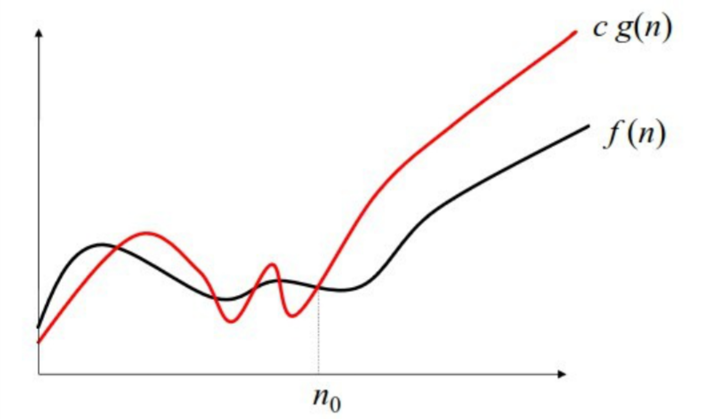
ORDINI DI GRANDEZZA

O-GRANDE

$f(n) \in O(g(n)) \iff \exists c > 0, n_0 \quad \forall n > n_0 \quad t.c. \quad f(n) \leq c\,g(n)$



g è un limite superiore di f

Le costanti non contano: $\forall f, g$ e $\forall c > 0$

$f(n) \in O(g(n)) \iff c \cdot f(n) \in O(g(n))$

$O(1)$ = insieme delle funzioni superiormente limitate

Teorema Se $p(n)$ è polinomio di grado k $\Rightarrow$ $p(n) \in O(n^k)$

Teorema $f(n) \in O(g(n)) \iff \exists\, \ell = \lim_{n \to +\infty} \frac{f(n)}{g(n)}$ e $0 \leq \ell < \infty$

Teorema $\lim_{n \to +\infty} \frac{f(n)}{g(n)} = 0 \iff f(n) \in O(g(n)) \wedge g(n) \notin O(f(n))$

Base dei logaritmi: $O(\log_a n) = O(\log_b n) \quad a, b > 1$

$\Rightarrow$ la base si può omettere

$O(1) \subset O(\log n) \subset O(n) \subset O(n \log n) \subset O(2^n)$

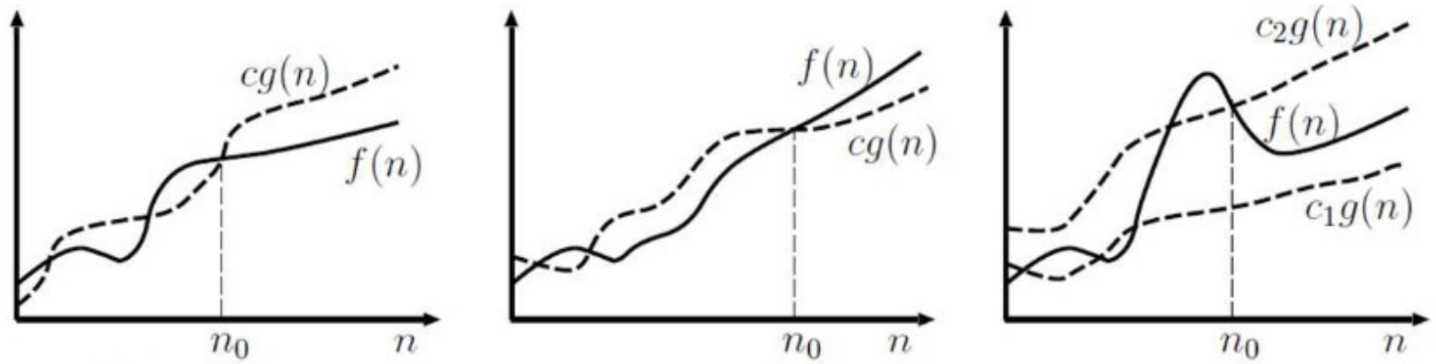
Base delle potenze: $O(2^n) \neq O(3^n)$

LIMITE ASINTOTICO INFERIORE $\rightarrow \Omega$

$$f(n) \in \Omega(g(n)) \iff \exists c>0, n_0 \ \forall n>n_0 \ \text{t.c.} \ c g(n) \leq f(n)$$

LIMITE ASINTOTICO STRETTO $\rightarrow \Theta$

$$f(n) \in \Theta(g(n)) \iff \exists c_1>0, c_2>0, n_0 \ \forall n>n_0 \ \text{t.c.} \ c_1 \cdot g(n) \leq f(n) \leq c_2 \cdot g(n)$$



$f(n) \in O(g(n))$ $f(n) \in \Omega(g(n))$ $f(n) \in \Theta(g(n))$

$$f(n) \in \Theta(g(n)) \iff f(n) \in O(g(n)) \wedge f(n) \in \Omega(g(n))$$

DEFINIZIONI EQUIVALENTI: sia $\ell = \lim_{n \to +\infty} \frac{f(n)}{g(n)}$

- $0 \leq \ell < +\infty \iff f(n) \in O(g(n))$
- $0 < \ell \leq +\infty \iff f(n) \in \Omega(g(n))$
- $0 < \ell < +\infty \iff f(n) \in \Theta(g(n))$

COMPLESSITA' DI UN PROBLEMA

Un algoritmo con $T(n) \in O(g(n))$ e' ottimo per un certo problema se $g(n)$ e' un confine inferiore alla complessita' del problema (Ω)