Беркман Даниела

М01ММ-23

**Отчет по 1 работе «Методы аппроксимации зашумленных данных»**

1 задание

Построить многочлен пятой степени (найти коэффициенты), который в точках , где , удовлетворяет неравенствам . И, кроме того, удовлетворяет неравенствам: .

Построить график этого многочлена на интервале

A = [];

x = [];

b1 = [];

b2 = [];

for i = 1:101

x = 0:0.1:10;

A = [A; [1, x(i), x(i)^2, x(i)^3, x(i)^4, x(i)^5]]; *- создание матрицы полинома*

b1 = [b1;0]; *- вектор ограничений снизу*

b2 = [b2;5]; *- вектор ограничений сверху*

end

*Дополнительные ограничения на полином*

b1(31) = 4;

b2(1) = 1;

b2(71) = 1;

b1(101) = 2;

b2(101) = 3;

*Нахождение оптимальных коэффициентов полинома P при заданных ограничениях F*

a = sdpvar(6,1);

F = [A\*a>=b1, A\*a<=b2];

optimize(F);

b = value(a);

*Построение полинома с найденными коэффициентами*

y = A\*b;

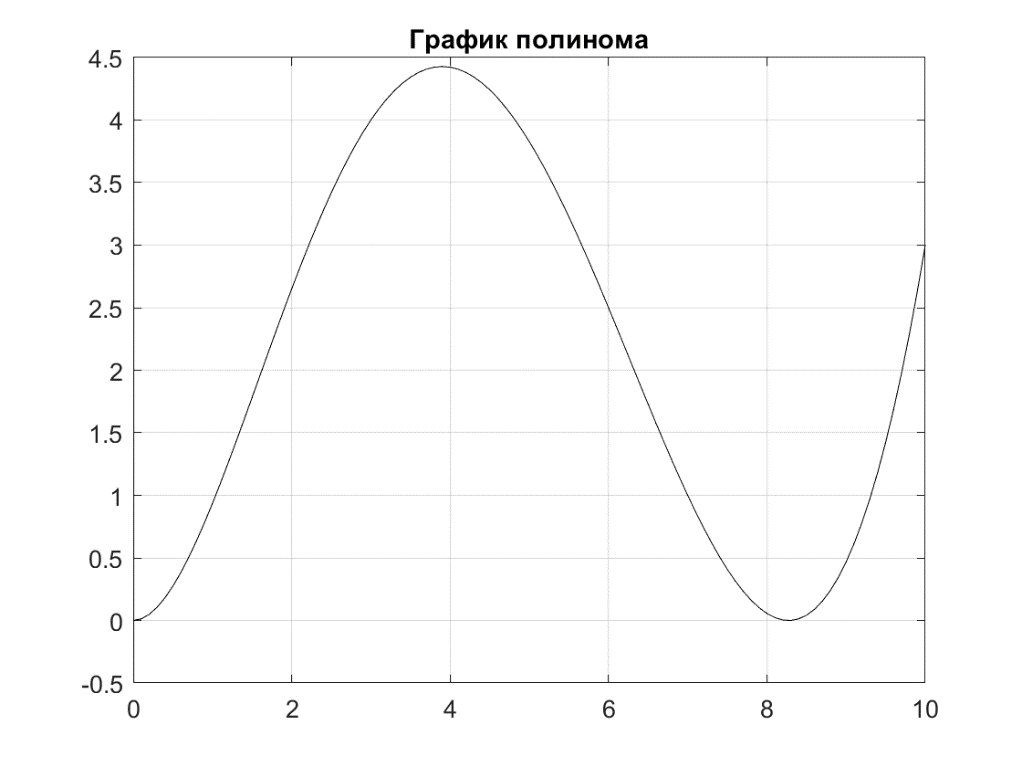
figure

plot(x,A\*b,'black')

hold on

grid on

title("График полинома")



2 задание

Построить зашумленные измерения значений этого многочлена по формуле , где помеха белый гауссовский шум со средним 0 и дисперсией .

Построить график истинных значений многочлена и зашумленных измеренных значений в точках .

