Corso di Laurea in Informatica - A.A. 2017 - 2018
Esame di Fisica - 18/06/2018

Esercizio 1
In un sistema di assi cartesiano (x, y) siano dati i punti A=(7,0) e B=(2,12). Scrivere il vettore $\vec{r}_{AB}$ che va dal punto A al punto B e determinarne il modulo. Verificare se il vettore $\vec{v} = 24\vec{i} + 10\vec{j}$ sia perpendicolare o no al vettore $\vec{r}_{AB}$.

Esercizio 2
Si considerino due cariche puntiformi poste lungo l'asse x di un piano cartesiano (x, y): la prima carica vale $18Q$ e si trova nel punto di coordinate $(-d, 0)$, la seconda carica vale $2Q$ e si trova nel punto di coordinate $(+d, 0)$. Sia inoltre presente una terza carica puntiforme $q_0 = Q$ di massa m anch'essa posta lungo l'asse x.
Determinare:

a) il punto $(p, 0)$ compreso tra le cariche $18Q$ e $2Q$ in cui la forza totale che agisce su q_0 è nulla;

b) il valore dell'energia potenziale di q_0 nel punto $(p, 0)$ assumendo che l'energia potenziale di q_0 all'infinito sia nulla;

c) la velocità minima che dovrebbe avere q_0 nel punto $(p, 0)$ per raggiungere il punto sull'asse x di coordinate $(-p, 0)$.

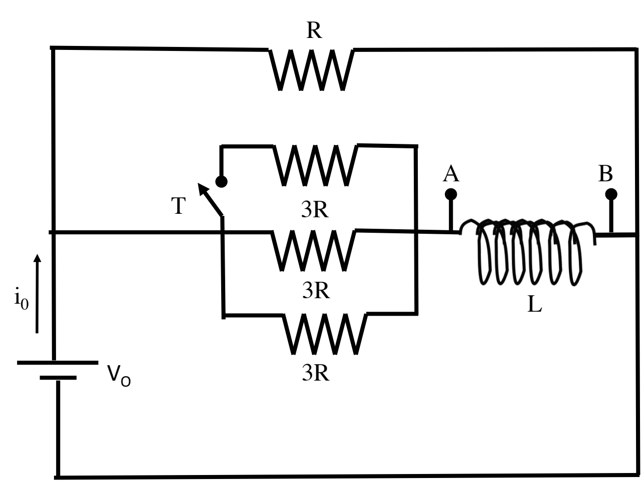
Esercizio 3
Il circuito in figura si trova inizialmente in condizioni stazionarie con l'interruttore T aperto. All'istante t=0 s l'interruttore T viene chiuso. Determinare la corrente i_0 erogata dalla f.e.m. e la differenza di potenziale ai capi dell'induttore $(V_A - V_B)$ nei seguenti istanti:

a) immediatamente prima di chiudere l'interruttore T;

b) subito dopo la chiusura di T;

