Campo elettrico

Supponiamo di avere n cariche puntiformi

$\{q_i\}$ $\qquad$ $\{\vec{r}_i\}$ $\qquad$ $i = 1, 2, \dots, n$

q_0 $\qquad$ $\vec{r}$

q_0 carica di prova

PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE

$$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_{i=1}^{n} k_e \frac{q_i}{|\vec{r}-\vec{r}_i|^2} \cdot \frac{\vec{r}-\vec{r}_i}{|\vec{r}-\vec{r}_i|}$$

definizione operativa di $\vec{E}$

$$= \boxed{\frac{\vec{F}}{q_0}}$$

- non dipende da q_0 né dal segno di q_0

Per applicare il principio di sovrapposizione dobbiamo ricondurci ad avere cariche puntiformi

I CASO $\qquad$ $\{q_i\}$ cariche puntiformi

$\rightarrow$ $\vec{E}$ calcolato con $\sum_{i=1}^{n}$

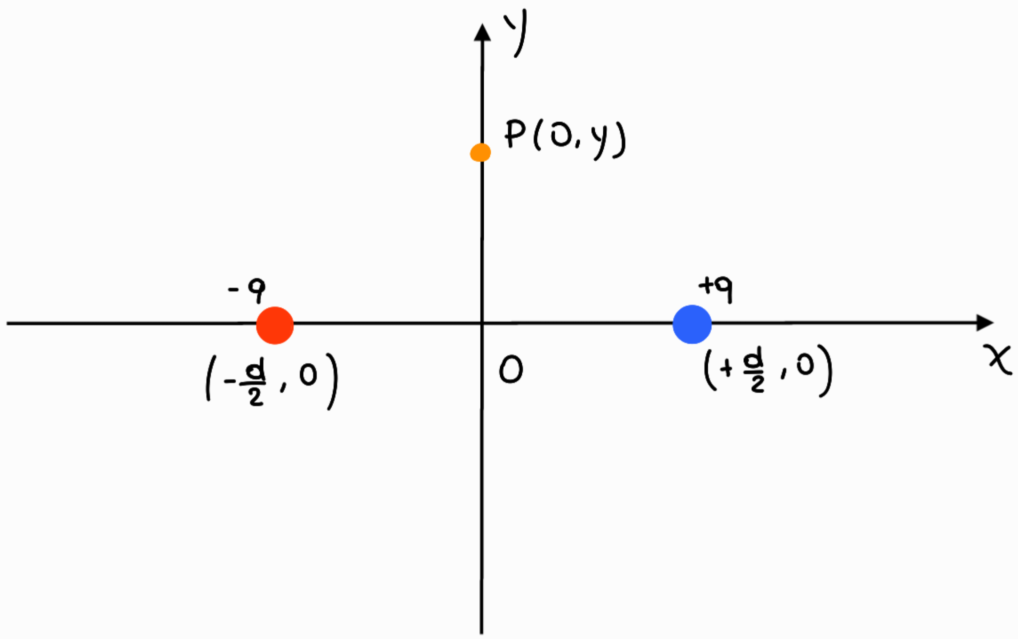
II CASO $\qquad$ ho una DISTRIBUZIONE CONTINUA DI CARICA

Divido la distribuzione continua in infiniti contributi infinitesime (integrale)

$\rightarrow$ $\vec{E}$ calcolato con $\int_1^\infty$

Dipolo elettrico = cariche puntiformi opposte ($+q$ e $-q$) separate da una distanza d

- $\vec{E}$ nel punto mediano del dipolo



- Carica $-q$: $\vec{r}_- = -\frac{d}{2}\vec{i}$
- Carica $+q$: $\vec{r}_+ = \frac{d}{2}\vec{i}$
- Punto P : $\vec{r} = y\vec{j}$

$$\vec{r} - \vec{r}_- = y\vec{j} + \frac{d}{2}\vec{i} \qquad |\vec{r} - \vec{r}_-| = \sqrt{(d/2)^2 + y^2}$$

