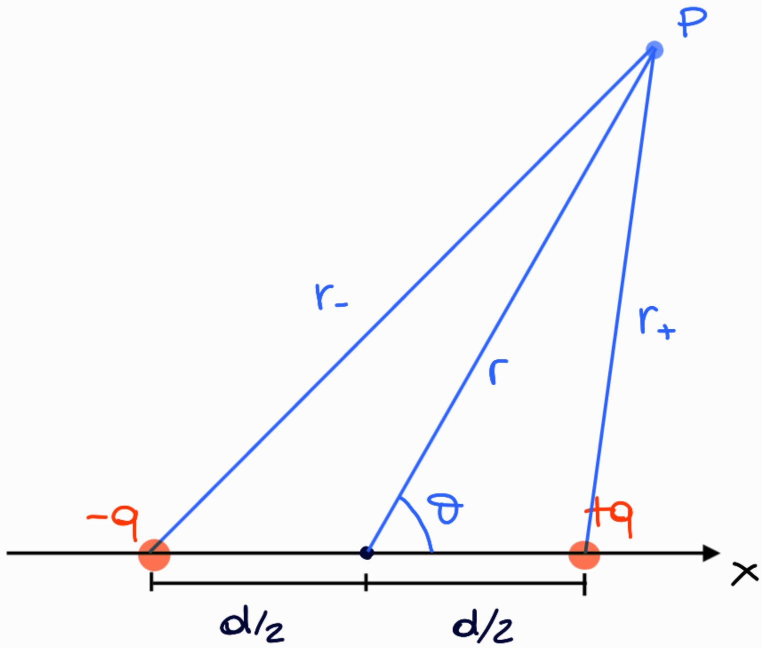
POTENZIALE GENERATO DA UN DIPOLO ELETTRICO



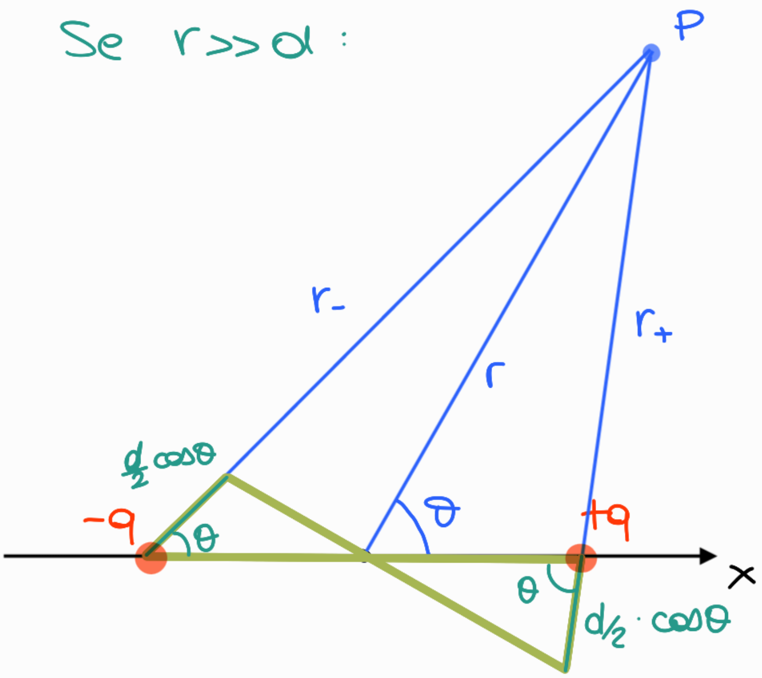
$$k_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

$-q$: $\quad V_-(P) = k_e \frac{-q}{r_-}$

$+q$: $\quad V_+(P) = k_e \frac{+q}{r_+}$

$$V(P) = k_e \frac{-q}{r_-} + k_e \frac{+q}{r_+} = k_e\, q\, \frac{r_- - r_+}{r_- \cdot r_+}$$

