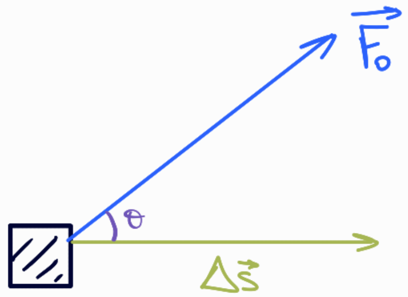
LAVORO ED ENERGIA

Ho dispendio energetico quando applico una forza per spostare un oggetto.
Tanto è più grande la forza applicata, tanta più è l'energia che viene dissipata.
Questo dispendio energetico viene descritto tramite il **lavoro**.



Conta solo la componente del lavoro lungo lo spostamento

$$L = \vec{F}_0 \cdot \Delta\vec{s} = F_0 \cdot \Delta s \cdot \cos\theta$$

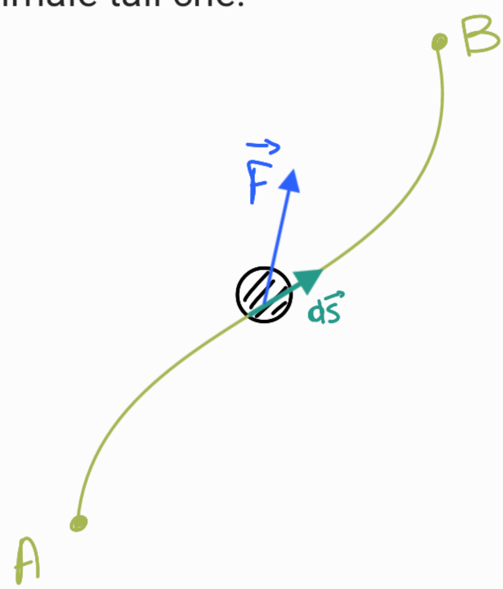
DIMENSIONI: $[L] = \frac{M \cdot L}{T^2} \cdot L = \frac{M \cdot L^2}{T^2}$

UNITA' DI MISURA: $N \cdot m = \frac{kg \cdot m^2}{s^2} = 1\,J$ Joule

Immagino di spostare un oggetto da un punto A a un punto B. In generale, la forza cambia lungo il tragitto.
Suddividiamo lo spostamento in tratti infinitesimale tali che:

1. Lungo ogni punto la forza è la stessa
2. Posso considerare tratti rettilinei

$$\boxed{L_{AB} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s}}$$



Per la seconda legge di Newton: $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$

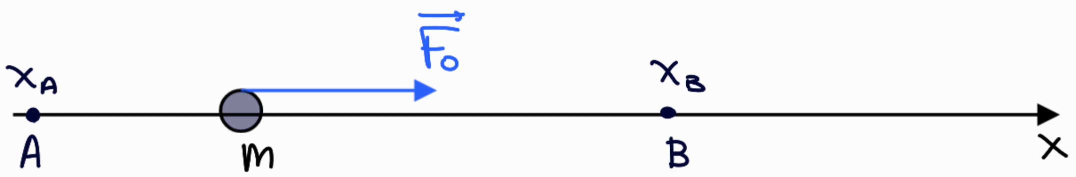
Se agisce una forza, il moro è accelerato, quindi la velocità varia.

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{d\vec{v}}{dt} \neq 0$$

Introduco una nuova quantità in funzione della velocità per esprimere il lavoro: L'energia cinetica

Prendiamo in esame il caso in cui:

- La forza è costante, diretta lungo la direzione del moto $F = F_0$
- Moto rettilineo uniformemente accelerato $\vec{a} = \frac{1}{m}\vec{F_0} = \vec{a_0}$ cost



$$L_{AB} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} = F_0 (x_B - x_A)$$

Come cambia la posizione nel tempo? $x(t) = \frac{1}{2} a_0 t^2 + v_0 t + x_0$

Come varia la velocità in funzione del tempo? $v(t) = a_0 t + v_0$

Quando il corpo si trova in A:
$$t = 0$$
$$x(0) = x_A$$
$$v(0) = v_A$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x(t) = \frac{1}{2} a_0 t^2 + v_A t + x_A \\ v(t) = a_0 t + v_A \end{cases}$$

