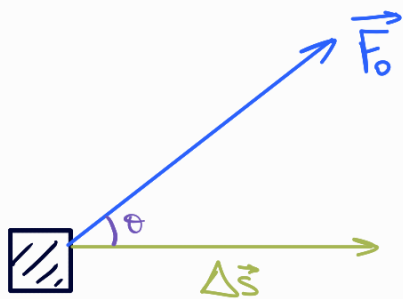


## LAVORO ED ENERGIA

Ho dispendio energetico quando applico una forza per spostare un oggetto. Tanto è più grande la forza applicata, tanta più è l'energia che viene dissipata. Questo dispendio energetico viene descritto tramite il **lavoro**.



Conta solo la componente del lavoro lungo lo spostamento

$$L = \vec{F}_0 \cdot \Delta \vec{s} = F_0 \cdot \Delta s \cdot \cos \theta$$

DIMENSIONI:  $[L] = \frac{M \cdot L}{T^2} \cdot L = \frac{M \cdot L^2}{T^2}$

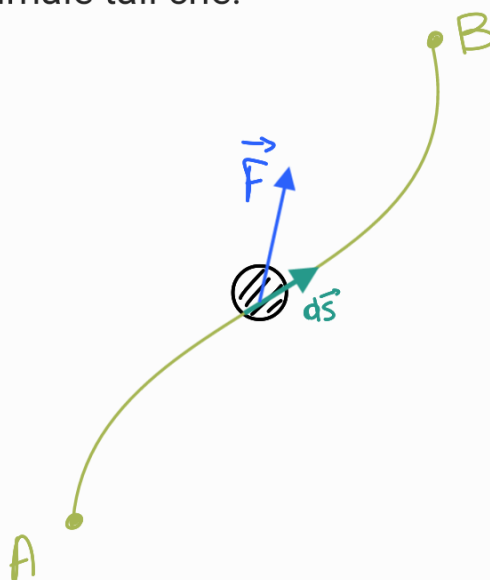
UNITA' DI MISURA:  $N \cdot m = \frac{kg \cdot m^2}{s^2} = 1 J$  Joule

Immagino di spostare un oggetto da un punto A a un punto B. In generale, la forza cambia lungo il tragitto.

Suddividiamo lo spostamento in tratti infinitesimale tali che:

1. Lungo ogni punto la forza è la stessa
2. Posso considerare tratti rettilinei

$$L_{AB} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s}$$



Per la seconda legge di Newton:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Se agisce una forza, il corpo è accelerato, quindi la velocità varia.

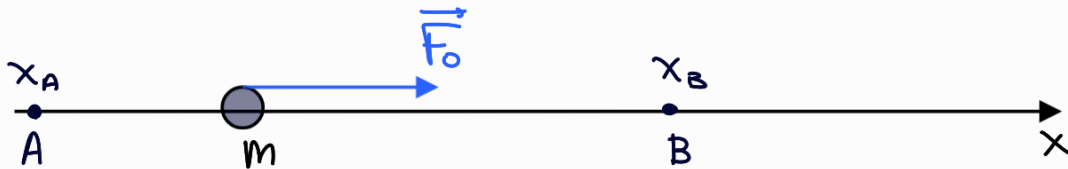
$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{d\vec{v}}{dt} \neq 0$$

Introduco una nuova quantità in funzione della velocità per esprimere il lavoro:

**L'energia cinetica**

Prendiamo in esame il caso in cui:

- La forza è costante, diretta lungo la direzione del moto  $F = F_0$
- Moto rettilineo uniformemente accelerato  $\vec{a} = \frac{1}{m} \vec{F}_0 = \vec{a}_0 \quad \omega t$



$$L_{AB} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} = F_0 (x_B - x_A)$$