Se $r \gg d$:



$$r_- \simeq r + \frac{d}{2}\cos\theta$$

$$r_+ \simeq r - \frac{d}{2}\cos\theta$$

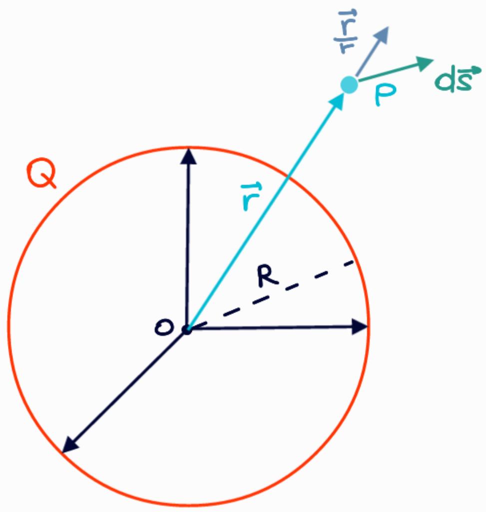
$$V(P) \cong k_e q \frac{d\cos\theta}{r^2 - \left(\frac{d}{2}\cos\theta\right)^2}$$

$$\cong \boxed{k_e \frac{q d \cos\theta}{r^2}}$$

$V(P)$ non dipende più da r_+ e r_- ma dall'angolo θ

POTENZIALE PRODOTTO DA UN GUSCIO SFERICO DI CARICA

Abbiamo una distribuzione di cariche elettriche su una superficie sferica:
la carica sta solo sulla superficie, il campo interno è zero e il campo esterno vale $k_e \frac{Q}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$



$$\vec{E}(r) = \begin{cases} 0 & \text{se} \quad r < R \\ k_e \frac{Q}{r^2} \frac{\vec{r}}{r} & \text{se} \quad r > R \end{cases}$$

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{s}$$

- $r < R$:

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$$

$$V(r) = \int dV = \underline{V_0'}$$

- $r > R$:

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{s} = k_e \frac{Q}{r^2} \underbrace{\frac{\vec{r}}{r} \cdot d\vec{s}}_{dr}$$

$$V(r) = \int (-k_e Q) \frac{dr}{r^2} =$$

$$= -k_e Q \cdot \left(-\frac{1}{r}\right) + V_0'' = \underline{k_e \frac{Q}{r} + V_0''}$$

come carica puntiforme

Energia potenziale e potenziale sono sempre definiti a meno di una costante.
Qual è la scelta comoda per il valore di questa costante?

1. Possiamo decidere che, quando siamo a distanza infinita, il potenziale è nullo

$$\lim_{r \to +\infty} V(r) = 0 \quad \rightarrow \text{prendo la situazione } r > R$$

$$\Rightarrow \lim_{r \to +\infty} k_e \frac{Q}{r} + V_0'' = V_0'' \quad \rightarrow \text{lo pongo} = 0 \quad \Rightarrow \boxed{V_0'' = 0}$$

2. Quando sono sulla superficie del guscio sferico, le due espressioni (all'interno e all'esterno) devono coincidere

$$V(r=R) = \left\{ \begin{array}{ll} r<R & V_0' \\ r>R & k_e \frac{Q}{r} = k_e \frac{Q}{R} \end{array} \right) \Rightarrow \boxed{V_0' = k_e \frac{Q}{R}}$$

