Corso di Laurea in Informatica - A.A. 2018 - 2019
Esame di Fisica - 18/09/2019

Esercizio 1
In un sistema di assi cartesiani (x, y) siano dati i punti A=(1,1) e B=(7,9). Scrivere il vettore $\vec{r}_{AB}$ dal punto A al punto B e verificare se i seguenti vettori sono perpendicolari a $\vec{r}_{AB}$: $\vec{u} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$, $\vec{v} = 4\vec{i} + 3\vec{j}$ e $\vec{w} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$.

Esercizio 2
Consideriamo il piano xy. Nell'origine c'è una carica puntiforme positiva q e nel punto $B \equiv (L, 0)$ $(L > 0)$ c'è una carica puntiforme $Q = -9q$. Calcolare:

a) Il campo elettrico $\vec{E}$ in un punto (x, y) nel caso $y = 0$ e $x > L$;

b) Il campo elettrico $\vec{E}$ in un punto (x, y) nel caso $y = 0$ e $0 < x < L$;

c) Il valore della coordinata $x_0 < 0$ per cui il campo elettrico $\vec{E}$ è nullo;

d) Il potenziale elettrostatico V in un punto (x, y) nel caso $y = 0$ e $x > L$ ed il potenziale è nullo all'infinito;

e) Il potenziale elettrostatico V in un punto (x, y) nel caso $y = 0$ e $0 < x < L$ ed il potenziale è nullo all'infinito;

f) Il lavoro fatto dal campo elettrico per muovere una carica e dal punto $(L/2, 0)$ al punto $(3L/2, 0)$.

Esercizio 3
Per il circuito illustrato in figura determinare:

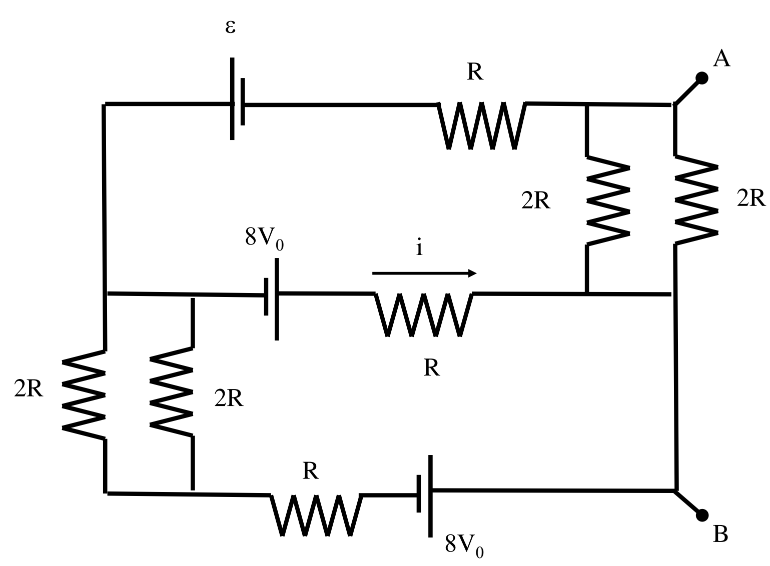
a) nel caso di $\varepsilon = 8V_0$ la corrrente i;

b) nel caso di $\varepsilon = 8V_0$ la potenza dissipata complessivamente nel circuito;

c) nel caso di $\varepsilon = 8V_0$ la differenza di potenziale $V_A - V_B$;

d) il valore di ε per il quale la corrente i raddoppia;

e) il valore di ε per il quale $V_A - V_B$=0.