Come cambia la posizione nel tempo?  $x(t) = \frac{1}{2} a_0 t^2 + v_0 t + x_0$

Come varia la velocità in funzione del tempo?  $v(t) = a_0 t + v_0$

Quando il corpo si trova in A:  $t = 0$   
 $x(0) = x_A$   
 $v(0) = v_A$

$$\Rightarrow \begin{cases} x(t) = \frac{1}{2} a_0 t^2 + v_A t + x_A \\ v(t) = a_0 t + v_A \end{cases}$$

Quando il corpo arriva nel punto B:

$$t = t_F$$

$$x(t_F) = x_B$$

$$v(t_F) = v_B$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_B = \frac{1}{2} a_0 t_F^2 + v_A t_F + x_A \\ v_B = a_0 t_F + v_A \end{cases}$$

Ora, voglio definire il lavoro in funzione di velocità iniziale e velocità finale

$$x_B - x_A = \frac{1}{2} a_0 t_F^2 + v_A t_F$$

$$\Rightarrow L_{AB} = F_0 \left( \frac{1}{2} a_0 t_F^2 + v_A t_F \right)$$

$$v_B = a_0 t_F + v_A \Rightarrow t_F = \frac{v_B - v_A}{a_0}$$

$$= F_0 \left( \frac{1}{2} \cancel{a_0} \frac{(v_B - v_A)^2}{\cancel{a_0}^2} + v_A \frac{v_B - v_A}{a_0} \right)$$

$$= F_0 \left( \frac{v_B^2 - 2v_B v_A + v_A^2}{2a_0} + \frac{v_A v_B - v_A^2}{a_0} \right)$$

$$= F_0 \cdot \frac{1}{2a_0} (v_B^2 - v_A^2)$$

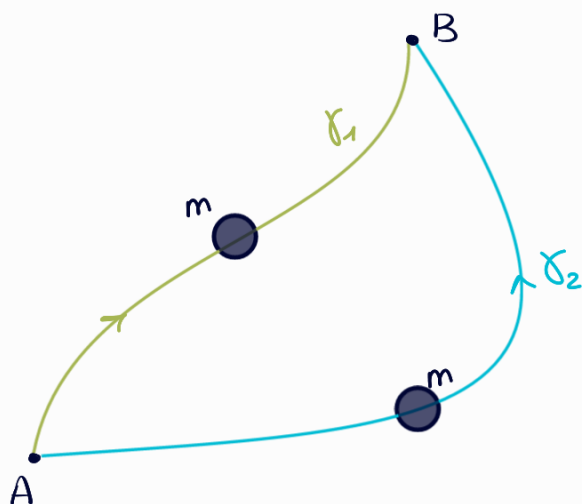
$$\left. \begin{array}{l} F_0 = m a_0 \\ F_0 / a_0 = m \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 = E_K(B) - E_K(A)$$

Il lavoro compiuto per spostare il corpo puntiforme dal punto A al punto B è SEMPRE pari alla **variazione di energia cinetica**

$$E_K = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

ENERGIA CINETICA

## FORZE CONSERVATIVE



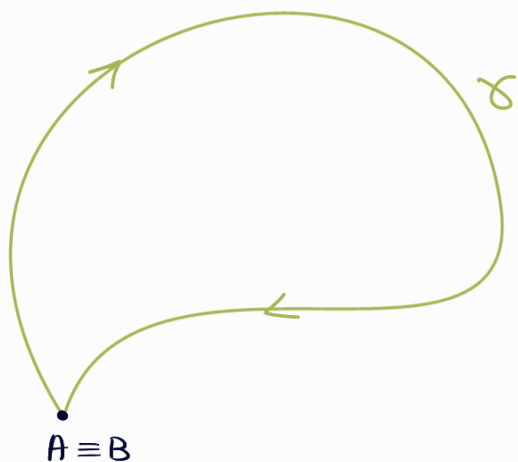
$$\left. \begin{aligned} L'_{AB} &= \int_{A, \gamma_1}^B \vec{F} \cdot d\vec{s} \\ L''_{AB} &= \int_{A, \gamma_2}^B \vec{F} \cdot d\vec{s} \end{aligned} \right\} L'_{AB} = L''_{AB}$$