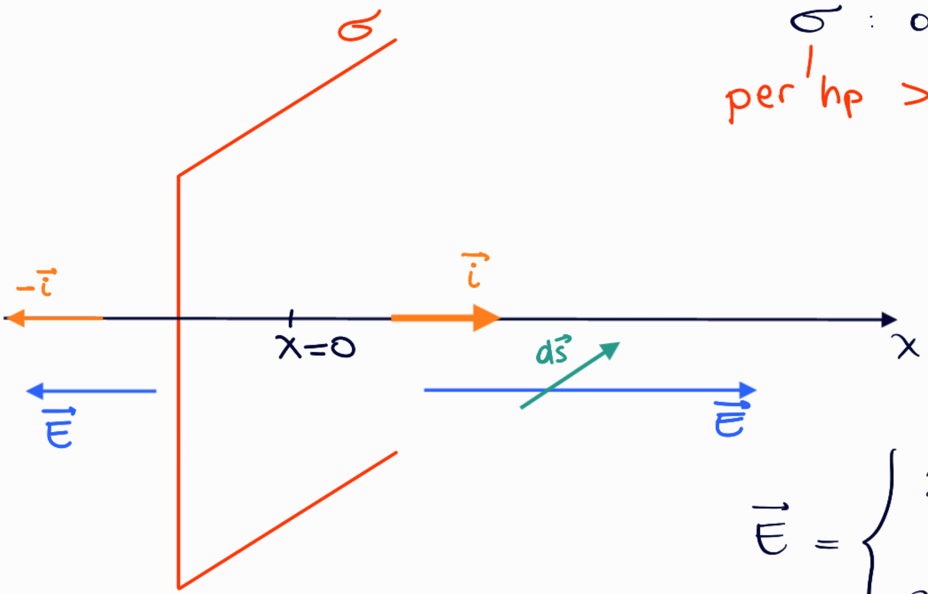
$$\boxed{V(r) = \begin{cases} k_e \frac{Q}{R} & r<R \\ k_e \frac{Q}{r} & r>R \end{cases}}$$

$r<R$ → costante

$r>R$ → dipende dalla distanza (come carica puntiforme)

POTENZIALE PRODOTTO DA UN PIANO DI CARICA

Scegliamo una distribuzione di carica continua di cui conosciamo il campo elettrico, calcolato come applicazione della legge di Gauss, e vediamo come è fatto il potenziale.



σ : densità di carica elettrica

per hp >0

$$E = 2\pi k_e \sigma$$

$$\vec{E} = \begin{cases} 2\pi k_e \sigma (-\vec{i}) & \text{se } x<0 \\ 2\pi k_e \sigma (+\vec{i}) & \text{se } x>0 \end{cases}$$

$$\underbrace{\vec{E}\cdot d\vec{s}}_{\text{quanto mi allontano dal piano}} = \begin{cases} +2\pi k_e \sigma \, dx & x<0 \\ -2\pi k_e \sigma \, dx & x>0 \end{cases}$$

$$dV = -\vec{E}\cdot d\vec{s} \Rightarrow \begin{cases} x<0 : & V = \int 2\pi k_e \sigma \, dx = 2\pi k_e \sigma x + V_0' \\ x>0 : & V = \int -2\pi k_e \sigma \, dx = -2\pi k_e \sigma x + V_0'' \end{cases}$$

Quanto valgono le costanti additive?
Supponiamo di porre il punto in cui il potenziale è zero dove si trovala carica

$$\lim_{x\to 0} V(x) = 0 \qquad \begin{cases} \lim_{x\to 0} [\cancel{2\pi k_e \sigma x} + V_0'] = V_0' = 0 \\ \lim_{x\to 0} [\cancel{-2\pi k_e \sigma x} + V_0''] = V_0'' = 0 \end{cases}$$

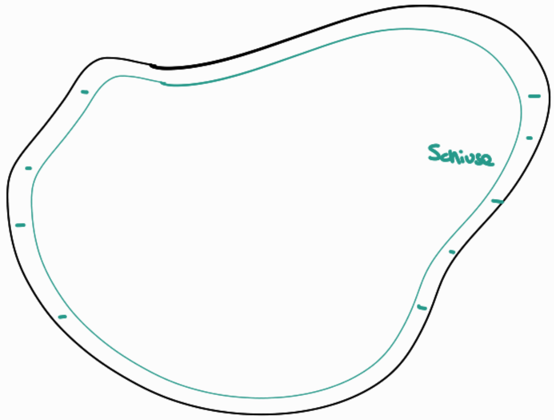
$$\Rightarrow V(x) = \begin{cases} 2\pi k_e \sigma x, & x<0 \\ -2\pi k_e \sigma x, & x>0 \end{cases}$$

$$V(x) = -2\pi k_e \sigma |x|$$

CAMPO ELETTRICO NELLA MATERIA

Campo elettrico nei conduttori

In condizioni di equilibrio elettrostatico, il campo elettrico all'interno di un conduttore pieno è nullo.