*Добавление белого гауссовского шума со средним 0 и дисперсией 0.3 реализуется по формуле*

*случайная величина, нормально распределенная на отрезке [-1,1]*

z1 = y + randn(101,1)\*sqrt(0.3);

figure

hold on

grid on

plot(x,z1,'blue')

plot(x,y,'black')

title("График зашумленного полинома с помехой w")



3 задание

По зашумленным измерениям, оценить неизвестные значения коэффициентов многочлена, используя метод наименьших квадратов, аппроксимацию Чебышева, минимизацию суммы модулей ошибок, минимизацию суммы значений штрафной функции .

На одном рисунке построить графики истинных значений многочлена, зашумленных измеренных значений в точках и всех построенных аппроксимаций.

Провести анализ точности различных методов и дать описание полученных результатов.

%МНК

*Целевой функцией в МНК является Евклидова норма*

h1 = norm(A\*a - z1,2);

optimize(F,h1);

b\_mnk = value(a);

z11 = A\*b\_mnk;

*Целевой функцией в аппроксимации Чебышева является максимальная (бесконечная) норма*

%Чебышев

h2 = max(abs(A\*a - z1));

% h2 = norm(A\*a - z1,inf);

optimize(F,h2);

b\_cheb = value(a);

z12 = A\*b\_cheb;

*Целевой функцией в минимизации суммы модулей ошибок является первая (Монхетенская) норма*

%Минимизация суммы модулей ошибок

h3 = sum(abs(A\*a - z1));

% h3 = norm(A\*a - z1,1);

optimize(F,h3);

b\_1 = value(a);

z13 = A\*b\_1;

*Из-за вогнутости штрафной функции , задачу невозможно решить с помощью минимизации этой целевой функции, данную задачу не решают методы для решения выпуклых задач*

%минимизацию суммы значений штрафной функции ф(t) =

% h4 = sum(sqrt(abs(A\*a - z1)));

% optimize(F,h4);

% b\_phi = value(a);

% z14 = A\*b\_phi;

figure

hold on

grid on

plot(x,z11)

plot(x,z12)

plot(x,z13)

% plot(x,z14)

plot(x,z1)

plot(x,y)

legend('mnk','cheb','first','with noise','without')

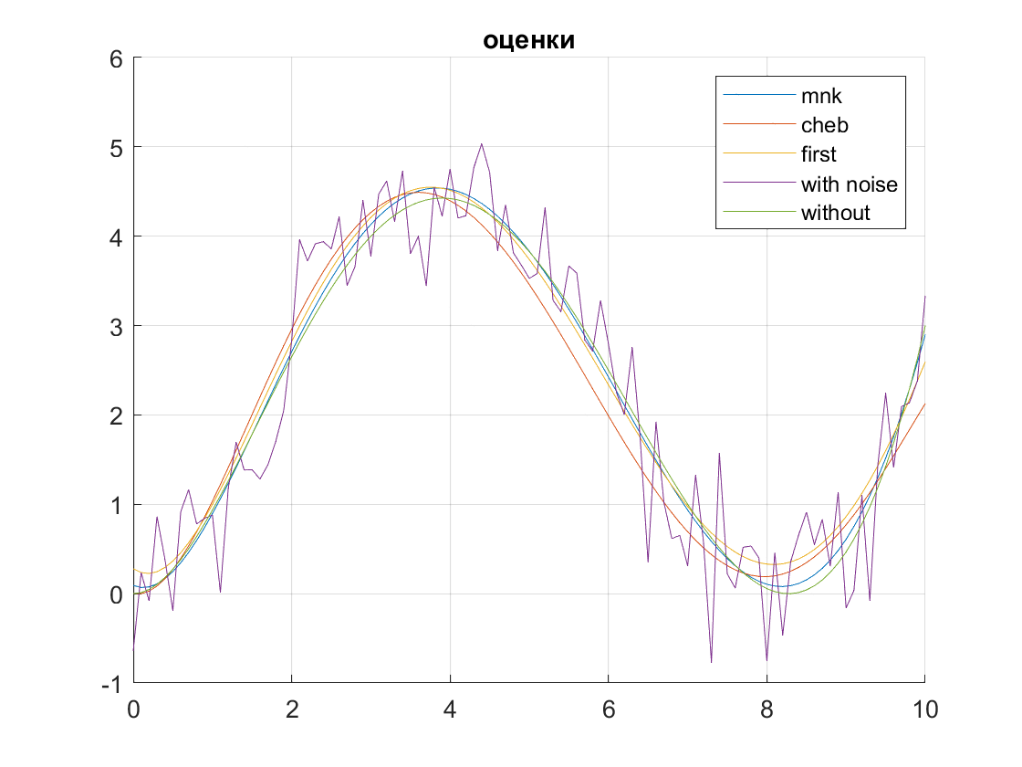
title("оценки")