Esercizio 1

In un sistema di assi cartesiani (x, y) siano dati i punti A=(1,1) e B=(7,9). Scrivere il vettore $\vec{r}_{AB}$ dal punto A al punto B e verificare se i seguenti vettori sono perpendicolari a $\vec{r}_{AB}$: $\vec{u} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$, $\vec{v} = 4\vec{i} + 3\vec{j}$ e $\vec{w} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$.

$$\vec{r}_{AB} = (x_B - x_A)\vec{i} + (y_B - y_A)\vec{j} = 6\vec{i} + 8\vec{j}$$

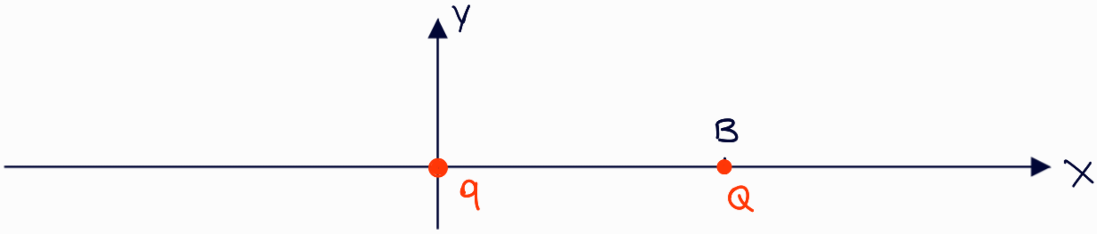
$$\vec{r}_{AB} \perp \vec{u} \quad \text{sse} \quad \vec{r}_{AB} \cdot \vec{u} = 0 \rightarrow 3 \cdot 6 - 4 \cdot 8 \neq 0 \Rightarrow \text{NO}$$

$$\vec{r}_{AB} \perp \vec{v} \quad \text{sse} \quad \vec{r}_{AB} \cdot \vec{v} = 0 \rightarrow 4 \cdot 6 + 3 \cdot 8 \neq 0 \Rightarrow \text{NO}$$

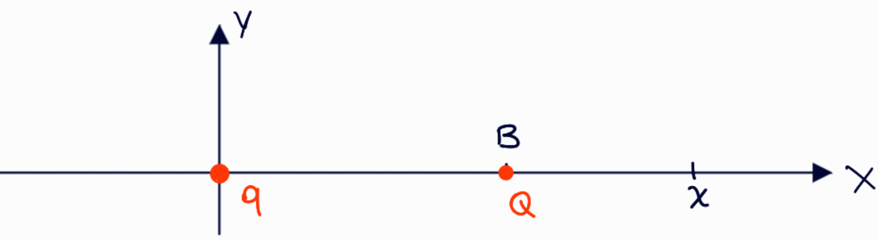
$$\vec{r}_{AB} \perp \vec{w} \quad \text{sse} \quad \vec{r}_{AB} \cdot \vec{w} = 0 \rightarrow 4 \cdot 6 - 3 \cdot 8 = 0 \Rightarrow \text{SI}$$

Esercizio 2

Consideriamo il piano xy. Nell'origine c'è una carica puntiforme positiva q e nel punto $B \equiv (L, 0)$ $(L > 0)$ c'è una carica puntiforme $Q = -9q$.



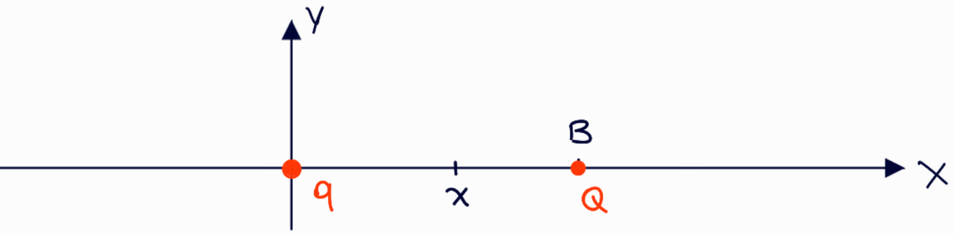
a) Il campo elettrico $\vec{E}$ in un punto (x, y) nel caso $y = 0$ e $x > L$;



$$\vec{E}_q = K_e \frac{q}{x^2}\vec{i} \qquad \vec{E}_Q = K_e \frac{Q}{(x-L)^2} \cdot \vec{i}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_q + \vec{E}_Q = K_e\, q \left(\frac{1}{x^2} - \frac{9}{(x-L)^2} \right)\vec{i}$$

b) Il campo elettrico $\vec{E}$ in un punto (x, y) nel caso $y = 0$ e $0 < x < L$;



