Richiami di meccanica

- Grandezze fisiche :

  Scalare — specificata attribuendole un numero reale

  vettoriale — composto di modulo, direzione e verso
  = intensità

- Algebra dei vettori

  ~ PRODOTTO VETTORE × SCALARE $\quad m \cdot \vec{a}$

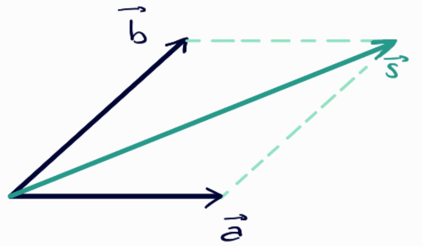
  e' ancora un vettore con : $\quad (mx_a, my_a, \dots)$
  - stesso direzione di $\vec{a}$
  - modulo $m|\vec{a}|$
  - verso
    - opposto ad $\vec{a}$ se $m<0$
    - concorde con $\vec{a}$ se $m>0$

VERSORE = vettore di modulo 1 $\quad |\vec{u}| = 1$

↳ qualunque vettore $\vec{a}$ si puo' esprimere come $a \cdot \vec{u}$

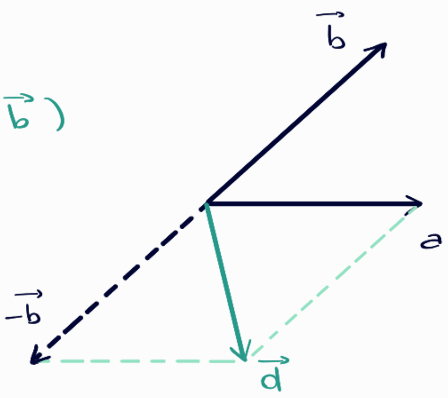
~ SOMMA E DIFFERENZA TRA VETTORI

somma $\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}$



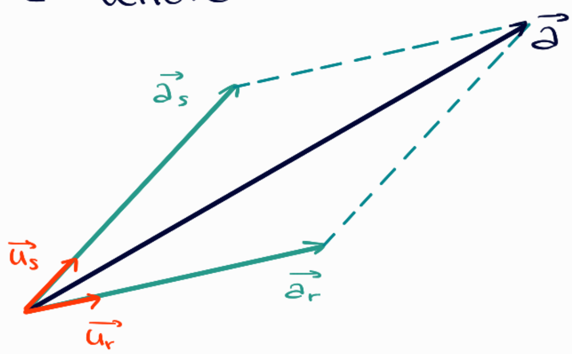
(REGOLA DEL PARALLELOGRAMMA)

differenza : $\vec{d} = \vec{a} + (-\vec{b})$

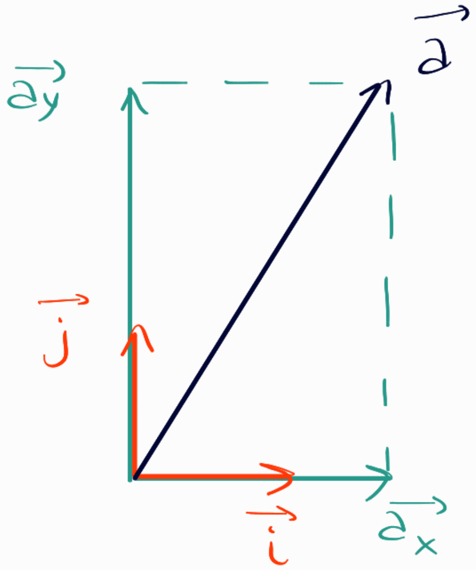


• Definizione analitica di un vettore

Siano $\vec{u_r}, \vec{u_s}$ versori, posso esprimere $\vec{a}$ vettore:



Se ora prendo i versori $\vec{i}, \vec{j}$ ortonormali



$$\vec{a} = \vec{a_x} + \vec{a_y} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j}$$

componenti cartesiane (nel piano)

Quindi $\vec{s} = \vec{a} + \vec{b} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + b_x \vec{i} + b_y \vec{j} =$

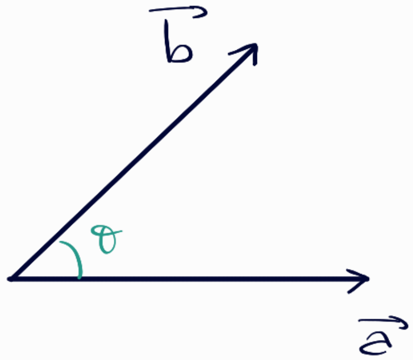
$$= (a_x + b_x)\vec{i} + (a_y + b_y)\vec{j}$$

Allo stesso modo: $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} - (b_x \vec{i} + b_y \vec{j}) =$

$$= (a_x - b_x)\vec{i} + (a_y - b_y)\vec{j}$$

• Prodotto scalare

Prendo $\vec{a}$, $\vec{b}$ vettori



E' uno <u>scalare</u>

$$s = \vec{a} \cdot \vec{b} = a \cdot b \cdot \cos\theta$$

Quando	$\theta = (2n+1)\frac{\pi}{2}$	$\rightarrow$	$\cos\theta = 0$
"	$\theta = 0,\ 2\pi$	$\rightarrow$	$\cos\theta = 1$