Quando il corpo arriva nel punto B:

$$t = t_F$$
$$x(t_F) = x_B$$
$$v(t_F) = v_B$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_B = \frac{1}{2} a_0 t_F^2 + v_A t_F + x_A \\ v_B = a_0 t_F + v_A \end{cases}$$

Ora, voglio definire il lavoro in funzione di velocità iniziale e velocità finale

$$x_B - x_A = \frac{1}{2} a_0 t_F^2 + v_A t_F$$

$$\Rightarrow L_{AB} = F_0 \left(\frac{1}{2} a_0 t_F^2 + v_A t_F \right)$$

$$v_B = a_0 t_F + v_A \Rightarrow t_F = \frac{v_B - v_A}{a_0}$$

$$= F_0 \left(\frac{1}{2} \cancel{a_0} \frac{(v_B - v_A)^2}{a_0^{\cancel{2}}} + v_A \frac{v_B - v_A}{a_0} \right)$$

$$= F_0 \left(\frac{v_B^2 - 2 v_B v_A + v_A^2}{2 a_0} + \frac{v_A v_B - v_A^2}{a_0} \right)$$

$$= F_0 \cdot \frac{1}{2 a_0} \left(v_B^2 - v_A^2 \right)$$

$$\left. \begin{aligned} F_0 &= m a_0 \\ F_0 / a_0 &= m \end{aligned} \right)$$

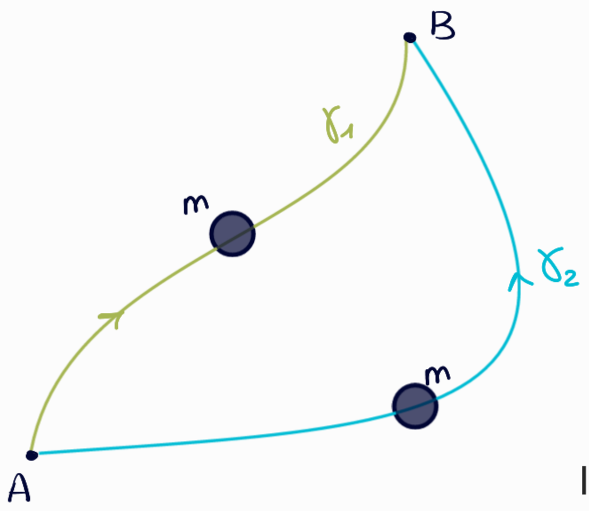
$$= \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 = E_K(B) - E_K(A)$$

Il lavoro compiuto per spostare il corpo puntiforme dal punto A al punto B è SEMPRE pari alla **variazione di energia cinetica**

$$\boxed{E_K = \frac{1}{2} m \cdot v^2}$$

ENERGIA CINETICA

FORZE CONSERVATIVE



$$L'_{AB} = \int_{A,\gamma_1}^{B} \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

$$L''_{AB} = \int_{A,\gamma_2}^{B} \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

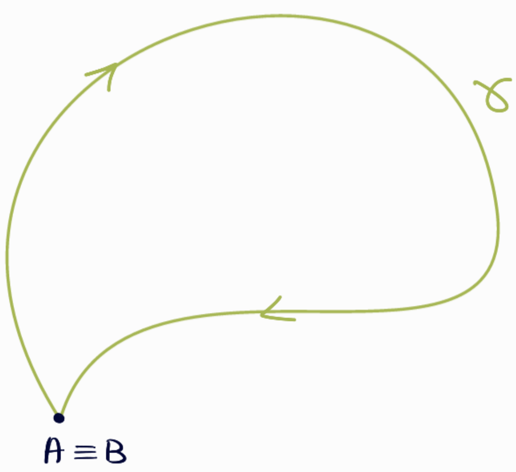
$$L'_{AB} = L''_{AB}$$

Il lavoro non dipende dal percorso scelto ma solo da posizione iniziale e posizione finale

Introduco l'energia potenziale, che dipende solo dalla posizione del corpo, la cui differenza mi dà il lavoro:

$$\boxed{L_{AB} = E_p(A) - E_p(B)}$$

Lungo un percorso chiuso:



$$L_{A \to A} = \oint_{\gamma} \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