$$\vec{E}_q = K_e \frac{q}{x^2}\vec{i} \qquad \vec{E}_Q = K_e \frac{Q}{(x-L)^2}(-\vec{i})$$

negativo perché $(x-L)<0$

$$\vec{E} = \vec{E}_q + \vec{E}_Q = K_e\, q\left(\frac{1}{x^2} + \frac{9}{(x-L)^2}\right)\vec{i}$$

c) Il valore della coordinata $x_0 < 0$ per cui il campo elettrico $\vec{E}$ è nullo;

$$\vec{E}_q = K_e \frac{q}{x_0^2}(-\vec{i}) \qquad \vec{E}_Q = K_e \frac{Q}{(x_0-L)^2}(-\vec{i})$$

Per avere $E = 0$:

$$\vec{E}_q = -\vec{E}_Q \implies K_e \frac{q}{x_0^2}(-\vec{i}) = -K_e \frac{Q}{(x_0-L)^2}(-\vec{i})$$

$$\cancel{K_e} \frac{\cancel{q}}{x_0^2}(-\vec{i}) = \cancel{K_e} \frac{9\cancel{q}}{(x_0-L)^2}(-\vec{i})$$

$$\frac{1}{x_0^2} = \frac{9}{(x_0-L)^2} \implies (x_0-L)^2 = 9x_0^2$$

$$x_0^2 + L^2 - 2x_0L = 9x_0^2 \implies 8x_0^2 + 2x_0L - L^2 = 0$$

$$x_0 = \frac{-2L \pm \sqrt{4L^2 + 32L^2}}{16} = \frac{-2L \pm 6L}{16}$$

$x_0 = -\frac{L}{2}$

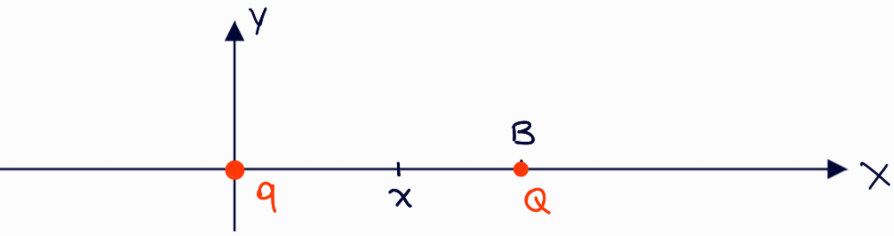
$x_0 = \frac{L}{4}$ NO perché $x_0 < 0$

$$\implies x_0 = -\frac{L}{2}$$

d) Il potenziale elettrostatico V in un punto (x, y) nel caso $y = 0$ e $x > L$ ed il potenziale è nullo all'infinito;

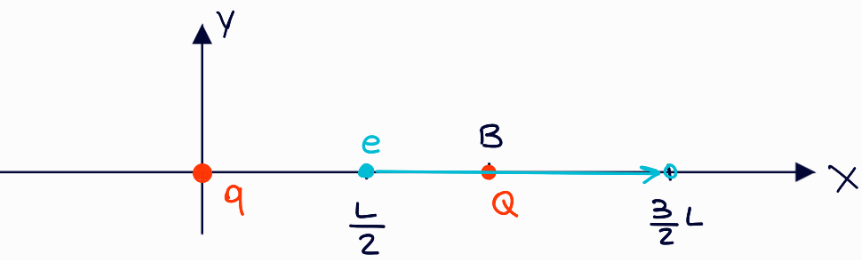
$$V = k_e \frac{q}{x} + k_e \frac{Q}{x-L} = k_e q \left(\frac{1}{x} - \frac{9}{x-L}\right)$$

e) Il potenziale elettrostatico V in un punto (x, y) nel caso $y = 0$ e $0 < x < L$ ed il potenziale è nullo all'infinito;



$$V = k_e \frac{q}{x} + k_e \frac{Q}{L-x} = k_e q \left(\frac{1}{x} - \frac{9}{L-x}\right)$$

f) Il lavoro fatto dal campo elettrico per muovere una carica e dal punto $(L/2, 0)$ al punto $(3L/2, 0)$.