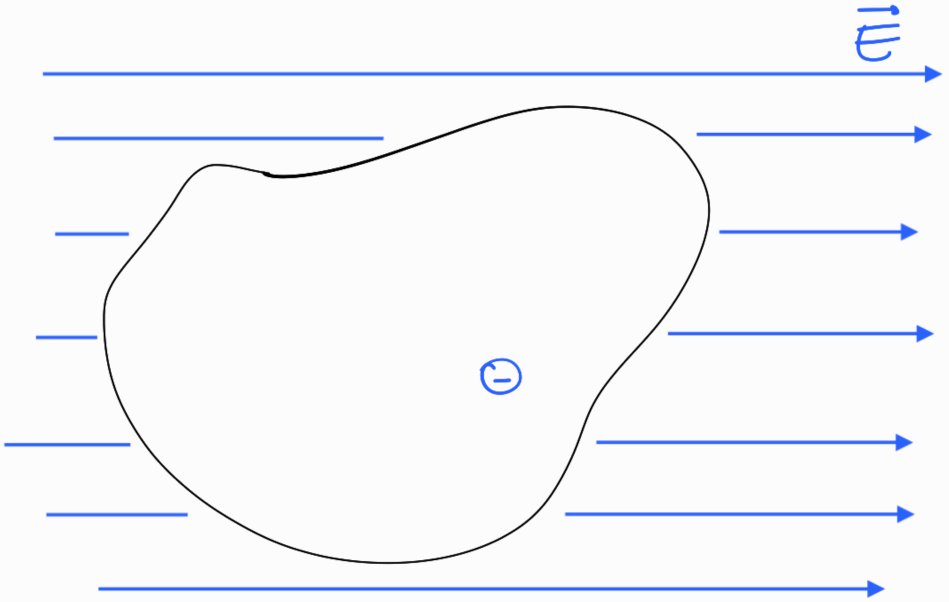


I portatori di carica negativi sono fatti da cariche dello stesso segno, e sappiamo che le cariche dello stesso segno si respingono.
Queste cariche si sono allontanate il piu possibile tra di loro depositando sulla superficie del conduttore.
Siamo in condizione di equilibrio e usiamo la legge di Gauss per dimostrare che il campo è nullo.

$$\Phi_{\vec{E}}(S_{chiusa}) = \int_{S_{chiusa}} \vec{E} \cdot \vec{n} \, dS = 4\pi k_e \cancel{\sum_k Q_{k,int}} = 0$$

$$\Rightarrow \vec{E}_{int} = 0$$

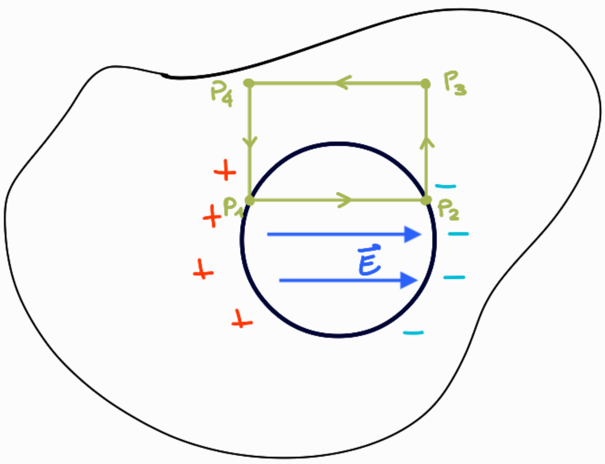
Prendiamo ora un conduttore e poniamolo in un campo elettrico esterno.