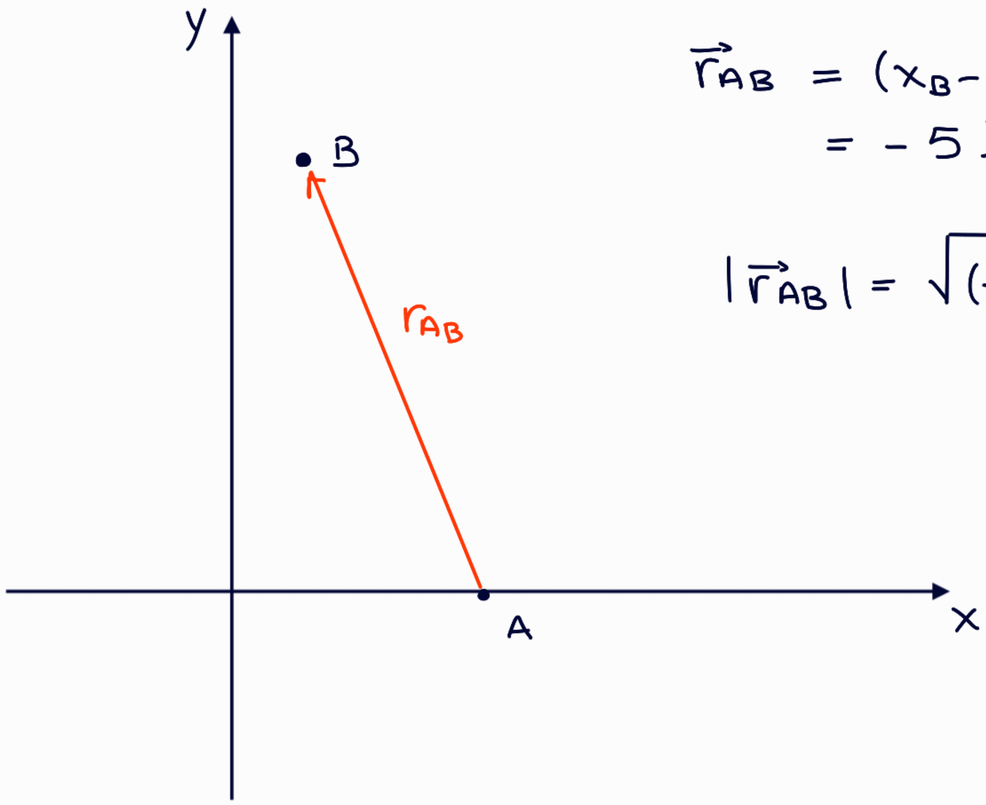
c) quando il circuito ha nuovamente raggiunto la stazionarietà.

Si assuma: V_0=60 V e R=100 Ω. (Sostituire i valori numerici solo alla fine dello svolgimento).



Esercizio 1

In un sistema di assi cartesiano (x, y) siano dati i punti A=(7,0) e B=(2,12). Scrivere il vettore $\vec{r}_{AB}$ che va dal punto A al punto B e determinarne il modulo. Verificare se il vettore $\vec{v} = 24\vec{i} + 10\vec{j}$ sia perpendicolare o no al vettore $\vec{r}_{AB}$.



$$\vec{r}_{AB} = (x_B - x_A)\vec{i} + (y_B - y_A)\vec{j} =$$
$$= -5\vec{i} + 12\vec{j}$$

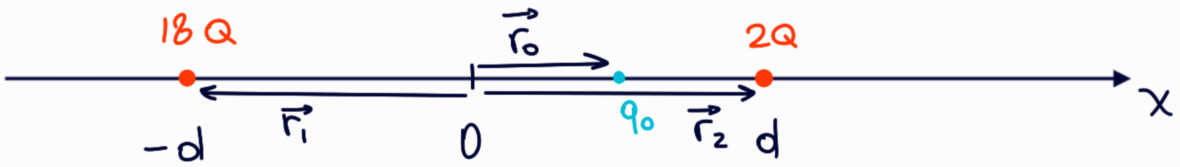
$$|\vec{r}_{AB}| = \sqrt{(-5)^2 + (12)^2} = 13$$

$$\vec{v} \perp \vec{r}_{AB} \quad \text{sse} \quad \vec{v} \cdot \vec{r}_{AB} = 0$$

$$\vec{v} \cdot \vec{r}_{AB} = 24 \cdot (-5) + 10 \cdot 12 = 0 \implies \vec{v} \perp \vec{r}_{AB}$$

Esercizio 2

Si considerino due cariche puntiformi poste lungo l'asse x di un piano cartesiano (x, y): la prima carica vale $18Q$ e si trova nel punto di coordinate $(-d, 0)$, la seconda carica vale $2Q$ e si trova nel punto di coordinate $(+d, 0)$. Sia inoltre presente una terza carica puntiforme $q_0 = Q$ di massa m anch'essa posta lungo l'asse x.