$$V\left(\frac{L}{2}\right) = k_e q \left(\frac{2}{L} - \frac{18}{L}\right) = -k_e q \frac{16}{L}$$

$$V\left(\frac{3}{2}L\right) = k_e q \left(\frac{2}{3L} - \frac{18}{L}\right) = -k_e q \frac{52}{3L}$$

$$L_{\frac{L}{2} \to \frac{3}{2}L} = e\left(V\left(\frac{L}{2}\right) - V\left(\frac{3}{2}L\right)\right) = e\left[-k_e q \frac{1}{L}\left(\frac{52}{3} - 16\right)\right] = -\frac{4}{3} k_e e q \frac{1}{L}$$

Esercizio 3

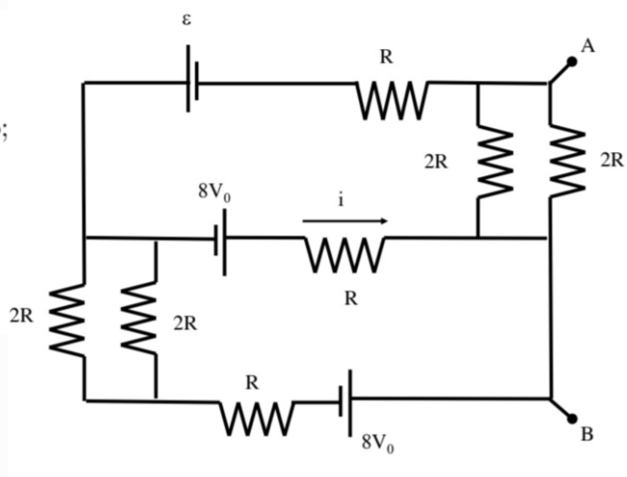
a) nel caso di $\varepsilon = 8V_0$ la corrrente i;

b) nel caso di $\varepsilon = 8V_0$ la potenza dissipata complessivamente nel circuito;

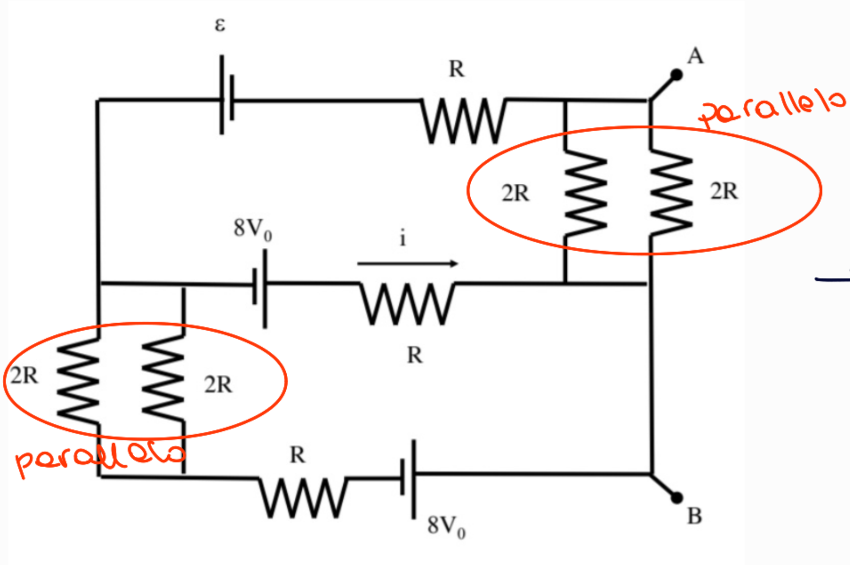
c) nel caso di $\varepsilon = 8V_0$ la differenza di potenziale $V_A - V_B$;

