

# Optimizacion

Primera entrega del Proyecto

## Grupo 2

- Miguel Soto Delgado, Rol 201973623-K
- Sebastian Guerra Espinoza, Rol 202173563-1

## Modelo Matematico

A continuacion se indicara el modelo matematico por partes. Cada parte del modelo ira asociado a una tabla a modo de ejemplo para poder visualizar mejor las implicancias del planteamiento. Para de evitar confusion, se establece lo siguiente:

- $i$ : Trabajador en especifico
- $j$ : Tarea en especifico a realizar

### Parametros

Lo conocido, que no se puede modificar

- Nivel de especializacion por trabajador en cierta tarea ( $E_{ij}$ )

	Tarea 1	Tarea 2	Tarea 3	Tarea 4
Persona 1	1	4	8	6
Persona 2	2	3	1	9
Persona 3	6	1	6	9
Persona 4	9	7	8	5

"Se sabe que los trabajadores están clasificados según su nivel de especialización. (...)"

### Variables

Lo desconocido, que se puede modificar

- Horas asignadas de un trabajador a cierta tarea ( $X_{ij}$ )

	Tarea 1	Tarea 2	Tarea 3	Tarea 4
Persona 1	$X_{11}$	$X_{12}$	$X_{13}$	$X_{14}$
Persona 2	$X_{21}$	$X_{22}$	$X_{23}$	$X_{24}$
Persona 3	$X_{31}$	$X_{32}$	$X_{33}$	$X_{34}$
Persona 4	$X_{41}$	$X_{42}$	$X_{43}$	$X_{44}$

### Restricciones

Relacion entre las variables y parametros

- Nivel de especializacion minima por tarea ( $E_{\min j}$ )

Tarea a realizar	Especializacion minima
Tarea 1	6
Tarea 2	9
Tarea 3	3
Tarea 4	4

"(...) Además, las tareas están clasificadas según los mismos niveles de especialización de tal manera que una tarea de cierto nivel de especialización puede ser ejecutada solo por trabajadores de tal nivel, o bien, uno superior, pero no inferior."

$$E_{ij} \geq E_{\min j}$$

- Horas minimas asignadas a cierta tarea ( $H_{\min j}$ )

	Tarea 1	Tarea 2	Tarea 3	Tarea 4
Persona 1	$X_{11}$	$X_{12}$	$X_{13}$	$X_{14}$

Persona 2	X <sub>21</sub>	X <sub>22</sub>	X <sub>23</sub>	X <sub>24</sub>
Persona 3	X <sub>31</sub>	X <sub>32</sub>	X <sub>33</sub>	X <sub>34</sub>
Persona 4	X <sub>41</sub>	X <sub>42</sub>	X <sub>43</sub>	X <sub>44</sub>
Horas Minimias	12	8	14	5

"Cada tarea requiere de cierta cantidad de tiempo para ser completada y cada trabajador puede ser asignado por una cantidad determinada de tiempo. Todas las tareas deben ser completadas en su totalidad."

$$\sum X_{ij} \geq H_{\text{minima } j}$$

(Se asume de antemano que se pueden superar las horas minimias)

- Horas asignadas de un trabajador a cierta tarea  $X_{ij} \geq 0$

## Funcion Objetivo

Funcion factible con el mejor resultado posible

- Costo por unidad de tiempo por trabajador (C<sub>j</sub>)

	Tarea 1	Tarea 2	Tarea 3	Tarea 4
Persona 1	5x <sub>11</sub>	6x <sub>12</sub>	7x <sub>13</sub>	4x <sub>14</sub>
Persona 2	6x <sub>21</sub>	2x <sub>22</sub>	1x <sub>23</sub>	3x <sub>24</sub>
Persona 3	2x <sub>31</sub>	7x <sub>32</sub>	8x <sub>33</sub>	2x <sub>34</sub>
Persona 4	1x <sub>41</sub>	7x <sub>42</sub>	2x <sub>43</sub>	1x <sub>44</sub>
Costo por Tarea	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>

"Todos los trabajadores de cierto nivel de especialización suponen un costo por unidad de tiempo y un costo fijo asociado a asignar a cierto trabajador a cierta tarea en específico. A estos costos los llamaremos costos 1. Además, existe un costo por sobrecalificación asociada a cada tarea"

El objetivo de esta funcion es minimizar la suma de todos los costos.

$$Z_1 = \min(\sum C_j)$$

- Costos por sobrecalificacion (S<sub>j</sub>)

	Tarea 1	Tarea 2	Tarea 3	Tarea 4
Persona 1	1 - 6	4 - 9	8 - 3	6 - 4
Persona 2	2 - 6	3 - 9	1 - 3	9 - 4
Persona 3	6 - 6	1 - 9	6 - 3	9 - 4
Persona 4	9 - 6	7 - 9	8 - 3	5 - 4
Sobrecalificacion	S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	S <sub>3</sub>	S <sub>4</sub>

"Si un trabajador es de nivel de especialización 5 y es asignado a una tarea que requiere un nivel de especialización 3. entonces se ha incurrido en una sobrecalificación de  $5 - 3 = 2$ . Ahora bien, si se hubiese asignado a un trabajador de nivel de especialización 3, no se hubiese incurrido en sobrecalificación"

El objetivo de esta funcion es minimizar la suma de todos los costos.

$$Z_2 = \min(\sum S_j)$$

## Casos de Infactibilidad

Los casos de infactibilidad serian los suficientes

- Costos por sobrecalificacion negativas: Esto no puede darse ya que las restricciones evitan asignar un X<sub>ij</sub> positivo para cualquier empleado con especializacion menor al minimo, por lo que podría haber casos infactibles asociados a esto.
- Horas minimias no alcanzadas: La restriccion por especializacion puede generar conflictos al asignar horas para completar el minimo por tarea, resultando en casos infactibles.