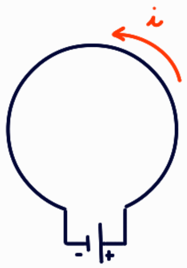
(AUTO)INDUTTANZA

Esempio qualitativo: spira



$$\boxed{B = 2\pi K_m \frac{i}{R}}$$

campo magnetico al centro della spira

Per calcolare il flusso devo sapere quanto vale il campo in ogni punto della spira.

$$\Phi_{\vec{B}} \underset{\text{PROPORZIONALE}}{\propto} i$$

$$\Phi_{\vec{B}} = L\, i$$

INDUTTANZA

- dipende dalla geometria del circuito e del materiale;
- si misura in $\frac{T \cdot m^2}{A} = H$ (henry)

Se la corrente varia nel tempo $\frac{di}{dt} \neq 0$

allora ci sarà anche una variazione nel tempo del flusso del campo magnetico

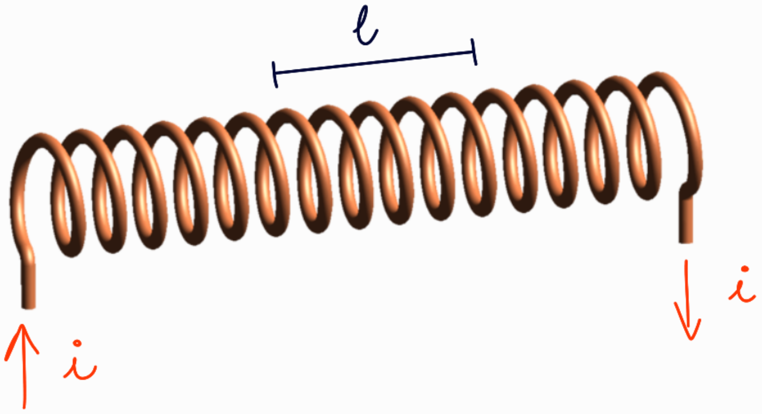
$$\frac{d}{dt}\Phi_{\vec{B}} = \frac{d}{dt}(L\, i)$$

Se L non cambia, allora $= L\frac{di}{dt} = -\mathcal{E}_i$

Che ci riporta alla legge di Faraday-Lenz: $\mathcal{E}_i = -\frac{d}{dt}\Phi_{\vec{B}}$

C'è un caso in cui è facile calcolare quanto vale il flusso: solenoide rettilineo

Esempio quantitativo: solenoide rettilineo di lunghezza infinita



n : numero di avvolgimenti per unità di lunghezza

$N = n\ell$: numero di avvolgim. nel tratto lungo ℓ del solenoide

Ricordiamo che il campo magnetico all'esterno del solenoide è nullo e che all'interno è costante, è diretto lungo l'asse del solenoide e vale

$$|\vec{B}| = 4\pi k_m n i = \mu_0 n i$$

Calcoliamo l'induttanza.

- flusso del campo magnetico attraverso un avvolgimento

$$\Phi_{\vec{B}} = \int_S \overbrace{\vec{B}\cdot\vec{n}}^{\vec{B}\,//\,\vec{n}}\, dS = \int_S B\, dS = 4\pi k_m n i \int_S dS$$

S superficie di una spira

$$\Phi_{\vec{B},1\,\text{spira}} = 4\pi k_m n i \cdot S$$

Se ora prendo non una spira ma un tratto lungo ℓ, avrò

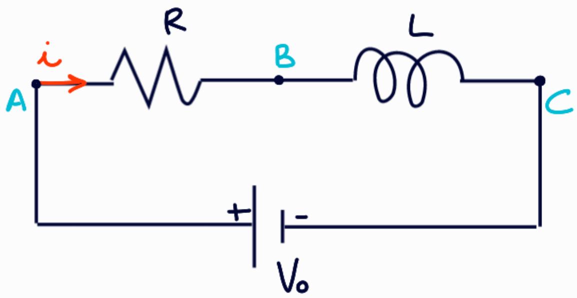
$$\Phi_{\vec{B}} = N\,\Phi_{\vec{B},1\,\text{spira}} = 4\pi k_m S \underbrace{n}_{\frac{N}{\ell}} N i = 4\pi k_m S \frac{N^2}{\ell} i$$

$$\Longrightarrow \boxed{L = 4\pi k_m S \frac{N^2}{\ell} = \mu_0 S \frac{N^2}{\ell}}$$

INDUTTORE

Un induttore viene inserito in un circuito elettrico per far sì che questo si opponga a variazioni di correnti indotte che percorrono il circuito.

Supponiamo di avere un circuito formato da un resistore e un induttore in serie, percorsi da una corrente i, collegati ad una fem:



- Supponiamo che ci sia un aumento di corrente: per contrastare questo aumento, L si comporta come una *fem* con potenziale nel punto B maggiore di quello in C a parità di resistenza.

