Para tornar um sinal analógico num digital é preciso discretizar as variações no tempo e na amplitude.

Conversão ADC { — amostragem (tempo)
— quantização (amplitude)

$\frac{1}{T_a} = f_a \rightarrow$ Frequência de amostragem

É possível fazer amostragem sem introduzir erro

Teorema da amostragem → permite reconstruir o sinal original.

$44100\,Hz > 2 \times 200\,00\,Hz \;\Big\}\; f_a > 2 \times f_{am}$

↓

f_a de um CD

Quantização: Não é possível fazer quantização sem introduzir erro.

SNR → Signal-to-noise-error (dB)

$u(n)$ → representação do sinal em tempo discreto.

SNR: $\mathcal{E}_R = \sum_n |u(n)|^2$

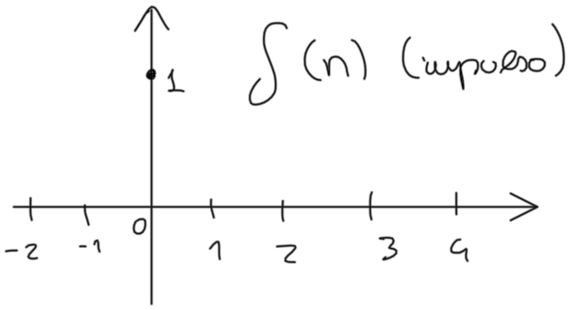
$r(n) = u(n) - \hat{u}(n)$ → quantizado

$\mathcal{E}_v = \sum |v(n)|^2$.

$SNR = 10 \log_{10} \frac{\mathcal{E}_R}{\mathcal{E}_v}$ (dB)

Estabilidade

Entrada limitada em amplitude →

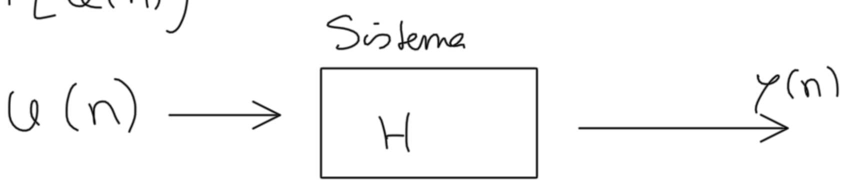


$$y(n) = x(n) + 2y(n-1)$$

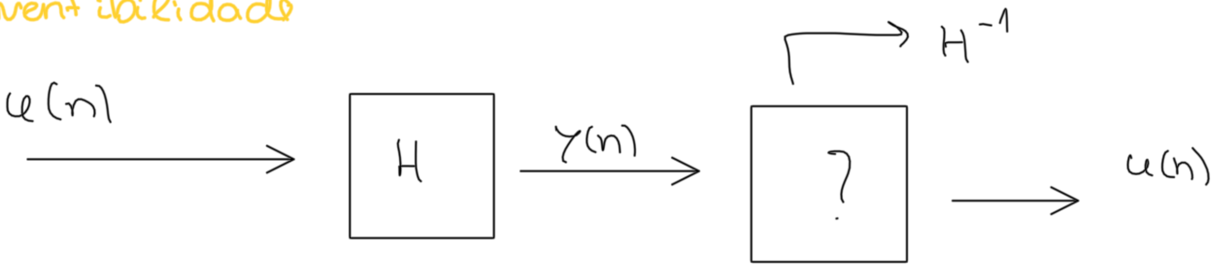
$$\left.\begin{array}{l} n=0\ ;\ y(0)=1 \\ n=1\ ;\ y(1)=2 \\ n=2\ ;\ y(2)=4 \end{array}\right\} y(4) = 2^4$$

Exemplo: $f_a = 1000\,\text{Hz}$ $\quad T_a = \dfrac{1}{1000} = 1\,\text{ms}$

$$y(n) = H[x(n)]$$

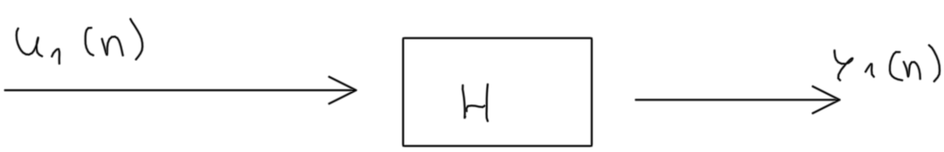


Invertibilidade



↳ sistema inverso.