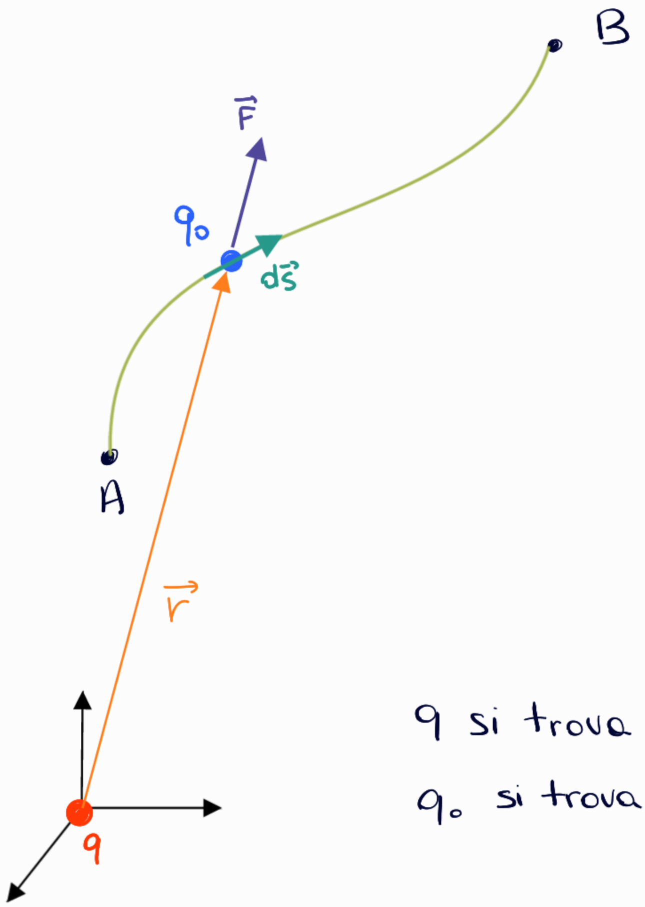
$$= E_p(A) - E_p(A)$$

$$= 0$$

Osservazioni:

1. L'energia potenziale è definita a meno di una costante additiva
2. Il lavoro compiuto dalla forza lungo il percorso A-B è pari al lavoro fatto contro la forza lungo il percorso B-A.

$$\boxed{L_{AB} = \int_{A}^{B} \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_{B}^{A} (-\vec{F}) \, d\vec{s}}$$



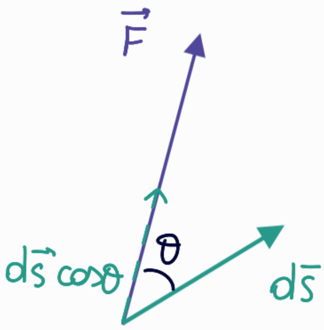
Ricordiamo che:

$$\vec F = k_e \frac{q\cdot q_0}{|\vec r-\vec r_0|^2}\cdot\frac{\vec r-\vec r_0}{|\vec r-\vec r_0|}$$

$$L_{AB}=\int_A^B \vec F\cdot d\vec s$$

q si trova in $\vec r_0 = 0$

q_0 si trova in $\vec r$



quanto la carica si e' allontanata dall'origine

$$\vec F\cdot d\vec s = k_e\frac{q\cdot q_0}{r^2}\overbrace{\frac{\vec r}{r}\cdot d\vec s}^{d\vec r} = k_e\frac{q\cdot q_0}{r^2}\,d\vec r$$

$$\Longrightarrow L_{AB}=\int_A^B k_e\frac{q\cdot q_0}{r^2}\,d\vec r = k_e\, q\cdot q_0 \boxed{\int_{r_A}^{r_B}\frac{dr}{r^2}}$$

$$\int r^{-2}dr = \frac{1}{-2+1}r^{-2+1} = -\frac{1}{r}$$

$$\Longrightarrow L_{AB} = \underbrace{k_e\frac{q q_0}{r_A}}_{E_p(A)} - \underbrace{k_e\frac{q q_0}{r_B}}_{E_p(B)}$$

$$E_p = k_e\frac{q q_0}{r} + \underbrace{E_{p,0}}_{\text{costante additive arbitraria}}$$

Perchè poniamo $E_{P,0} = 0$?

