## Definizione astratta

grafo $G = (V, E)$

$V$ = insieme di vertici/nodi

$E$ = insieme di coppie di vertici
= archi/spigoli

Grafo:
- Orientato → gli archi hanno una direzione
- non orientato

Vertice $x$ adiacente a $y$ sse $(y, x) \in E$

↳ in un grafo non orientato, la relazione di adiacenza è simmetrica

## GRADO

- in un grafo non orientato → il grado di un vertice è il numero di archi che partono da esso
- in un grafo orientato → il grado entrante/uscente di un vertice è il numero di archi incidenti in/da esso
  - ↳ il grado di un vertice è la somma di grado entrante e grado uscente

## PESO

grafo pesato $(G, W)$

↓

ad ogni arco è associato un peso

$G$ = grafo

$W$ = funzione peso : $W: E \to \mathbb{R}$

## CAMMINO

- in un grafo non orientato $G = (V, E)$,

  un **cammino** è una **sequenza di vertici** $v_1, v_2, \dots, v_n$ t.c. $(v_i, v_{i+1}) \in E \quad \forall 1 \leq i < n$

  **Lunghezza del cammino** = numero dei vertici − 1

- in un grafo orientato $G = (V, E)$,

  un **cammino** è una sequenza di vertici $v_1, \dots, v_n$ t.c. $(v_i, v_{i+1}) \in E \quad \forall 1 \leq i < n$

**Cammino semplice** → tutti vertici distinti

**GRAFO CONNESSO** se esiste un cammino da ogni vertice ad ogni altro vertice.

**GRAFO ACICLICO** = grafo senza cicli

**GRAFO COMPLETO** : ha un arco tra ogni coppia di vertici

↓

numero di archi = $\binom{n}{2}$ con $n$ = numero di vertici

**Albero libero** = grafo non orientato, connesso e aciclico

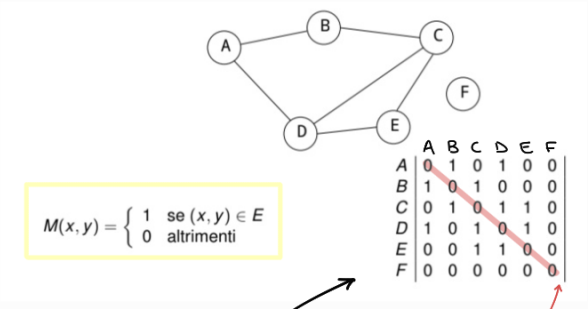
↳ non è definito quale sia la radice

**Foresta** = grafo non orientato, aciclico

↳ un albero è una foresta

# MATRICE DI ADIACENZA vs LISTA DI ADIACENZA

## GRAFO NON ORIENTATO

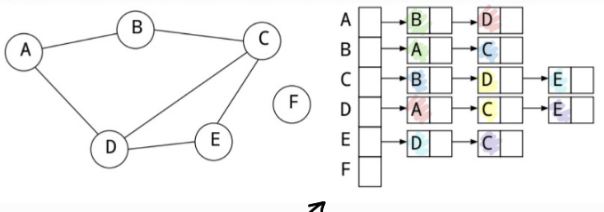



$$M(x,y) = \begin{cases} 1 & \text{se } (x,y) \in E \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

| | A | B | C | D | E | F |
|---|---|---|---|---|---|---|
| A | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| B | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| C | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| D | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| E | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| F | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

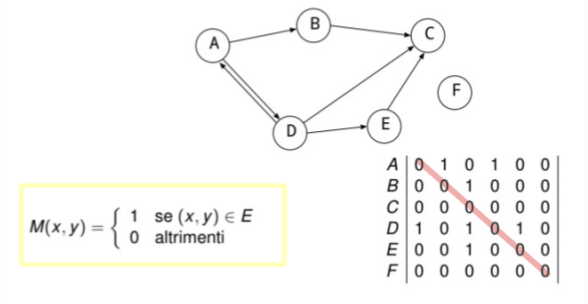
diagonale di 0 (no archi tra un nodo e se stesso)

La matrice è simmetrica
⇒ posso salvarne la metà



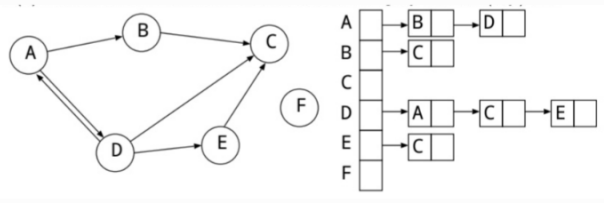

gli elementi sono ridondanti

## GRAFO ORIENTATO




$$M(x,y) = \begin{cases} 1 & \text{se } (x,y) \in E \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

| | A | B | C | D | E | F |
|---|---|---|---|---|---|---|
| A | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| B | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| C | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| D | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| E | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| F | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |




non ci sono più elementi ridondanti

la matrice non è più simmetrica
→ devo memorizzare tutto

| operazione | tempo di esecuzione |
|---|---|
| grado($x$) | $O(n)$ |
| archiIncidenti($x$) | $O(n)$ |
| sonoAdiacenti($x, y$) | $O(1)$ |
| aggiungiVertice($x$) | $O(n^2)$ |
| aggiungiArco($x, y$) | $O(1)$ |
| rimuoviVertice($x$) | $O(n^2)$ |
| rimuoviArco($x, y$) | $O(1)$ |

| operazione | tempo di esecuzione |
|---|---|
| grado($x$) | $O(\delta(x))$ |
| archiIncidenti($x$) | $O(\delta(x))$ |
| sonoAdiacenti($x, y$) | $O(\min(\delta(x), \delta(y)))$ |
| aggiungiVertice($x$) | $O(1)$ |
| aggiungiArco($x, y$) | $O(1)$ |
| rimuoviVertice($x$) | $O(m)$ |
| rimuoviArco($x, y$) | $O(\delta(x) + \delta(y))$ |

C'è maggior spreco di spazio !

Con n grande, è preferibile usare una lista in termini di spreco di spazio