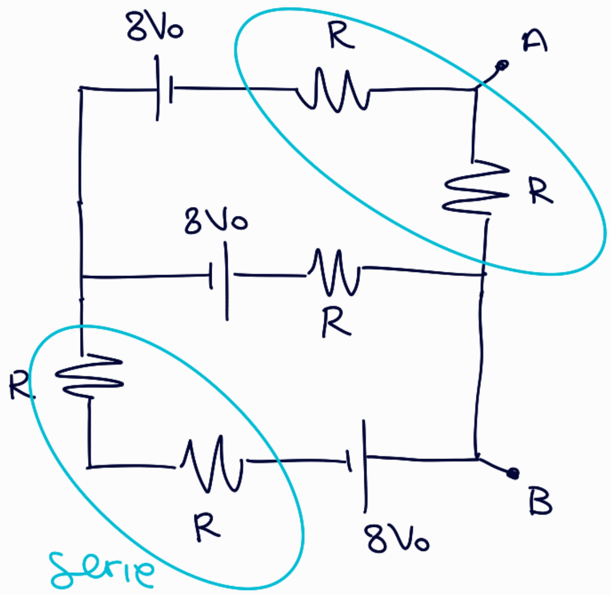
d) il valore di ε per il quale la corrente i raddoppia;

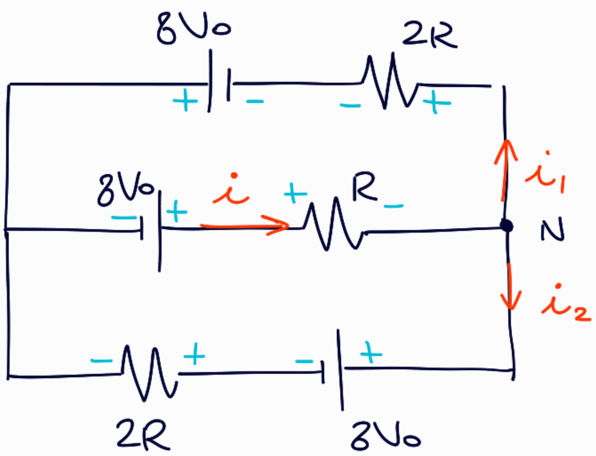
e) il valore di ε per il quale $V_A - V_B$=0.



a) $\mathcal{E} = 8V_0 \qquad i\ ?$







Leggi di Kirchhoff

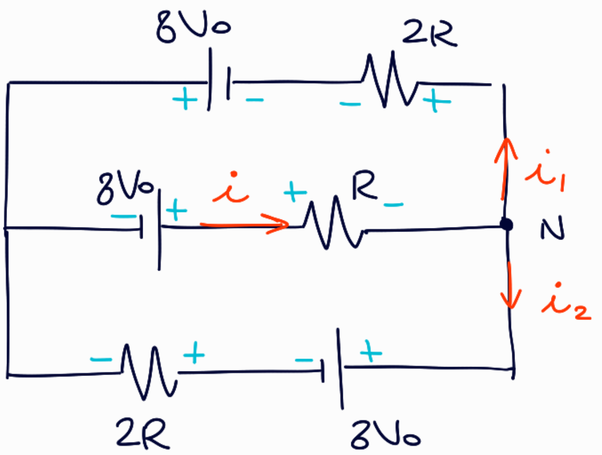
- maglia sopra : $8V_0 - iR - 2R\,i_1 + 8V_0 = 0$
- maglia sotto : $8V_0 + iR - 8V_0 + 2R\,i_2 = 0$
- nodo N : $i - i_1 - i_2 = 0$

$$\begin{cases} 16V_0 - iR - 2R\,i_1 = 0 \\ +\,iR + 2R\,i_2 = 0 \\ i_2 = i - i_1 \end{cases} \qquad \begin{cases} 16\,V_0 - iR - 2R\,i_1 = 0 \\ iR + 2R\,i - 2R\,i_1 = 0 \\ \rightarrow \end{cases}$$

$$\begin{cases} 16V_0 - \frac{2}{3}\,i_1 R - 2\,i_1 R = 0 \\ i = \frac{2}{3}\,i_1 \\ \rightarrow \end{cases} \qquad \begin{cases} 16\,V_0 = \frac{8}{3}\,i_1 R \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{cases}$$

$$\begin{cases} i_1 = \frac{6V_0}{R} \\ i = \frac{2}{3} \cdot \frac{6\,V_0}{R} = 4\,\frac{V_0}{R} \\ i_2 = -2\,\frac{V_0}{R} \end{cases}$$

b) $\mathcal{E} = 8V_0$ potenza dissipata ?