Il lavoro non dipende dal percorso scelto ma solo da posizione iniziale e posizione finale

Introduco l'**energia potenziale**, che dipende solo dalla posizione del corpo, la cui differenza mi dà il lavoro:

$$L_{AB} = E_P(A) - E_P(B)$$

Lungo un percorso chiuso:

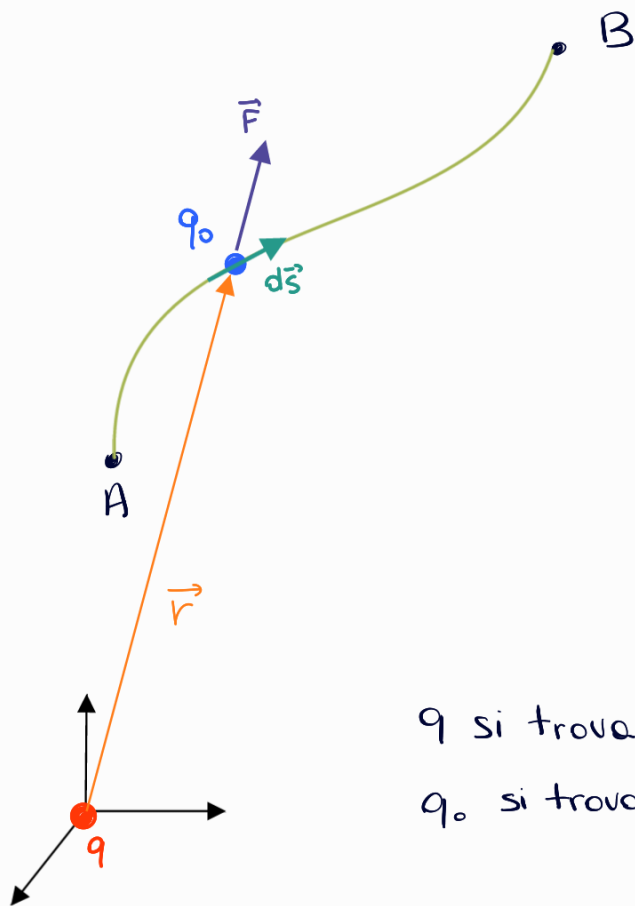


$$\begin{aligned} L_{A \rightarrow A} &= \oint_{\gamma} \vec{F} \cdot d\vec{s} \\ &= E_P(A) - E_P(A) \\ &= 0 \end{aligned}$$

Osservazioni:

1. L'energia potenziale è definita a meno di una costante additiva
2. Il lavoro compiuto dalla forza lungo il percorso A-B è pari al lavoro fatto contro la forza lungo il percorso B-A.

$$L_{AB} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_B^A (-\vec{F}) \cdot d\vec{s}$$



Ricordiamo che:

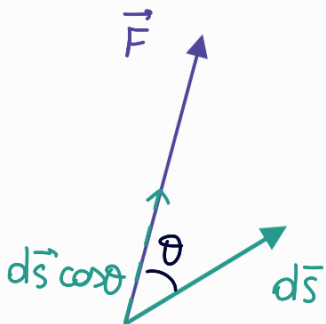
$$\vec{F} = k_e \frac{q \cdot q_0}{|\vec{r} - \vec{r}_0|^2} \cdot \frac{\vec{r} - \vec{r}_0}{|\vec{r} - \vec{r}_0|}$$



$$L_{AB} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

$q$  si trova in  $\vec{r}_0 = 0$

$q_0$  si trova in  $\vec{r}$



quanto la carica si è allontanata dall'origine

$$\vec{F} \cdot d\vec{s} = k_e \frac{q \cdot q_0}{r^2} \frac{\vec{r}}{r} \cdot d\vec{s} = k_e \frac{q \cdot q_0}{r^2} dr$$