Linearidade



$$u_2(n) \longrightarrow \boxed{H} \longrightarrow y_2(n)$$

$$\underbrace{u_1(n)+u_2(n) \longrightarrow \boxed{H} \longrightarrow y_1(n)+y_2(n)}_{\text{Aditividade}}$$

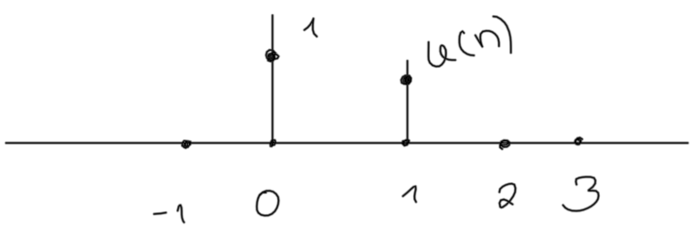
$$\underbrace{\alpha u(n) \longrightarrow \boxed{H} \longrightarrow \alpha y(n)}_{\text{Homogeneidade}}$$

Linear = Aditividade e Homogeneidade

Causalidade

Exemplo de sistema não causal:

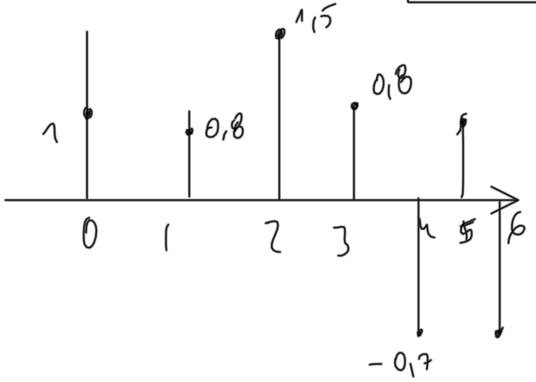
$$y(n) = u(n) + u(n-1) - 0,5\, y(n+4)$$



$$y(0) = u(0) + u(1) - 0,5\, y(4)$$

Linearidade e invariante no tempo (LIT)

$$u(n) \longrightarrow \boxed{H} \longrightarrow y(n)$$



$$u(n) = \sum_k u(k)\,\delta(n-k)$$

$$y(n) = H[u(n)] = H\left[\sum u(k)\,\delta(n-k)\right] =$$

aditividade

$$= \sum H[u(k)\,\delta(n-k)] =$$

homogeneidade

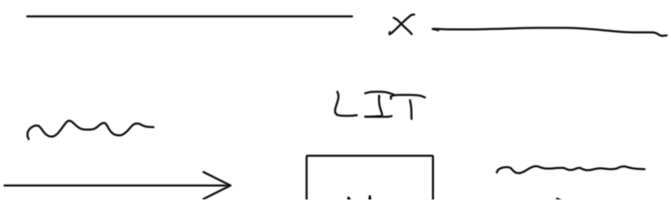
$$= \sum u(k)\,H[\delta(n-k)] =$$

$$= \sum u(k)\,h(n-k)$$

invariância temporal

Resposta impulsional do sistema.

$$\underbrace{y(n) = \sum_k u(k)\,h(n-k)}_{\text{Convolução}}$$

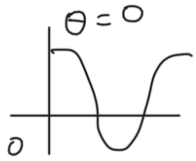


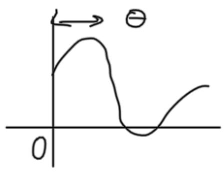
$$\cos(2\pi f t) \longrightarrow \boxed{H} \longrightarrow a \cdot \cos(2\pi f t + \theta)$$