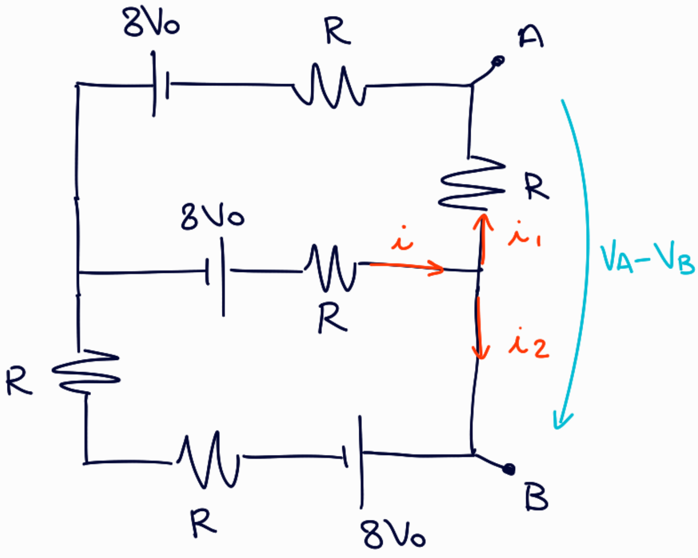
$$P_{TOT} = \sum_k P_k = \sum_k R_k i_k^2 =$$

$$= 2R\,i_1^2 + R\,i^2 + 2R\,i_2^2 =$$

$$= 72\frac{V_0^2}{R} + 16\,\frac{V_0^2}{R} + 8\,\frac{V_0^2}{R} =$$

$$= 96\,\frac{V_0^2}{R}$$

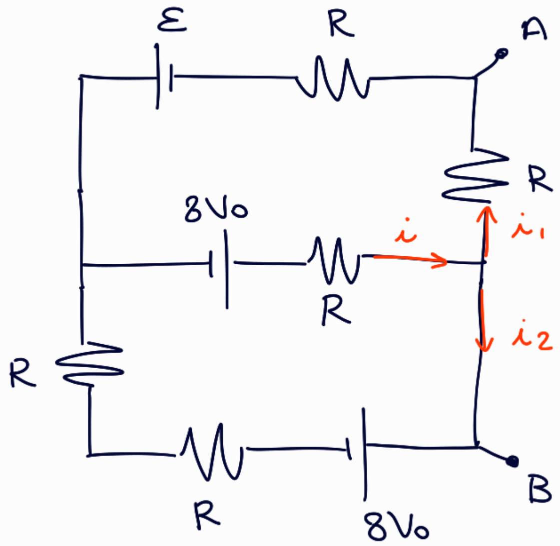
c) $\mathcal{E} = 8V_0$ $\qquad V_A - V_B$?