*Вычисление ошибок аппроксимации (максимального отклонения от не зашумлённого полинома)*

max(abs(y-z11)) *= 0.1421*

max(abs(y-z12)) *= 0.8722*

max(abs(y-z13)) *= 0.4149*



4 задание

Построить зашумленные измерения значений того же многочлена по формуле где помеха та же, что и раньше, а случайная величина, принимающая значение с вероятностью и значение лежащее в диапазоне , с вероятностью .

Построить график истинных значений многочлена и зашумленных измеренных значений в точках .

v = [];

for i = 1:101

p = rand;

*случайная величина, принимает значение с вероятностью*

if p < 0.9

v = [v; 0];

*значение лежащее в диапазоне , с вероятностью*

else

*случайная величина, нормально распределенная на отрезке [-1,1], случайная величина, нормально распределенная на отрезке [0,1]*

v = [v; sign(randn)\*(10 + rand\*10)];

end

end

z2 = z1 + v;

figure

hold on

grid on

plot(x,z2,'blue')

plot(x,y,'black')

title("График зашумленного полинома с помехами w и v")



5 задание

По новым зашумленным измерениям оценить коэффициенты многочлена, используя те же методы, что и в задаче 3.

На одном рисунке построить графики полученных аппроксимаций.

Провести анализ результатов, сравнить различные методы между собой и с результатами, полученными в задаче 3.

*Комментарии к коду ниже аналогичны комментариям из 3 задания*

%МНК

h12 = norm(A\*a - z2);

optimize(F,h12);

b\_mnk2 = value(a);

z21 = A\*b\_mnk2;

%Чебышев

h22 = max(abs(A\*a - z2));

% h2 = norm(A\*a - z1,inf);

optimize(F,h22);

b\_cheb2 = value(a);

z22 = A\*b\_cheb2;

%Минимизация суммы модулей ошибок

h32 = sum(abs(A\*a - z2));

% h3 = norm(A\*a - z1,1);

optimize(F,h32);

b\_12 = value(a);

z23 = A\*b\_12;

%минимизацию суммы значений штрафной функции ф(t) = ?[t]

% h42 = sum(sqrt(abs(A\*a - z2)));

% optimize(F,h42);

% b\_phi2 = value(a);

% z24 = A\*b\_phi2;

figure

hold on

grid on

plot(x,z21)

plot(x,z22)

plot(x,z23)

% plot(x,z24)

plot(x,z2)

plot(x,y)