$\vec{E}_{int} = 0$

All'equilibrio elettrostatico il campo elettrico all'interno del conduttore pieno è nullo.

Prendiamo ora un conduttore cavo.



Supponiamo che le cariche si siano separate ai lati opposti della cavità, quindi idealmente si viene a formare un campo elettrico all'interno della cavità.
Ma vediamo cosa succede se prendo un percorso chiuso che passa per la cavità, dove c'è campo elettrico, e poi passa all'interno del conduttore dove invece non c'è campo elettrico:

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{s} = \underbrace{\int_{P_1}^{P_2} \vec{E}\cdot d\vec{s}}_{\substack{\neq 0 \\ \text{se } E \neq 0}} + \underbrace{\int_{P_2}^{P_3} \vec{E}\cdot d\vec{s} + \int_{P_3}^{P_4} \vec{E}\cdot d\vec{s} + \int_{P_4}^{P_1} \vec{E}\cdot d\vec{s}}_{\vec{E}=0 \ \to\ 0}$$

ma $\oint \vec{E}\cdot d\vec{s} = 0$ perché $\vec{E}$ conservativo

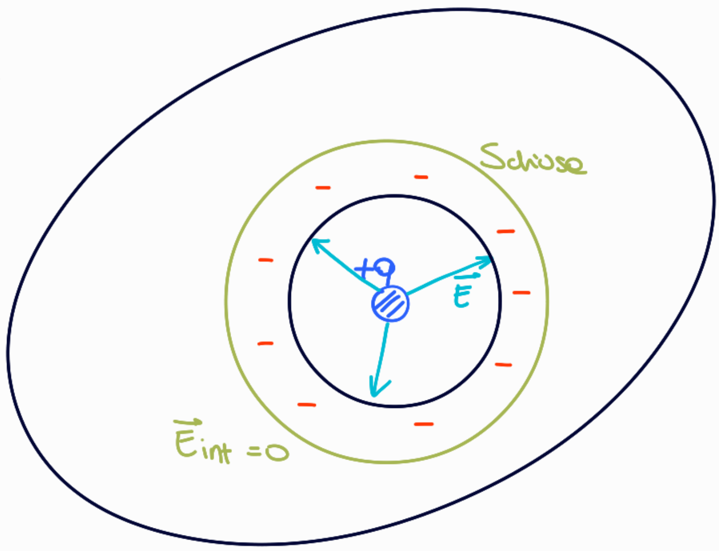
L'unica possibilità è che anche all'interno della cavità il campo è nullo.
Il disegno sopra è impossibile!!!

C'è un'unica possibilità in cui posso creare un campo elettrico all'interno di un conduttore:

Schermo elettrostatico

Ho un conduttore cavo, in cui pongo **esplicitamente** una carica (positiva) all'interno della cavità.

Avrò che lungo la superficie della cavità si depositano le cariche negative.



Quanto vale la somma delle cariche negative depositatesi sulla superficie della cavità?

