

# Optimizacion

Primera entrega del Proyecto

## Grupo 2

- Miguel Soto Delgado, Rol 201973623-K
- Sebastian Guerra Espinoza, Rol 202173563-1

## Modelo Matematico

A continuacion se indicara el modelo matematico por partes. Cada parte del modelo ira asociado a una tabla a modo de ejemplo para poder visualizar mejor las implicancias del planteamiento. Para de evitar confusion, se establece lo siguiente:

- $i$ : Trabajador en especifico
- $j$ : Tarea en especifico a realizar

## Parametros

Lo conocido, que no se puede modificar

- Cantidad de trabajadores disponibles:

$D$

- Cantidad de tareas a realizar:

$C$

- Presupuesto total:

$P$

- Costo fijo trabajador ( $i$ ) en cierta tarea ( $j$ ):

$F_{ij}$

- Costo unitario (por hora) de trabajador ( $i$ ) en cierta tarea ( $j$ ):

$U_{ij}$

- Nivel de especializacion por trabajador ( $i$ ) en cierta tarea ( $j$ ):

$E_{ij}$

*"Se sabe que los trabajadores están clasificados según su nivel de especialización. (...)"*

- Nivel de especializacion minima por tarea ( $j$ ):

$T_j$

*"Además, las tareas están clasificadas según los mismos niveles de especialización de tal manera que una tarea de cierto nivel de especialización puede ser ejecutada solo por trabajadores de tal nivel, o bien, uno superior, pero no inferior."*

- Cantidad de horas por tarea ( $j$ ):

$H_j$

*"Cada tarea requiere de cierta cantidad de tiempo para ser completada y cada trabajador puede ser asignado por una cantidad determinada de tiempo. Todas las tareas deben ser completadas en su totalidad."*

- Diferencia entre la especializacion del trabajador ( $i$ ) y cierta tarea ( $j$ ):

$$S_{ij} = E_{ij} - T_j$$

Esto determina si un trabajador esta sobrecalificado o subcalificado para cierta tarea

- La cantidad de tareas maximas que puede realizar un mismo trabajador

$$N_i$$

"Cada trabajador puede ser asignado a máximo N tareas, pero para completar una tarea puede requerirse más de un trabajador."

- Costo de sobrecalificacion fijo:

$$O_j$$

"Además, existe un costo por sobrecalificación asociada a cada tarea"

- Si el trabajador esta sobrecalificado para cierta tarea (1 o 0):

$$Z_{ij}$$

## Variables

Lo desconocido, que se puede modificar

- Horas asignadas de un trabajador a cierta tarea (numero natural):

$$X_{ij}$$

- Si el trabajador es asignado (1 o 0):

$$Y_{ij}$$

Naturaleza de las variables:

- Ambas variables son positivas
- Ambas variables solo pueden tomar valores enteros

## Restricciones

Relacion entre las variables y parametros

- Se debe respetar el presupuesto total de la empresa:

$$\sum_{i=1} \sum_{j=1} Y_{ij} (X_{ij} U_{ij} + F_{ij} + O_j Z_{ij}) \leq P$$

La cantidad de horas del trabajador por su costo unitario, mas su costo fijo si se asigna, mas el costo de sobrecalificacion si lo esta, debe ser menor o igual al presupuesto total

- La cantidad maxima de trabajadores asignados es igual la cantidad total

$$\sum_{i=1} \sum_{j=1} Y_{ij} = D$$

- Nivel de especializacion minima por tarea. Para este caso, usamos la diferencia entre la especializacion del trabajador y lo que exige la tarea ( $S_j$ ). Por ende, que  $S_j$  sea mayor o igual a 0 sera una restriccion para todo i y j:

$$E_{ij} - T_j \geq 0$$

Si la diferencia entre la especializacion y lo que exige la tarea es negativa, entonces el trabajador no se asigna

"(...) Además, las tareas están clasificadas según los mismos niveles de especialización de tal manera que una tarea de cierto nivel de especialización puede ser ejecutada solo por trabajadores de tal nivel, o bien, uno superior, pero no inferior."

- Horas asignadas a cierta tarea:

$$\sum_{i=1} X_{ij} = H_j$$

La suma de todas las horas asignadas a una misma tarea debe ser igual a la cantidad de horas que exige esta ultima

- Si un trabajador es asignado, este debe trabajar una cantidad de horas:

$$X_{ij} \geq Y_{ij}$$

*"Cada tarea requiere de cierta cantidad de tiempo para ser completada y cada trabajador puede ser asignado por una cantidad determinada de tiempo. Todas las tareas deben ser completadas en su totalidad."*

- No se pueden asignar mas de dos tercios de los trabajadores totales a una misma tarea

$$\sum_{i=1} Y_{ij} \leq 2/3 D$$

## Funcion Objetivo

Funcion factible con el mejor resultado posible

- Minimizar costos totales

$$\min A = \sum_{i=1} \sum_{j=1} X_{ij} U_{ij} + Y_{ij} F_{ij} + Z_{ij} O_{ij}$$

## Casos de Infactibilidad

- Que no haya suficiente presupuesto para suplir la demanda
- Que no hayan suficientes trabajadores para suplir la demanda total
- Que no hayan suficientes horas para que los trabajadores puedan realizar las tareas
- Que no haya suficientes trabajadores que cumplan con el nivel de especializacion minima
- Que una o varias tareas exijan mas de dos tercios de la disponibilidad total