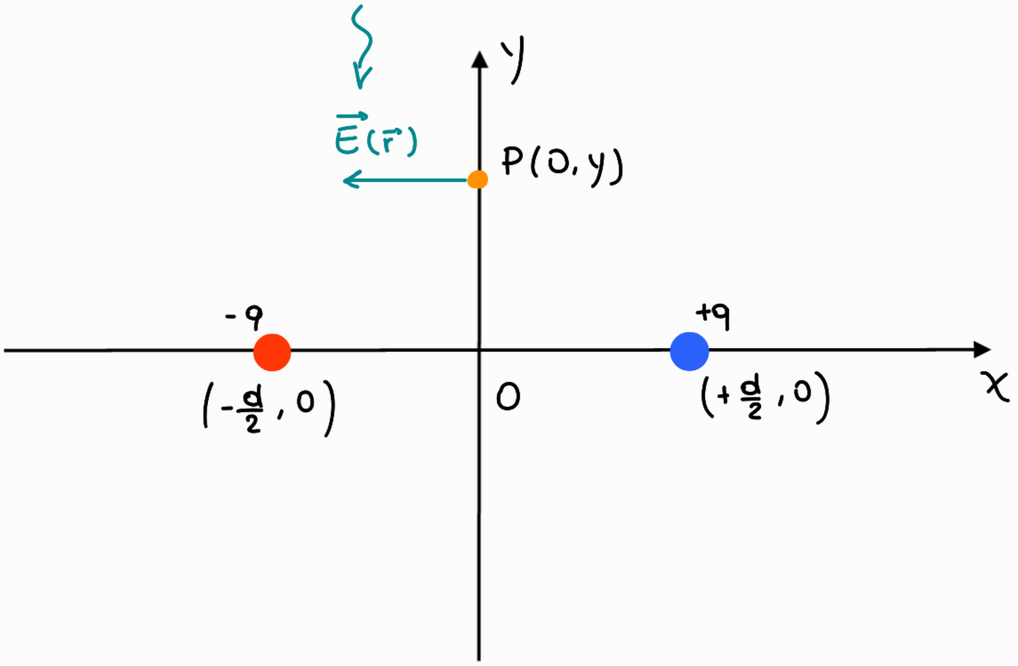
$$\vec{r} - \vec{r}_+ = y\vec{j} - \frac{d}{2}\vec{i} \qquad |\vec{r} - \vec{r}_+| = \sqrt{y^2 + (d/2)^2}$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = k_e \frac{-q}{(d/2)^2 + y^2} \frac{d/2\,\vec{i} + y\vec{j}}{\left[(d/2)^2 + y^2\right]^{1/2}} + \dots$$

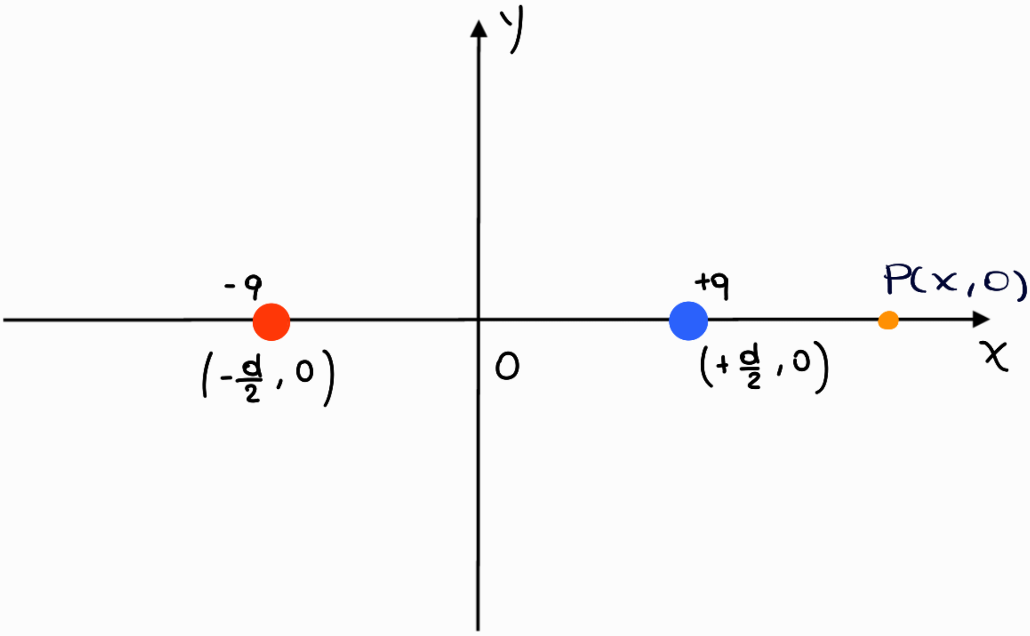
$$\dots + k_e \frac{q}{(d/2)^2 + y^2} \frac{-d/2\,\vec{i} + y\vec{j}}{\left[(d/2)^2 + y^2\right]^{1/2}} =$$

$$= k_e \frac{-qd\,\vec{i}}{\left[(d/2)^2 + y^2\right]^{3/2}} =$$

$$= \boxed{k_e \frac{qd}{\left[(d/2)^2 + y^2\right]^{3/2}} \cdot (-\vec{i})}$$



Ora prendo il punto P lungo l'asse x:



- Carica $-q$: $\vec{r}_- = -\frac{d}{2}\vec{i}$
- Carica $+q$: $\vec{r}_+ = \frac{d}{2}\vec{i}$
- Punto P: $\vec{r} = x\vec{i}$

$$\vec{r} - \vec{r}_- = \left(x + \frac{d}{2}\right)\vec{i} \qquad |\vec{r} - \vec{r}_-| = x + \frac{d}{2}$$