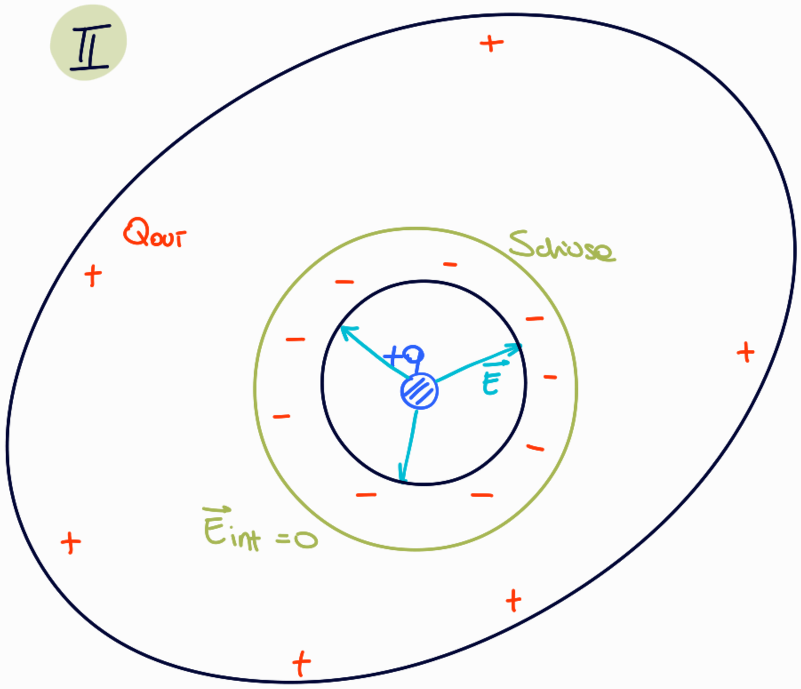
I

$$\phi_{\vec{E}} = \underbrace{\int_{S_{chiuse}} \vec{E} \cdot d\vec{s}}_{\vec{E}_{int} = 0 \rightarrow \phi_{\vec{E}} = 0} = 4\pi k_e \sum_k Q_{k,int}$$

$$\rightarrow \sum_k Q_{k,int} = 0 = +q + Q_{int} \rightarrow Q_{int} = -q$$

cariche attratte sulla superficie della cavità

uguali e opposte alle cariche all'interno della cavità.



$$Q_{int} + Q_{out} = 0$$

perche' il conduttore e' neutro

$$\Rightarrow Q_{out} = -Q_{int} = +q$$

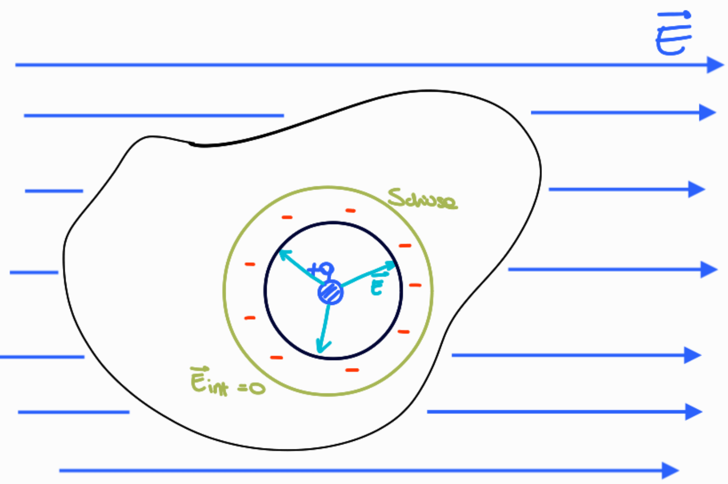
Alcune osservazioni:

Condizione di schermo elettrostatico

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{s} \longrightarrow \vec{E}_{int} = 0 \longrightarrow \boxed{dV = 0}$$

conduttore equipotenziale

Logicamente, nella figura sopra ci deve essere una eifferenza di potenziale.



Se l'oggetto sopra lo mettiamo dove è presente un campo elettrico esterno:

Il contributo del nuovo campo elettrico però, come abbiamo visto, non si va a sommare con il campo elettrico calcolato sopra, quindi la differenza di potenziale rimane invariata.

