 es de \$4 y la de una unidad de T_2 es \$5, ¿cuánto se debe producir de T_1 y T_2 para maximizar las ganancias?

8. Plantea la siguiente situación como un problema de programación lineal. NO es necesario resolverlo.

   Una mujer quiere elaborar un programa semanal de ejercicios, el cual incluirá trote, ciclismo y natación. A fin de variar el ejercicio, ella planea dedicar al ciclismo por lo menos el mismo tiempo que le dedicará al trote y la natación combinados. Además quiere nadar al menos dos horas por semana. Si en el trote consume 600 calorías por hora, en el ciclismo 300 calorías por hora y en la natación 300 calorías por hora, ¿cuántas horas deberá dedicar a cada tipo de ejercicio, si quiere quemar en total al menos 3000 calorías semanales en el menor tiempo posible?

9. Demuestra que el siguiente problema es insoluble y explica porqué. Plantea el problema dual y muestra que también es insoluble.

$$\begin{array}{rl} \text{Maximizar} & 2x_1-x_2 \\ \text{sujeto a} & \begin{array}{r} x_1-2x_2 \leq 1 \\ -x_1+2x_2 \leq -2 \\ x_1,x_2 \geq 0 \end{array} \end{array}$$

10. Un fabricante de muebles necesita una hora para hacer un archivero, una hora para hacer una silla y cuatro horas para hacer una mesa. El fabricante estima que no podrá vender más de 15 archiveros, 10 sillas y 3 mesas a la semana. Además él no quiere trabajar más de 30 horas a la semana. Si sus ganancias son de \$25 por archivero, \$60 por silla y \$90 por mesa, ¿cuántos archiveros, sillas y mesas debe fabricar para maximizar ganancias? ¿Cuál es la ganancia máxima?