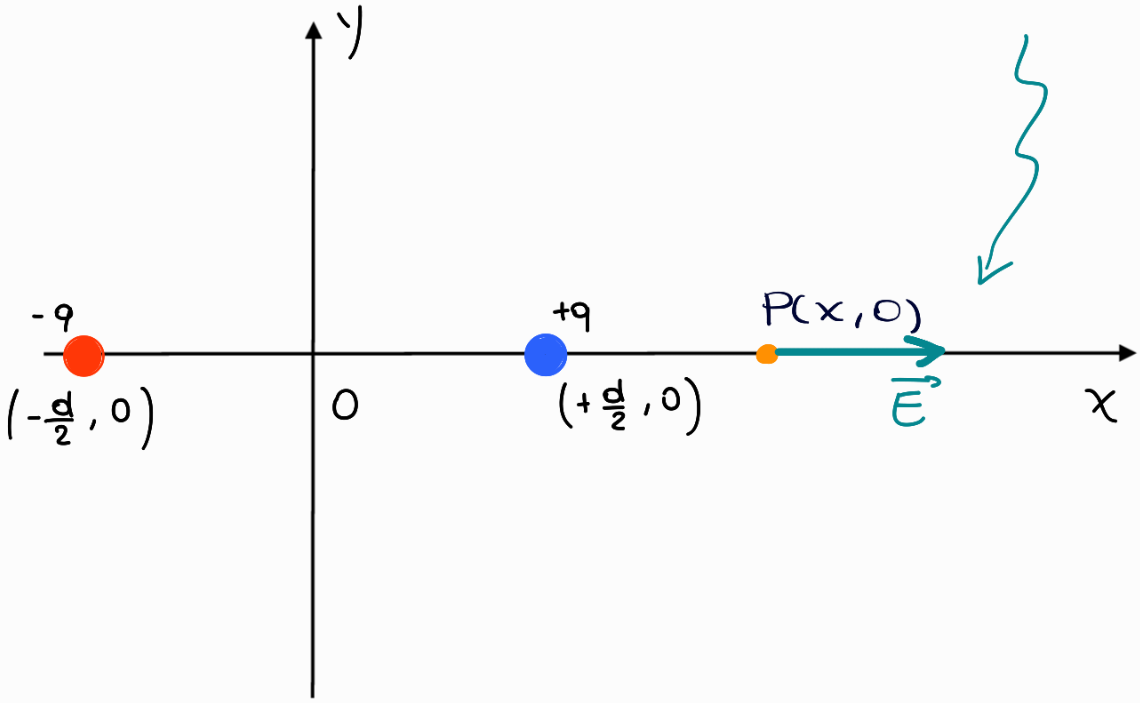
$$\vec{r} - \vec{r}_+ = \left(x - \frac{d}{2}\right)\vec{i} \qquad |\vec{r} - \vec{r}_+| = x - \frac{d}{2}$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = k_e \cdot \frac{-q}{\left(x + \frac{d}{2}\right)^2}\vec{i} + k_e \frac{+q}{\left(x - \frac{d}{2}\right)^2} \cdot \vec{i}$$

$$= k_e \cdot \frac{-q\left(\cancel{x^2} - dx + \cancel{\left(\frac{d}{2}\right)^2}\right) + q\left(\cancel{x^2} + dx + \cancel{\left(\frac{d}{2}\right)^2}\right)}{\left[x^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2\right]^2}\vec{i}$$

$$= k_e \frac{2qdx}{\left[x^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2\right]^2} \cdot \vec{i}$$

$$\Longrightarrow \quad \boxed{\vec{E}(\vec{r}) = k_e \frac{2qdx}{\left[x^2-\left(\frac{d}{2}\right)^2\right]^2}\cdot\vec{i}}$$



Ricapitolando, abbiamo ottenuto:

$$\vec{E}(\vec{r}) = Ke \frac{qd}{[(d/2)^2 + y^2]^{3/2}} \cdot (-\vec{i})$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = Ke \frac{2qdx}{[x^2 - (\frac{d}{2})^2]^2} \cdot \vec{i}$$

In entrambi i casi osserviamo che il campo elettrico è diretto lungo l'asse x e che si ripete il prodotto $q \cdot d$

$\downarrow$

MOMENTO DI DIPOLO

Osserviamo ancora il caso in cui siamo molto lontani dal dipolo:

- $\vec{E}(\vec{r}) = Ke \frac{qd}{[\underbrace{(d/2)^2}_{\text{è molto piccolo rispetto a } y^2} + y^2]^{3/2}} \cdot (-\vec{i})$ con $y \gg \frac{d}{2}$

  $\vec{E} \simeq Ke \frac{qd}{y^3} (-\vec{i})$

  sopravvive solo y

- $\vec{E}(\vec{r}) = Ke \frac{2qdx}{[x^2 - \underbrace{(\frac{d}{2})^2}_{\text{molto piccolo}}]^2} \cdot \vec{i}$ con $x \gg \frac{d}{2}$

  $\vec{E} \simeq Ke \cdot \frac{2qd}{x^3} \vec{i}$