amplitude

fase

$\theta = 0$





$$\cos(2\pi f t) \xrightarrow{\text{amostragem}} \cos(2\pi f a\, n\, T a)$$

$$= \cos\left(2\pi \frac{f}{fa} n\right)$$

Frequência normalizada

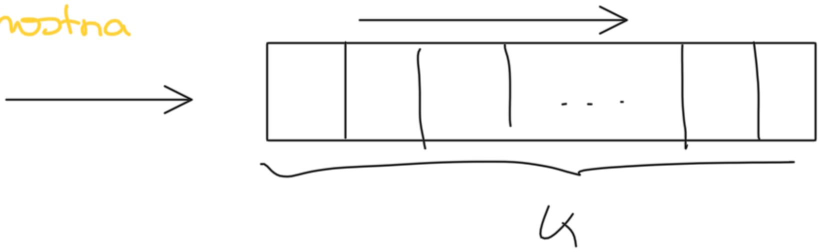
Eco: $y(n) = u(n) - \alpha\, u(n-K)$

Ganho do eco

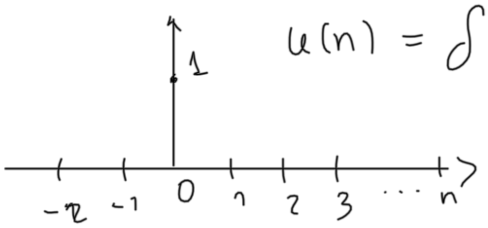
atraso do eco

sistema sem realimentação

Amostra



$u(n) = \delta(n)$



$y(n) = u(n) + \alpha u(n-1)$

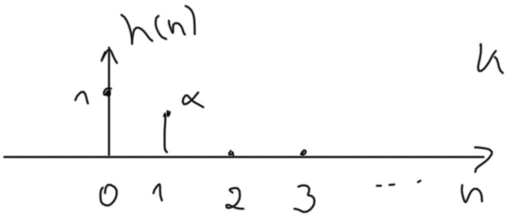
$y(0) = u(0) + \alpha u(-1) = 1$

$y(1) = u(1) + \alpha u(0) = \alpha$

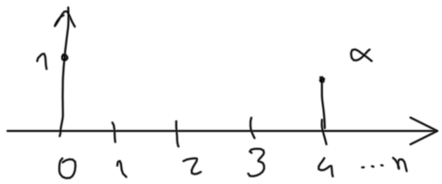
$y(2) = u(2) + \alpha u(1) = 0$

$\vdots$

Resposta Impulsional



$k=1$



$k=4 \longrightarrow$ Delay

Multiplos ecos

$$y(n) = x(n) + \alpha x(n-k) + \alpha^2 x(n-2k) + \alpha^3 x(n-3k)$$

$$y(n) = \sum_{i=0}^{\infty} \alpha^i x(n-ik)$$

$$h(n) = ? \quad \underbrace{y(n) = x(n) + \alpha y(n-1)}_{\text{sistema com realimentação}}$$

$$y(0) = x(0) + \alpha y(-1) = 1$$

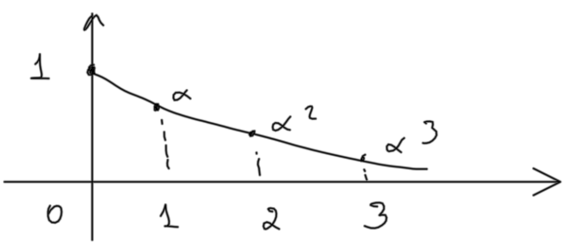
$$y(1) = x(1) + \alpha y(0) = \alpha$$

$$y(2) = x(2) + \alpha y(1) = \alpha^2$$

$$\vdots$$

$$y(m) = x(m) + \alpha y(m-1) = \alpha^m$$

IIR
Infinite
Impulse
Response



------

sistema, $y(n) = x(n) + \alpha x(n-1)$

inverso

$$u(n) = y(n) + \alpha\, y(n-1)$$
$$y(n) = u(n) - \alpha\, y(n-1)$$

Transformação Z

$$Z\{a(n)\} = A(z)$$

$$Z\{a(n-k)\} = A(z) \cdot z^{-k}$$

$$y(n) = u(n) - \alpha y(n-1)$$
$$Y(z) = X(z) - \alpha Y(z) z^{-1}$$

Função de Transferência

$$\frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1}{1+\alpha z^{-1}}$$

"zeros" são as raízes do numerador

'pólos' são as raízes do denominador

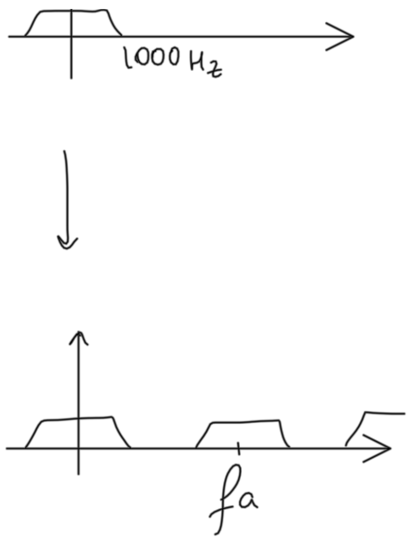
Num sistema estável, todos os pólos têm módulo inferior a 1.

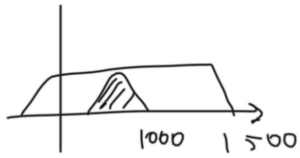
$$y(n) = 2u(n) - u(n-1) + 3y(n-1) - 2y(n-2)$$

$$Y(z) = 2X(z) - X(z) z^{-1} + 3Y(z) z^{-1} - 2Y(z) z^{-2}$$

Aliasing

$f_a = 1500\ Hz$


1000 Hz
fa


1000
1500