

Conceptos
básicos de:
Álgebra lineal y
variables aleatorias

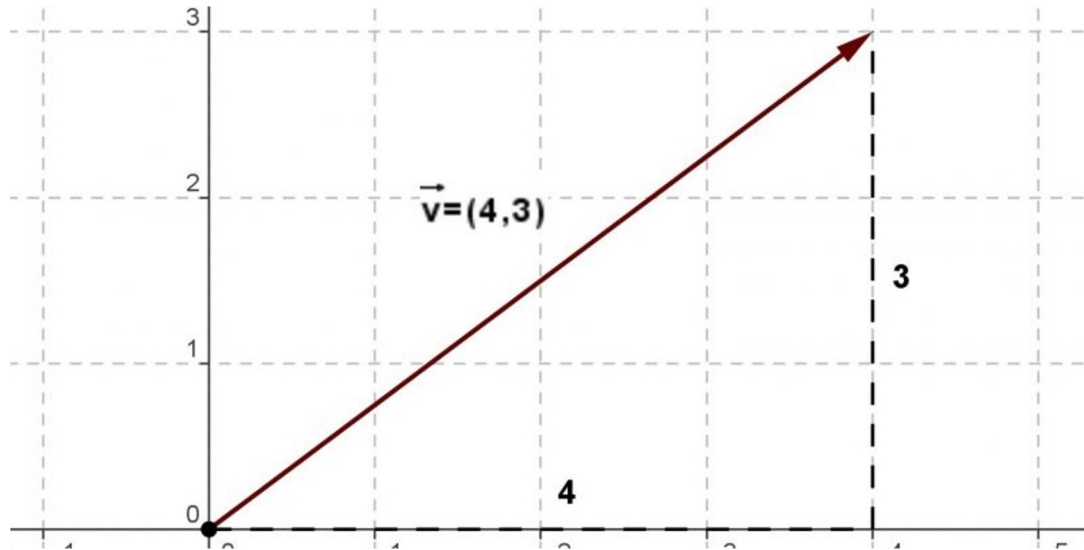
1. Algunas definiciones básicas de álgebra lineal.
2. El concepto de variable aleatoria y 2 ejemplos de ellas.

Algunas definiciones básicas de álgebra lineal

Algebra lineal

El álgebra lineal es una rama de las matemáticas que estudia conceptos tales como vectores, matrices, espacio dual, sistemas de ecuaciones lineales y en su enfoque de manera más formal, espacios vectoriales y sus transformaciones lineales.

Un vector:



Es una forma de almacenar nuestros datos.

<i>Escalar</i>	<i>Vector</i>	<i>Matriz</i>	<i>Tensor</i>
3	$\begin{bmatrix} 5 \\ 7 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 5 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 9 & 4 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 3 & 7 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$

- **Escalar:** es un único valor.
- **Vector:** es una serie de valores organizados verticalmente (vector columna) y horizontalmente (vector fila).
- **Matriz:** es una serie de vectores filas o vectores columnas. Nuestros datos generalmente se organizarán en estas estructuras. Tienen solo 2 dimensiones.
- **Tensor:** es la generalización del concepto de matriz. No lo usaremos mucho en este curso, pero seguramente ya lo han usado en alguna asignatura de programación (¿arreglos de arreglos? ¿les suena?).

Se pueden hacer varias operaciones con las matrices y vectores.
Algunas de ellas son:

Sumar Matrices:

$$A + B = (a_{ij} + b_{ij}) = \begin{pmatrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{11} & \cdots & a_{1n} + b_{1n} \\ a_{21} + b_{21} & a_{22} + b_{22} & \cdots & a_{2n} + b_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} + b_{m1} & a_{m2} + b_{m2} & \cdots & a_{mn} + b_{mn} \end{pmatrix}$$

Multiplicar matrices:

ojo con las dimensiones

$$\begin{array}{c} \text{columna } j \text{ de } B \\ \downarrow \\ \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1j} & \cdots & b_{1p} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2j} & \cdots & b_{2p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{nj} & \cdots & b_{np} \end{pmatrix} \end{array}$$

renglón i de $A \rightarrow$

Transponer:

Filas por columnas y columnas por filas

$$\text{Si } A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}, \text{ entonces } A^T = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & \cdots & a_{m1} \\ a_{12} & a_{22} & \cdots & a_{m2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{1n} & a_{2n} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Primero: a las matrices nos referiremos con las letras mayúsculas y los elementos dentro con subíndices.

Segundo: las matrices sirven para representar sistemas de ecuaciones. Esto se usa en muchos métodos de Machine Learning(ML).

*Utilizando Matrices Para
Ecuaciones lineales simultaneas*

$$\begin{aligned}x + 2y + z &= 8 \\ 2x + 2y + z &= 9 \\ 3x + 3y + 5z &= 24\end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 3 & 3 & 5 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 9 \\ 24 \end{pmatrix}$$

$$A * X = B$$

El concepto
de variable aleatoria
y 2 ejemplos de ellas.

Variables Aleatorias

- » Una variable aleatoria es una función que asigna un valor, numérico, al resultado de un experimento aleatorio.
- » Estos experimentos pueden ser cosas tan simple como el de lanzar un dado hasta cosas tan complejas como estimar la temperatura que tendremos en un momento particular el próximo día domingo.
- » Comúnmente se usan para describir fenómenos o situaciones que, en la vida cotidiana, decimos que involucra azar.

Por ejemplo, podríamos tratar de modelar los contagios por el COVID19 mediante variables aleatorias. Preguntas como:

¿Cuál sería la probabilidad de contraer el COVID19?

¿Qué probabilidad existe de que si me contagio, termine grave en un hospital?



Variables Aleatorias

Variable aleatoria Uniforme

Esta variable aleatoria describe situaciones en donde todos los posibles valores que puede tomar nuestra variable tienen la misma probabilidad.

Ejemplo: lanzar un dado (no cargado).

Al lanzar un dado de 6 caras, la probabilidad de que salga cualquiera de las caras es la misma y es igual a $\frac{1}{6}$.



No podemos olvidar que la probabilidad tiene como valor mínimo 0 y como máximo 1!!

En ML se usa comúnmente cuando debemos aleatorizar los datos (se explicará en detalle más adelante).

Variables Aleatorias

Variable aleatoria Normal o Gaussiana.

Esta variable aleatoria es una de las que con más frecuencia aparece en estadística y en la teoría de probabilidades... y en la vida real.

En este caso, para poder describir esta variable (o distribución) es necesario 2 valores: la media y la varianza (o desviación estándar como ya saben).

Es simétrica (no siempre) alrededor de la media y la desviación estándar entrega información de que tan dispersa (o abierta) es.

A diferencia de la distribución Uniforme que tiene límites inferior y superior para sus valores, la distribución Normal no los tiene. Sus colas izquierda y derecha siguen hasta, en teoría, el infinito.