Determinare:

a) il punto $(p, 0)$ compreso tra le cariche $18Q$ e $2Q$ in cui la forza totale che agisce su q_0 è nulla;

$$\vec{r}_0 = p\vec{i} \qquad \vec{r}_{10} = (p+d)\vec{i}$$
$$\vec{r}_1 = -d\vec{i} \qquad \vec{r}_{20} = (p-d)\vec{i}$$
$$\vec{r}_2 = d\vec{i}$$

Campo generato dalla prima carica:

$$\vec{E}_1 = k_e \frac{18Q}{|\vec{r}_0 - \vec{r}_1|^2} \cdot \frac{\vec{r}_0 - \vec{r}_1}{|\vec{r}_0 - \vec{r}_1|} = k_e \frac{18\,Q}{(p+d)^2}\vec{i}$$

Campo generato dalla seconda carica:

$$\vec{E}_2 = k_e \frac{18Q}{|\vec{r}_0 - \vec{r}_2|^2} \cdot \frac{\vec{r}_0 - \vec{r}_2}{|\vec{r}_0 - \vec{r}_2|} = k_e \frac{2Q}{(p-d)^2} \cdot (-\vec{i})$$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = k_e Q \left(\frac{18}{(p+d)^2} - \frac{2}{(p-d)^2} \right) \vec{i}$$

Per avere $\vec{F} = 0$ deve essere $\vec{E} = 0$

$$\Rightarrow \quad k_e Q \left(\frac{18}{(p+d)^2} - \frac{2}{(p-d)^2} \right) = 0$$

$$\frac{9}{(p+d)^2} = \frac{1}{(p-d)^2} \quad \Rightarrow \quad 9(p-d)^2 = (p+d)^2$$
$$9(p^2 - 2pd + d^2) = p^2 + 2pd + d^2$$

$$\Rightarrow \quad 8p^2 - 20pd + 8q^2 = 0$$

$$\Rightarrow \quad 2p^2 - 5pd + 2d^2 = 0$$

$$p = \frac{5d \pm \sqrt{25d^2 - 16d^2}}{4} = \frac{5d \pm 3d}{4} = \begin{cases} 2d \\ \frac{1}{2}d \end{cases}$$

q_0 e' posta tra q_1 e q_2

$\Rightarrow \quad -d \leq p \leq d \quad \Rightarrow \quad p = \frac{1}{2}d$

q_0 e' nel punto $\left(\frac{1}{2}d, 0\right)$

b) il valore dell'energia potenziale di q_0 nel punto $(p, 0)$ assumendo che l'energia potenziale di q_0 all'infinito sia nulla;

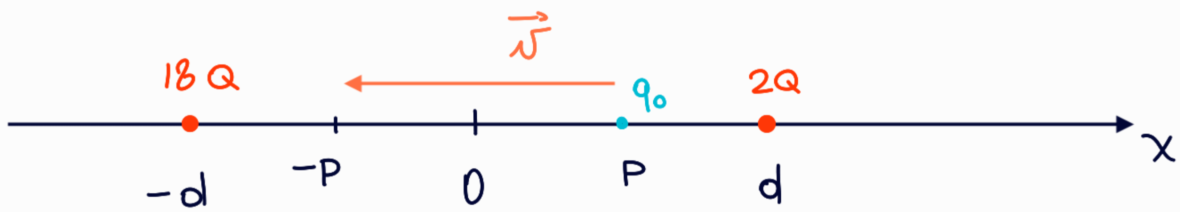
$$E_{pot} = K_e \frac{18Qq_0}{p+d} + K_e \frac{2Qq_0}{p-d} = K_e Q \cdot Q \; \frac{18(p-d) + 2(p+d)}{p^2 - d^2} =$$

$$= K_e Q^2 \frac{20p - 16d}{p^2 - d^2}$$

Nel punto calcolato prima $\left(\frac{1}{2}d, 0\right)$:

$$E_{pot} = 8 \, K_e \frac{Q^2}{d}$$

c) la velocità minima che dovrebbe avere q_0 nel punto $(p, 0)$ per raggiungere il punto sull'asse x di coordinate $(-p, 0)$.