$$\frac{di}{dt} > 0$$

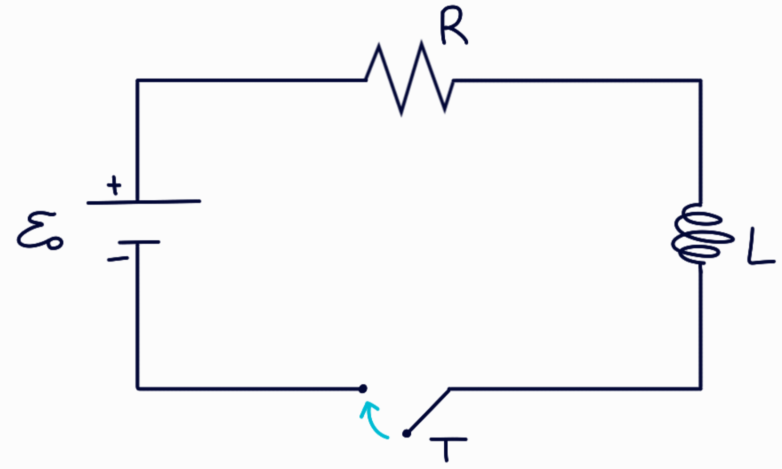
- Se invece abbiamo una variazione di R con diminuzione di corrente, L si comporta come una *fem* in cui il potenziale in B è minore di quello in C

$$\frac{di}{dt} < 0$$

In entrambi i casi, scrivendo la legge di Kirchhoff, risulta:

$$V_0 - iR - L\frac{di}{dt} = 0$$

Circuiti RL in corrente continua (chiudo T)



Nell'istante in cui chiudo l'interruttore:

$$\mathcal{E}_0 - iR - L\frac{di}{dt} = 0$$

$$\Longrightarrow \quad i(t) = \frac{\mathcal{E}_0}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

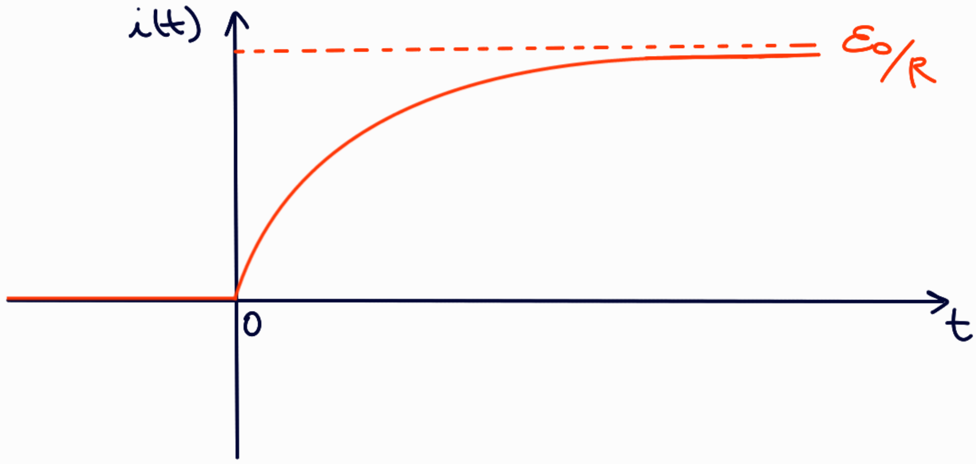
dove $\tau = \frac{L}{R}$

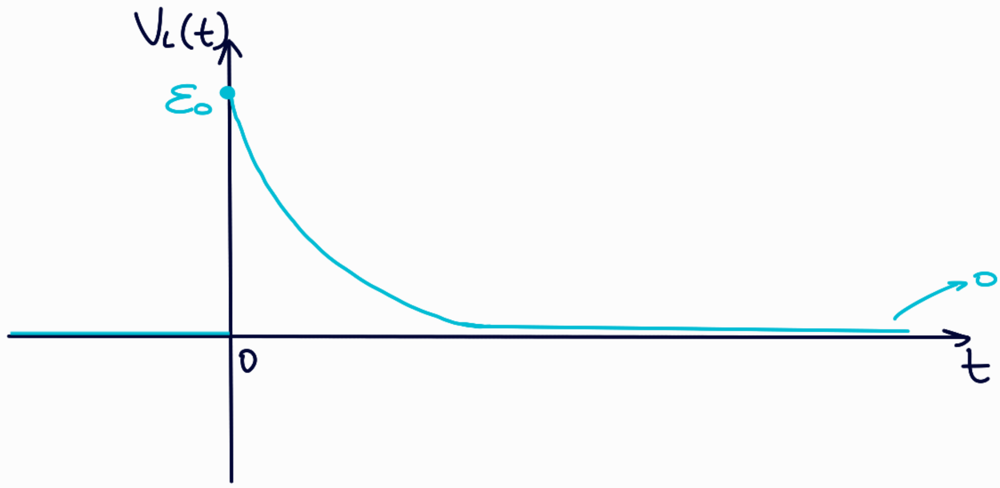
- Quando chiudo l'interruttore ($i=0$): $\quad i(t=0) = \frac{\mathcal{E}_0}{R}(1 - e^{0}) = 0$

- Dopo che passa del tempo ($t \to +\infty$):

$$\lim_{t\to+\infty} i(t) = \lim_{t\to+\infty} \frac{\mathcal{E}_0}{R}\left(1 - \cancelto{0}{e^{-\frac{t}{\tau}}}\right) = \frac{\mathcal{E}_0}{R}$$

L si composta come un corto circuito





Dai grafici osserviamo che:

- Subito dopo la chiusura di T

$$i(t=0^+) = 0 \longrightarrow \text{stessa corrente di } t=0^-$$

$$V_L(t=0^+) = \mathcal{E}_0 \longrightarrow \text{diff. di potenziale } \neq 0$$

- alla stazionarietà

$$\lim_{t \to +\infty} i(t) = \frac{\mathcal{E}_0}{R}$$

$$\lim_{t \to +\infty} V_L(t) = 0 \longrightarrow L \text{ si comporta come un corto circuito}$$