

Documentación Técnica

Árbol AVL

Los árboles AVL son árboles BB donde todo nodo cumple la propiedad de equilibrado AVL:

La altura del subárbol izquierdo y del derecho no se diferencian en más de uno.

Se define factor de equilibrio de un nodo como:

$$Fe(nodo) = altura(derecho) - altura(izquierdo)$$

En un árbol AVL el factor de equilibrio de todo nodo es -1, 0 ó +1.

Tras la inserción o borrado de un elemento, sólo los ascendientes del nodo pueden sufrir un cambio en su factor de equilibrio, y en todo caso sólo en una unidad.

Se añade una etapa donde se recorren los ascendientes. Si alguno está desequilibrado (+2 o -2) se vuelve a equilibrar mediante operaciones denominadas rotaciones.

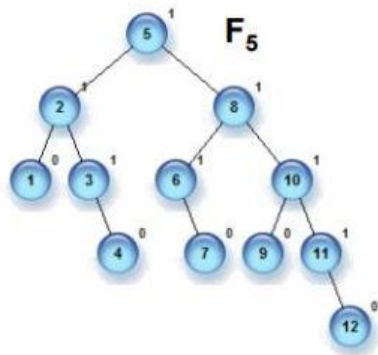
Altura logarítmica

Todo árbol binario con equilibrado AVL tiene altura logarítmica

Se define árbol de Fibonacci (Fh) como:

- F-1 es el árbol vacío.
- F0 es el árbol con un único nodo.
- Fh es el árbol con subárbol izquierdo Fh-2 y derecho Fh-1

El árbol Fh tiene altura h y número de elementos:



$$N(h) = N(h - 1) + N(h - 2) + 1$$

$$N(h) \in O(\phi^h) \Rightarrow h \in O(\log n)$$

Un árbol de fibonacci es el árbol AVL con mayor desequilibrio

Operaciones en Árbol AVL

Un árbol AVL es un árbol binario de búsqueda (ABB), ampliado con un campo que indica el factor de equilibrio de cada nodo.

Las operaciones de acceso son idénticas a las de un ABB.

Las operaciones de inserción y borrado se realizan igual que en un ABB, salvo que se añade una etapa posterior de reequilibrado.

El reequilibrado recorre los ascendientes del nodo que ha sufrido modificación, recalculando sus factores de equilibrio y aplicando las rotaciones adecuadas cuando es necesario.

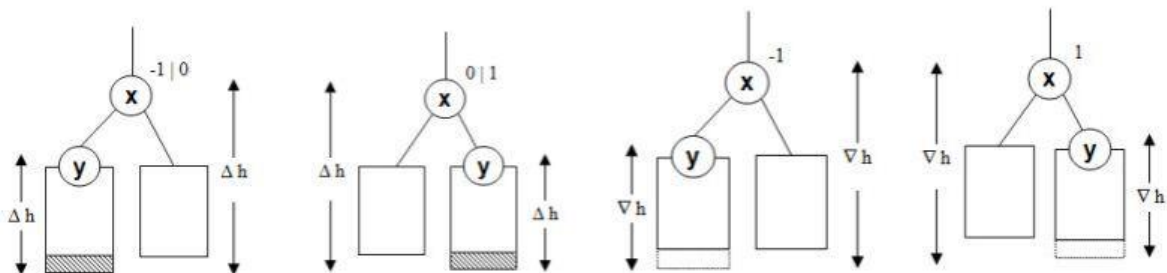
El recorrido se detiene al llegar al nodo raíz o cuando el subárbol del nodo actual no haya sufrido cambios en altura respecto a la situación anterior a la operación.

Es necesario controlar el cambio de altura de los subárboles, Δh , a lo largo del recorrido.

Cambios en altura

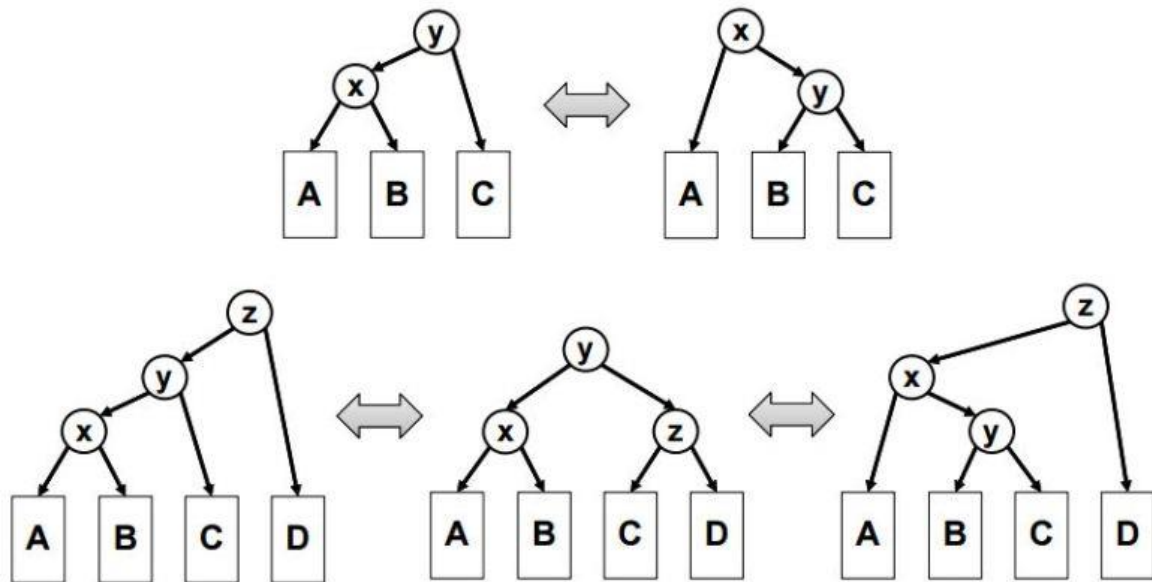
En inserción ($\Delta h > 0$), si un hijo (y) incrementa su altura, el padre (x) también la incrementa si su factor de equilibrio era -1 o 0 (hijo izquierdo) o bien 0 o +1 (hijo derecho)

En borrado ($\Delta h < 0$), si un hijo (y) decrementa su altura, el padre (x) también la decrementa si su factor de equilibrio era -1 (hijo izquierdo) o +1 (hijo derecho)



Rotaciones

Una rotación es una reestructuración local de un subárbol BB que mantiene la propiedad de ordenación. AVL3



Rotaciones en AVL

Tras una operación de inserción o borrado, se recorren los ascendientes, recalculando sus factores de equilibrio y teniendo en cuenta el cambio en altura del subárbol.

Es posible que en el recorrido el factor de equilibrio de algún nodo pasa a valer $+2$ ó -2 (desequilibrado).

En ese caso se aplica una determinada rotación que restablece el equilibrio del nodo (aunque es posible que cambie la altura del nodo).

En un árbol AVL se necesitan 2 tipos de rotaciones (simples y dobles), en un sentido u otro (izquierdas y derechas).

Teniendo en cuenta los distintos ajustes de factores de equilibrio y posibles resultados respecto al cambio de altura, existen seis casos a considerar.

1. Rotación 2|1 (Simple derecha).
2. Rotación 2|0 (Simple derecha).
3. Rotación 2|-1 (Doble derecha).
4. Rotación -2|-1 (Simple izquierda).
5. Rotación -2|0 (Simple izquierda).
6. Rotación -2|1 (Doble izquierda).

Diagrama

