Due nodi u e v sono detti **MUTUAMENTE RAGGIUNGIBILI** ($u \leftrightarrow v$) se nel grafo esistono un cammino da u a v e un cammino da v a u

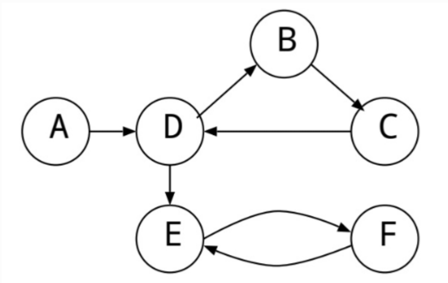
$\hookrightarrow$ è una relazione di equivalenza :
- riflessiva ($u \leftrightarrow u$)
- simmetrica ($u \leftrightarrow v \Leftrightarrow v \leftrightarrow u$)
- transitiva ($u \leftrightarrow v \wedge v \leftrightarrow z \Rightarrow u \leftrightarrow z$)

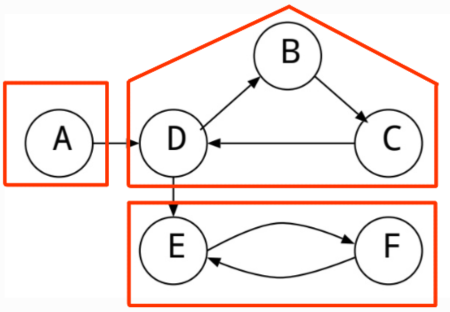
La relazione MR può essere usata per PARTIZIONARE i nodi del grafo

$\Rightarrow$ PARTIZIONI = **COMPONENTI FORTEMENTE CONNESSE** (**CFC**)

$\forall (u,v) \in$ cfc abbiamo che : $u \leftrightarrow v$ e nessun nodo della cfc è MR con un nodo che non è nella cfc

esempio





Ho 3 cfc
- 2 per i cicli
- 1 per il singoletto

CALCOLO DELLA CFC DI UN VERTICE

Sia x un vertice di un grafo orientato $G = (V, E)$

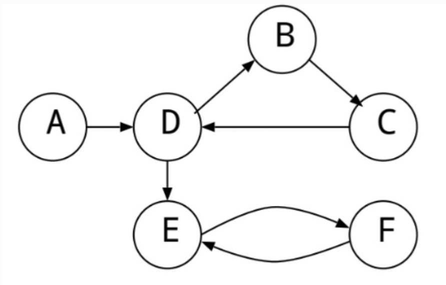
1) Calcolo l'insieme $D(x)$ dei vertici di G che sono raggiungibili da x
2) Calcolo l'insieme $A(x)$ dei vertici di G da cui x è raggiungibile
3) Calcolo $D(x) \cap A(x)$

Complessità $O(|V| + |E|)$ $\longrightarrow$ su tutte le cfc : $O(|V|^2 + |V| \cdot |E|)$

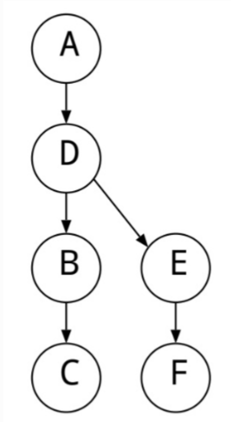
ALGORITMO BASATO SU DFS

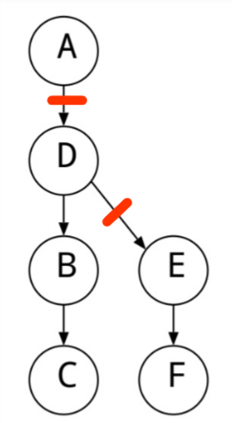
- se $x \leftrightarrow y$ allora nessun cammino tra essi può uscire dalla loro CFC
- in una qualsiesi DFS di un grafo G orientato, tutti i vertici di una CFC vengono collocati nello stesso albero

esempio:



visita partendo da A $\longrightarrow$





gli alberi della foresta di scoperta si possono potare in modo da separare le CFC

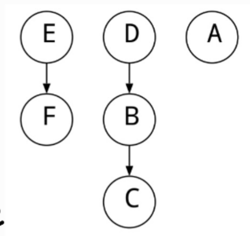
$\rightarrow$ Basta trovare un ordine "giusto" con cui scegliere il nodo bianco per far ripartire la visita

$\downarrow$

otterrei un albero per ogni CFC

come?

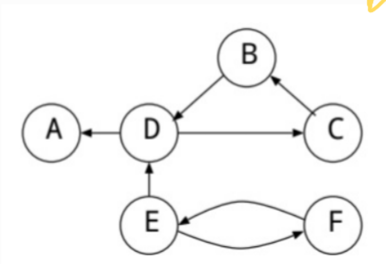
ordine giusto = E, F, D, B, C, A



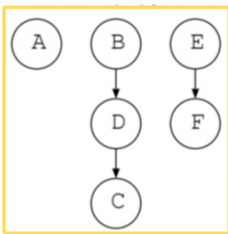
$\rightarrow$ gli alberi implicano l'esistenza di cammini in una direzione

Nell'altra direzione? utilizzo il grafo trasposto G^T

e si ripete la visita considerando i nodi in ordine decrescente (rispetto alla prima visita)



$\longrightarrow$



$\rightarrow$ Nella foresta generata dalla seconda visita, ogni albero è una CFC