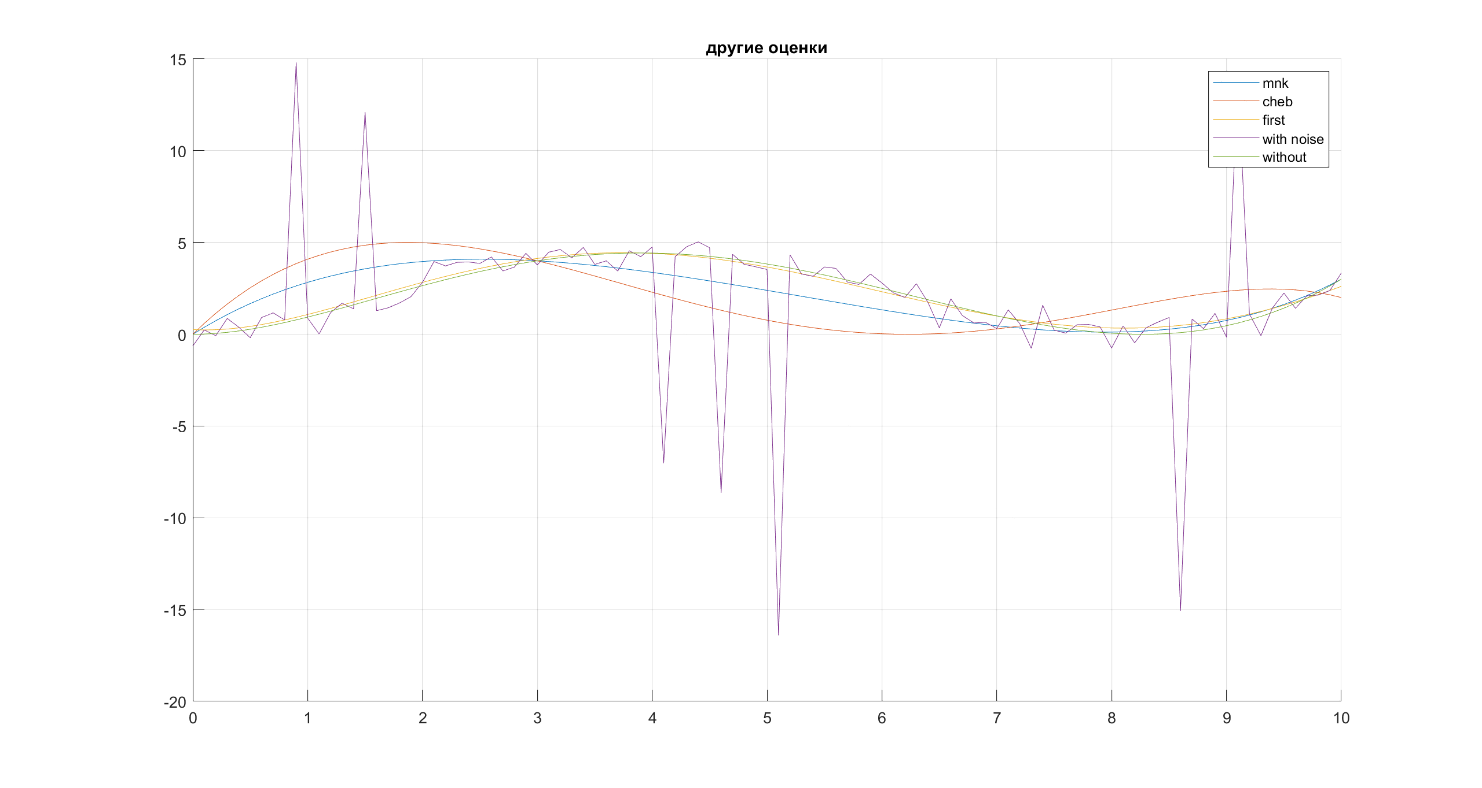
legend('mnk','cheb','first','with noise','without')

title("другие оценки")

max(abs(y-z21)) *= 1.9122*

max(abs(y-z22)) *= 3.2198*

max(abs(y-z23)) *= 0.3991*



Выводы

Судя по графикам и вычисленным ошибкам аппроксимации (максимального отклонения зашумленного полинома от не зашумлённого полинома) при добавлении белого гауссовского шума со средним 0 и дисперсией – лучше всего оценивать неизвестные коэффициенты методом наименьших квадратов:

при добавлении белого гауссовского шума со средним 0 и дисперсией и шума в виде случайной величины, принимающей значение с вероятностью и значение, лежащее в диапазоне , с вероятностью – лучше всего оценивать неизвестные коэффициенты минимизацией суммы модулей ошибок из-за того, что первые два метода аппроксимации слишком сильно реагируют на большие, относительно самой функции и шума с небольшой дисперсией, шумы (выбросы):