$$\Rightarrow L_{AB} = \int_A^B k_e \frac{q \cdot q_0}{r^2} dr = k_e q \cdot q_0 \int_{r_A}^{r_B} \frac{dr}{r^2}$$

$$\int r^{-2} dr = \frac{1}{-2+1} r^{-2+1} = -\frac{1}{r}$$

$$\Rightarrow L_{AB} = \underbrace{k_e \frac{q q_0}{r_A}}_{E_p(A)} - \underbrace{k_e \frac{q q_0}{r_B}}_{E_p(B)}$$

$$E_p = k_e \frac{q q_0}{r} + \underline{E_{p,0}}$$

costante additiva arbitraria



Perché poniamo  
 $E_{P,0} = 0$  ?

Se  $r \rightarrow \infty$  :

$$\lim_{r \rightarrow \infty} E_P(r) = E_{P,0} = 0$$

Analogia tra forza ed energia potenziale:

$$\vec{F}_{su q_0} = K_e \frac{q q_0}{|\vec{r} - \vec{r}_0|^2} \frac{\vec{r} - \vec{r}_0}{|\vec{r} - \vec{r}_0|}$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

$$L_{AB} = K_e \frac{q q_0}{r_A} - K_e \frac{q q_0}{r_B} \\ = E_P(A) - E_P(B)$$

$$V(r) = \frac{E_P(r)}{q_0}$$

## POTENZIALE ELETTRICO

$$V(r) = \frac{E_P(r)}{q_0}$$

Si misura in  $\frac{J}{C} = V$   
(Volt)

Principio di additività dei potenziali:

$$V = \sum_{i=1}^n V_i$$

## SUPERFICI EQUIPOTENZIALI

$$\begin{aligned} L_{AB} &= \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} = E_P(A) - E_P(B) \\ &\quad \quad \quad \uparrow \quad \quad \quad \uparrow \\ &\quad \quad \quad q_0 \vec{E} \quad \quad \quad q_0 V(A) \quad \quad \quad q_0 V(B) \\ &= q_0 \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = q_0 [V(A) - V(B)] \\ &\quad \quad \quad \parallel \\ &= q_0 \int_A^B (-dV) \end{aligned}$$

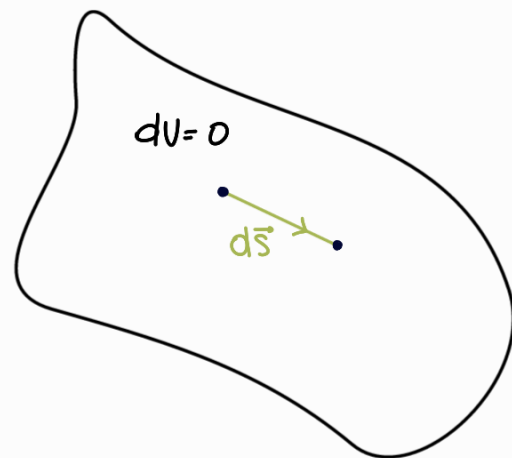
$$\Rightarrow \boxed{dV = -\vec{E} \cdot d\vec{s}}$$

La variazione della funzione potenziale lungo uno spostamento infinitesimo dipende da com'è fatto il campo elettrico.

Prendiamo due punti molto vicini (distanza infinitesima)

$$\text{Se } dV = 0 \text{ e } dV = -\vec{E} \cdot d\vec{s}$$

vuol dire che mi sposto in direzione perpendicolare ad  $\vec{E}$



In una superficie equipotenziale, il potenziale è lo stesso in ogni suo punto e il campo elettrico è ortogonale ad essa.

Nel caso di una carica puntiforme, le superfici equipotenziali sono sfere con al centro la carica stessa.