## Linguagens de Programação

## Inferência de Tipos

1. Aplique o algoritmo de inferência de tipos às definições e expressões que se seguem (os nomes livres referem-se a definições de alíneas anteriores). Tenha em conta os tipos pré-definidos:

```
0, 1, 2, \dots : int
         +, -, * : int \rightarrow int \rightarrow int
     true, false : bool
              = : 'a\rightarrow'a\rightarrowbool
              [] : 'a list
              hd : 'a list 
ightarrow 'a
              tl : 'a list 
ightarrow 'a list
               :: 'a \rightarrow 'a list \rightarrow 'a list
(a) fun f1 x y = x + y;
(b) fun f2 x y = f1 x y;
(c) fun f3 x = f1 x;
(d) fun id x = x;
(e) fun apply (f, x) = f x;
 (f) fun applyc f x = f x;
(g) id applyc;
(h) applyc id;
 (i) apply (f1, 5);
 (j) fun curry f x y = f (x, y);
(k) fun flip f a b = f b a;
 (1) fun fact 0 = 1
    | fact n = n * fact (n - 1);
(m) fun fib n = fib (n - 1) + fib <math>(n - 2);
```

```
(n) fun f4 (m, n) = f4 (m + n, m);
(o) fun f5 (h,x) = h (f5 (h, x - 1), x);
(p) fun f6 h x = h (f6 h (x - 1)) x;
(q) fun f7 g a = g (g a);
(r) fun e1 f = f (e1 0);
(s) fun e2 f = f f + 2;
(t) fun o f g x = f (g x);
(u) fun ou (f, g, x) = f (g x);
(v) fun pr (f, a, x) = f (x, pr (f, a, a x));
(w) fun len l = if l = [] then 0 else 1 + len (tl l);
(x) fun ape l m = if l = [] then m else ape (tl l) m;
(y) fun app l m = if l = [] then m else hd l :: app (tl l) m;
```

(z) fun rev [] = [] | rev l = app (rev (tl l)) (hd l :: []);

2. Considere o código ML seguinte

```
fun f x y = let fun g x = 3 * x + y
in g (x - 1) end;
f 4 5;
```

- (a) Traduza-o para cálculo- $\lambda$ .
- (b) Reduza o termo obtido na alínea anterior.
- (c) Aplique o algoritmo de inferência de tipos à definição de f.
- 3. Considere a função f definida em ML como

fun f 
$$(g,x) = g(x, f(g, hx))$$

- (a) Desenhe a árvore sintática que representa a função f.
- (b) Sabendo que h é do tipo h: 'a->'a, indique qual o tipo de f aplicando o algoritmo de inferência de tipos.