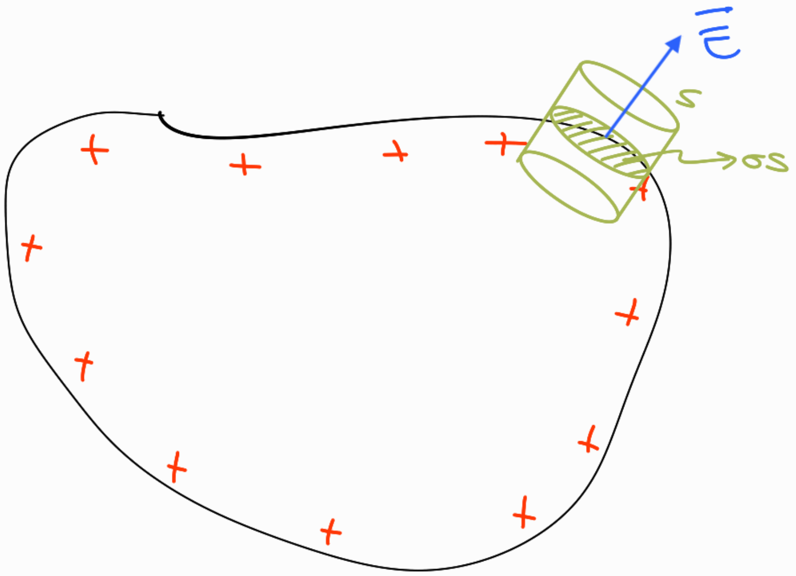
Schermo elettrostatico:
in qualunque dispositivo elettronico abbiamo una differenza di potenziale e questi dispositivi vengono influenzati da campi elettrici esterni o distribuzioni elettriche esterne che potrebbero modificare la differenza di potenziale del dispositivo
Se invece poniamo il dispositivo all'interno di un conduttore, questo fa da schermo e la differenza di potenziale non viene modificata.

Campo elettrico in prossimità di un conduttore carico

Se depositiamo una carica su un conduttore, questa va a finire sulla superficie.
Quanto vale il campo che questa distribuzione di carica produce?
Uso la legge di Gauss.

$\vec{E} \perp S_{chiusa}$

$\vec{E}_{int} = 0$



Prendiamo un cilindro perpendicolare alla superficie

$$\Phi_E = E \cdot S = 4\pi k_e \overbrace{\boxed{\sigma S}}^{Q}$$

$$\boxed{E = 4\pi k_e \sigma}$$

Il flusso attraverso la superficie di base del cilindro dipende dalla densità di carica.

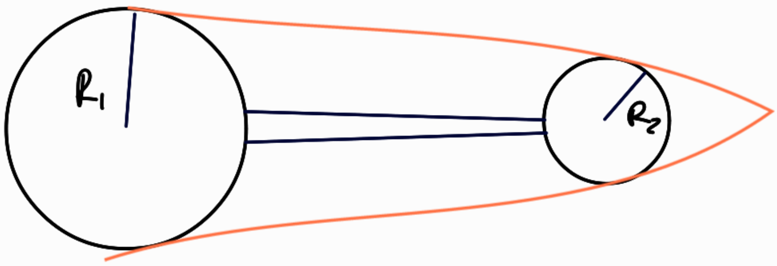
Campo elettrico in prossimità di una punta

Approssimiamo una punta con una sfera grande e una sfera piccola collegate da un conduttore unico, tutto allo stesso potenziale.
Supponiamo di aver messo delle cariche sulle due sfere, i portatori di carica si ridistribuiscono.
Qual è il potenziale del corpo conduttore? Prendiamo il potenziale del guscio sferico visto sopra.

$$V_1(R_1) = k_e \frac{Q_1}{R_1}$$

$$V_2(R_2) = k_e \frac{Q_2}{R_2}$$

li eguagliamo



$$\boxed{k_e \frac{Q_1}{R_1} = k_e \frac{Q_2}{R_2}}$$

$$\sigma_1 \frac{4\pi R_1^{\cancel{2}}}{\cancel{R_1}} = \frac{Q_1}{R_1} = \frac{Q_2}{R_2} = \sigma_2 \frac{4\pi R_2^{\cancel{2}}}{\cancel{R_2}}$$

$$\rightarrow \underbrace{\sigma_1 R_1} = \underbrace{\sigma_2 R_2} \longrightarrow \begin{array}{l} E_1 = 4\pi k_e \sigma_1 \\ E_2 = 4\pi k_e \sigma_2 \end{array}$$

Quando $R_1 \gg R_2$

$$\Rightarrow \sigma_2 \gg \sigma_1$$

$$\Rightarrow E_2 \gg E_1$$