Energia potenziale in $(-p, 0)$:

$$E_{pot}' = K_e \frac{18Qq_0}{d-p} + K_e \frac{2Qq_0}{-p-d} = K_e Q \cdot Q \; \frac{18(-p-d) + 2(d-p)}{p^2 - d^2} =$$

$$= K_e Q^2 \frac{-16p - 20d}{p^2 - d^2}$$

Se $\quad \rho = \frac{1}{2} d$: $\qquad E_{pot}' = K_e Q^2 \cdot \frac{112}{3d}$

Conservazione dell' energia :

$$\left(E_{pot} + E_k\right)_{x=p} = \left(E_{pot} + E_k\right)_{x=-p}$$

$$E_k\,(x=-p) = 0$$

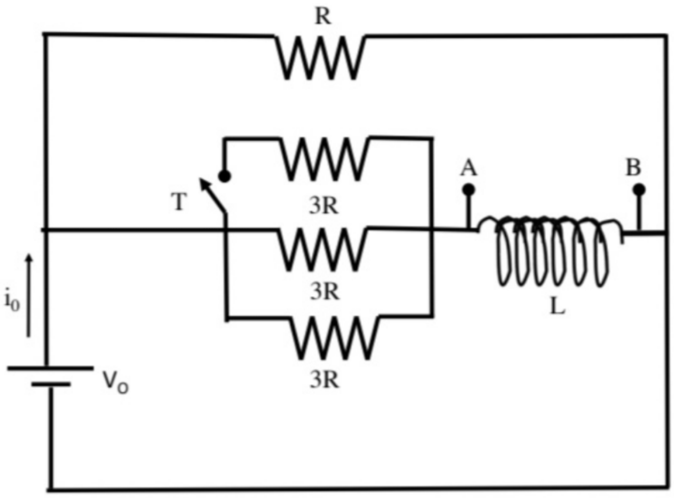
$$K_e\, 8\, \frac{Q^2}{d} + \frac{1}{2} m v_0^2 = K_e\, \frac{112}{3}\, \frac{Q^2}{d}$$

$$\Rightarrow\ m v_0^2 = K_e\, \frac{176}{3}\, \frac{Q^2}{d}$$

$$\Rightarrow\ v_0 = \sqrt{K_e\, \frac{176}{3}\, \frac{Q^2}{md}} = \frac{4}{3} Q \sqrt{\frac{33\, K_e}{md}}$$

Esercizio 3

Il circuito in figura si trova inizialmente in condizioni stazionarie con l'interruttore T aperto. All'istante t=0 s l'interruttore T viene chiuso. Determinare la corrente i_0 erogata dalla f.e.m. e la differenza di potenziale ai capi dell'induttore ($V_A - V_B$) nei seguenti istanti:



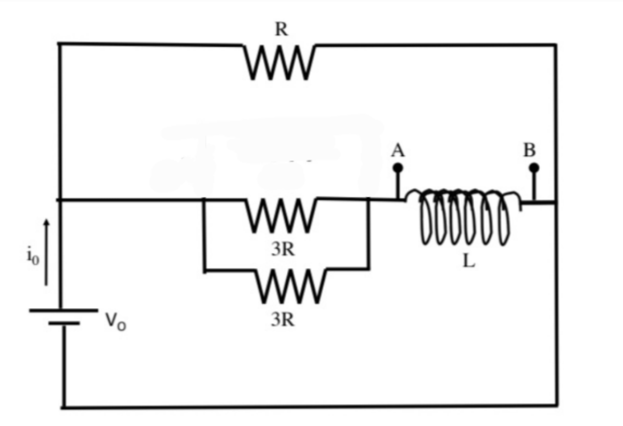
a) immediatamente prima di chiudere l'interruttore T;

b) subito dopo la chiusura di T;

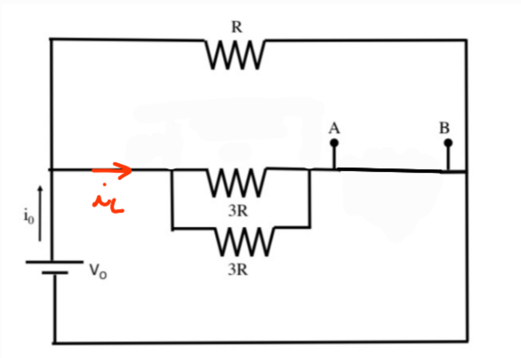
c) quando il circuito ha nuovamente raggiunto la stazionarietà.