Se faccio il prodotto scalare di un vettore per se' stesso:

$$\vec{a} \cdot \vec{a} = a \cdot a \cdot \cos 0 = a^2$$

Se lo faccio con un versore: $\vec{u} \cdot \vec{u} = 1$

Infatti, considerando $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ versori ORTONORMALI:

$$\vec{i} \cdot \vec{i} = \vec{j} \cdot \vec{j} = \vec{k} \cdot \vec{k} = 1$$

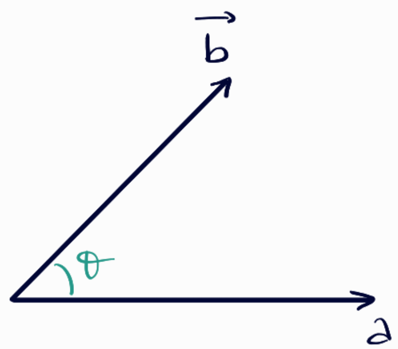
$$\vec{i} \cdot \vec{j} = \vec{i} \cdot \vec{k} = \vec{j} \cdot \vec{k} = 1 \cdot 1 \cdot \cos\frac{\pi}{2} = 0$$

Definisco $\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$ e $\vec{b} = b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k}$

$$\Longrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y + a_z \cdot b_z$$

• Prodotto vettoriale

e' ancora un vettore!



$$\vec{v} = \vec{a} \times \vec{b}$$

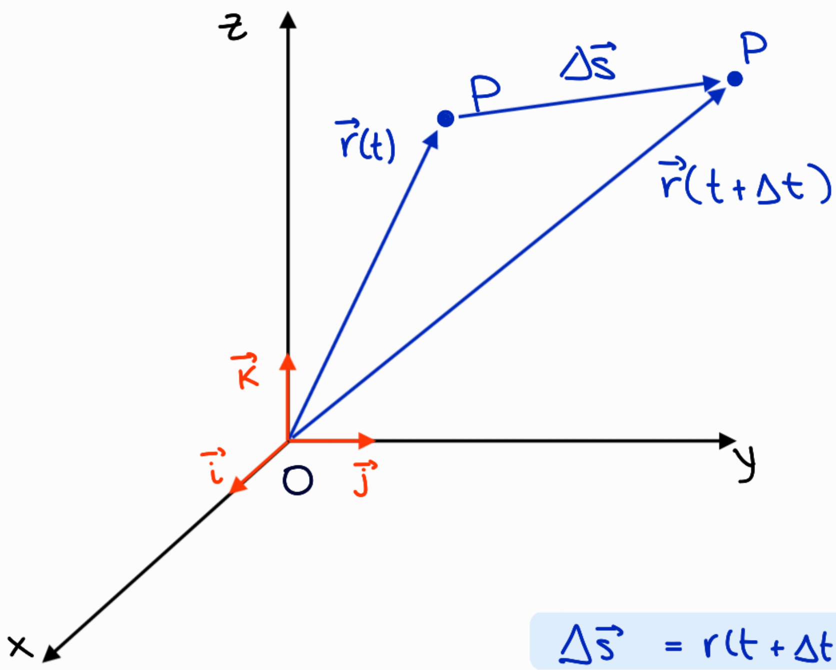
modulo: $v = a \cdot b \cdot \operatorname{sen}\theta$

direzione $\perp$ piano in cui giacciono $\vec{a}$ e $\vec{b}$

verso: regola della mano destra

Cinematica

- punti materiali (dimensioni trascurabili)
- sistema di riferimento



$\vec{r}(t)$ vettore posizione iniziale

$\vec{r}(t+\Delta t)$ vettore pos finale

$$\Delta\vec{s} = r(t+\Delta t) - r(t)$$ vettore spostamento

Velocità media : $\vec{v}_{media} = \dfrac{\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t} = \dfrac{1}{\Delta t} \cdot \Delta\vec{s}$

Velocità (istantanea) : $\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \vec{v}_{media}$

Accelerazione media : $\vec{a}_{media} = \dfrac{\vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t} = \dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$

Accelerazione (istantanea) : $\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \vec{a}_{media}$

- Classificazione dei problemi
  - $\vec{r}(t) \rightarrow \vec{v}(t)$, $a(t)$
  - $a(t) \rightarrow \vec{v}(t)$, $\vec{r}(t)$ (ho 2 condizioni iniziali)

- Grandezze e unità di misura

$[r] = L$ (m)

$[v] = L/T$ (m/s)

$[a] = L/T^2$ (m/s^2)

MOTO RETTILINEO

$\vec{a}(t) = a_x(t) \cdot \vec{i}$

$\vec{v}(t) = v_x(t)\,\vec{i}$

$\vec{x}(t) = x(t) \cdot \vec{i}$

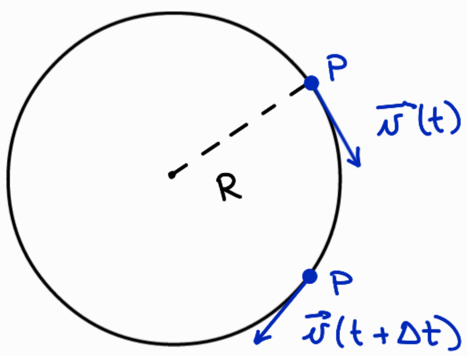
$a_x(t) = a_0$ costante

MOTO RETTILINEO UNIFORMEMENTE ACCELERATO

leggi orarie :

$$a_x(t) = a_0$$
$$v(t) = a_0 \cdot t + v_0$$
$$x(t) = \frac{1}{2} a_0 t^2 + v_0 t + x_0$$

MOTO CIRCOLARE UNIFORME



T : periodo

$$v_0 = \frac{2\pi R}{T} = \omega R$$

$$a_c = \frac{v_0^2}{R} = \omega^2 R$$ accelerazione centripeta