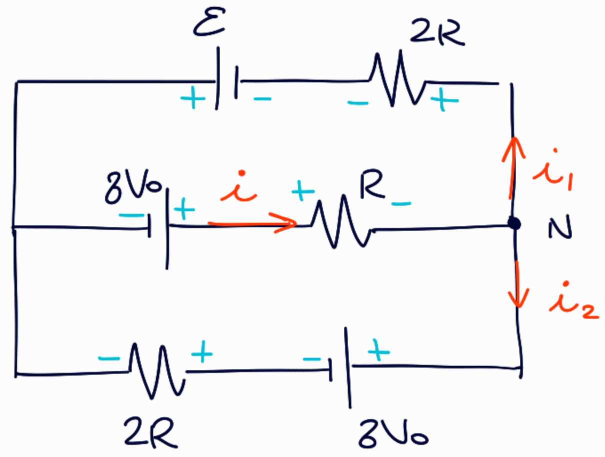
$$V_A + i_1 R = V_B$$

$$V_A - V_B = -i_1 R = -6V_0$$

d) $\mathcal{E}$? se $i = 8\frac{V_0}{R}$



$\rightarrow$

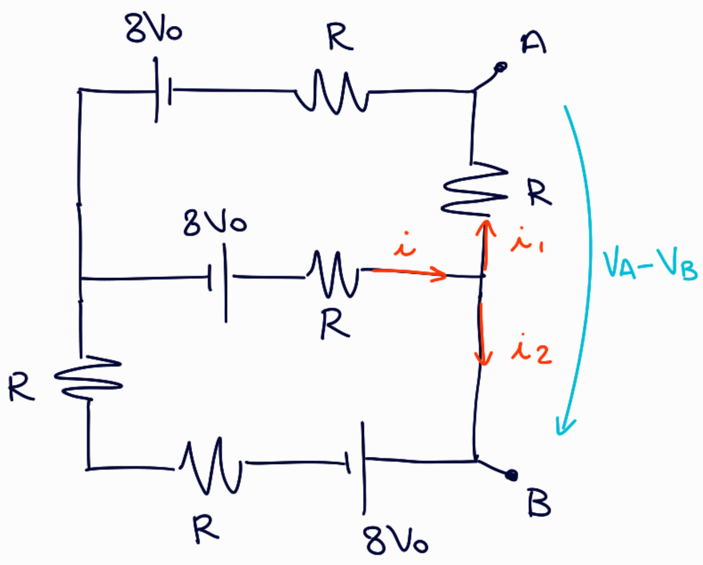


Leggi di Kirchhoff

$$\begin{cases} \text{• maglia sopra: } & \mathcal{E} - iR - 2R i_1 + 8V_0 = 0 \\ \text{• maglia sotto: } & + iR + 2R i_2 = 0 \\ \text{• nodo N: } & i - i_1 - i_2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathcal{E} - \cancel{8V_0} - 2R i_1 + \cancel{8V_0} = 0 \\ 8V_0 + 2R i_2 = 0 \\ i_1 + i_2 = 8\frac{V_0}{R} \end{cases} \qquad \begin{cases} \mathcal{E} = 24V_0 \\ i_2 = -4\frac{V_0}{R} \\ i_1 = 12\frac{V_0}{R} \end{cases}$$

e) $\mathcal{E}$? t.c. $V_A - V_B = 0$

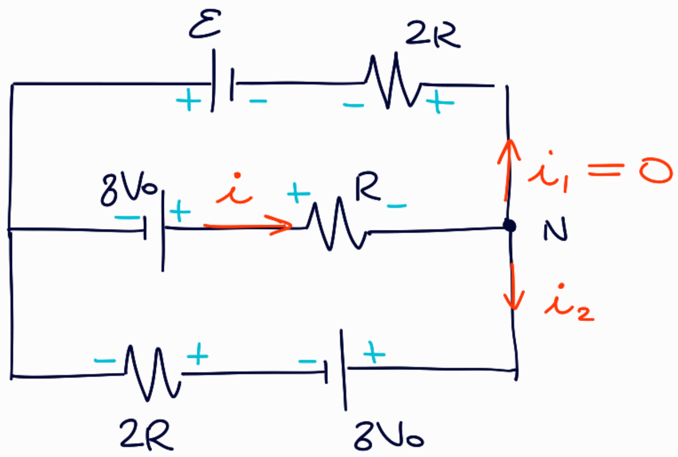


$V_A + i_1 R = V_B$

Se $V_A - V_B = 0$

$\Rightarrow \quad -i_1 R = 0$

$\Rightarrow \quad i_1 = 0$



Leggi di Kirchhoff

- maglia sopra:
- maglia esterna:
- nodo N:

$$\begin{cases} \mathcal{E} - iR + 8V_0 = 0 \\ \mathcal{E} + 2Ri_2 + 8V_0 = 0 \\ i = i_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathcal{E} = iR - 8V_0 \\ iR - \cancel{8V_0} + 2Ri + \cancel{8V_0} = 0 \\ \rightarrow \end{cases} \qquad \begin{cases} \boxed{\mathcal{E} = -8V_0} \\ i = 0 \\ \rightarrow \end{cases}$$