Se $r \to \infty$: $\lim_{r \to \infty} E_P(r) = E_{P,0} = 0$

Analogia tra forza ed energia potenziale:

$\vec{F}_{su\, q_0} = K_e \frac{q q_0}{\lvert\vec{r} - \vec{r_0}\rvert^2} \frac{\vec{r} - \vec{r_0}}{\lvert\vec{r} - \vec{r_0}\rvert}$	$L_{AB} = K_e \frac{q q_0}{r_A} - K_e \frac{q q_0}{r_B} = E_P(A) - E_P(B)$
$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$	$V(r) = \frac{E_P(r)}{q_0}$

POTENZIALE ELETTRICO

$$\boxed{V(r) = \frac{E_P(r)}{q_0}}$$

Si misura in $\frac{J}{C} = V$ (Volt)

Principio di additività dei potenziali:

$$\boxed{V = \sum_{i=1}^{n} V_i}$$

$$L_{AB} = \underbrace{K_e \frac{q q_0}{r_A}}_{E_p(A)} - \underbrace{K_e \frac{q q_0}{r_B}}_{E_p(B)}$$

$$E_p = K_e \frac{q q_0}{r} + \underbrace{E_{p,0}}_{\text{Costante Additiva Arbitraria}}$$

Significato di porre $E_{p,0} = 0$

Se $\lim_{r \to \infty} E_p(r) = E_{p,0} = 0$

$$E_p(r) = K_e \frac{q q_0}{r}$$

Analogia tra $\vec{F}$ & $E_p(r)$

$$\vec{F}_{\text{su } q_0} = K_e \frac{q q_0}{|\vec{r} - \vec{r}_0|^2} \frac{\vec{r} - \vec{r}_0}{|\vec{r} - \vec{r}_0|} \qquad L_{AB}(q_0) = K_e \frac{q q_0}{r_A} - K_e \frac{q q_0}{r_B}$$

$$E_p(A) - E_p(B)$$

$$\vec{F}_{\text{su } q_0'} = K_e \frac{q q_0'}{|\vec{r} - \vec{r}_0|^2} \frac{\vec{r} - \vec{r}_0}{|\vec{r} - \vec{r}_0|} \qquad L_{AB}(q_0') = K_e \frac{q q_0'}{r_A} - K_e \frac{q q_0'}{r_B}$$

$$E_p'(A) - E_p'(B)$$

$$E_p'(r) = K_e \, q q_0' / r$$

SUPERFICI EQUIPOTENZIALI

$$L_{AB} = \int_A^B \underset{q_0 \vec{E}}{\vec{F}} \cdot d\vec{s} = \underset{q_0 V(A)}{E_P(A)} - \underset{q_0 V(B)}{E_P(B)}$$

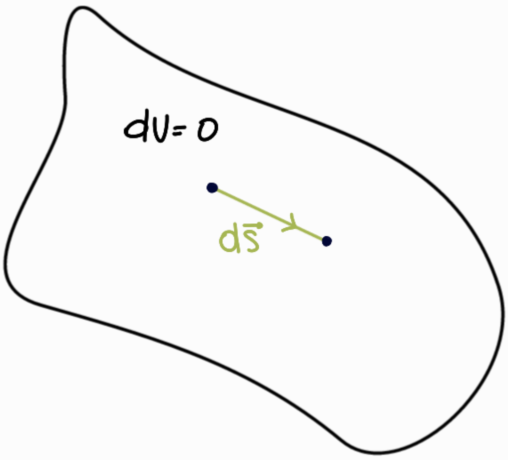
$$= q_0 \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = q_0 [V(A) - V(B)]$$

$$= q_0 \int_A^B (-dV) \qquad = q_0 [V(A) - V(B)]$$

$$\Longrightarrow \boxed{dV = -\vec{E} \cdot d\vec{s}}$$

La variazione della funzione potenziale lungo uno spostamento infinitesimo dipende da com'è fatto il campo elettrico.

Prendiamo due punti molto vicini (distanza infinitesima)



Se $dV = 0$ e $dV = -\vec{E} \cdot d\vec{s}$

vuol dire che mi sposto in direzione perpendicolare ad $\vec{E}$

In una superficie equipotenziale, il potenziale e lo stesso in ogni suo punto e il campo elettrico è ortogonale ad essa.

Nel caso di una carica puntiforme, le superfici equipotenziali sono sfere con al centro la carica stessa.