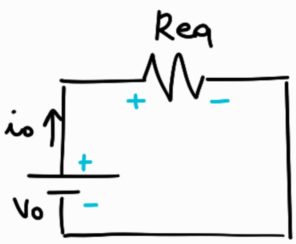
$V_0 = 60\,V \qquad R = 100\,\Omega$

a) immediatamente prima di chiudere l'interruttore T;



$L \approx$ corto circuito





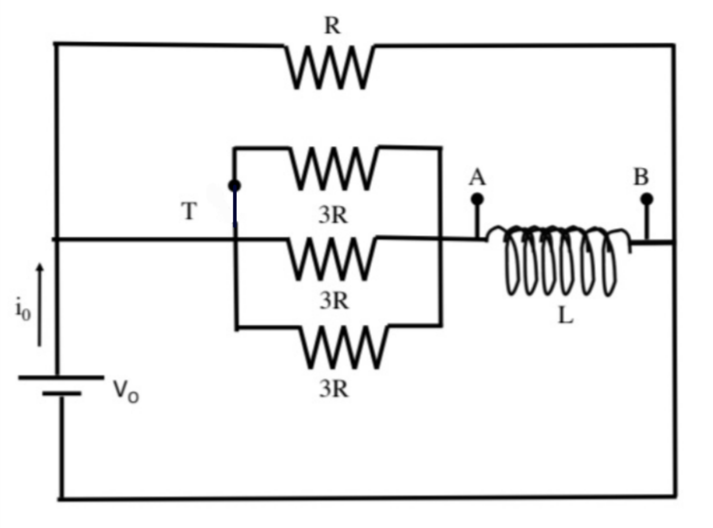
$$R_{eq} = (3R \parallel 3R) \parallel R = \frac{3}{2}R \parallel R = \frac{\frac{3}{2}R^2}{\frac{5}{2}R} = \frac{3}{5}R$$

$$V_A - V_B = 0$$

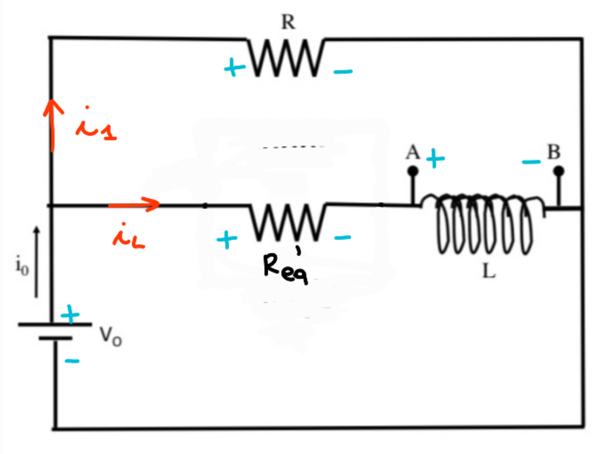
$$i_0 = \frac{V_0}{R_{eq}} = \frac{5}{3}\frac{V_0}{R} = 1\,A$$

$$i_L = \frac{V_0}{\frac{3}{2}R} = \frac{2}{3}\frac{V_0}{R}$$

b) subito dopo la chiusura di T;



La corrente che circola in L rimane invariata $\left(i_L = \frac{2}{3}\frac{V_0}{R}\right)$



$$R_{eq}' = 3R \parallel 3R \parallel 3R = R$$

Kirchhoff maglia inferiore:

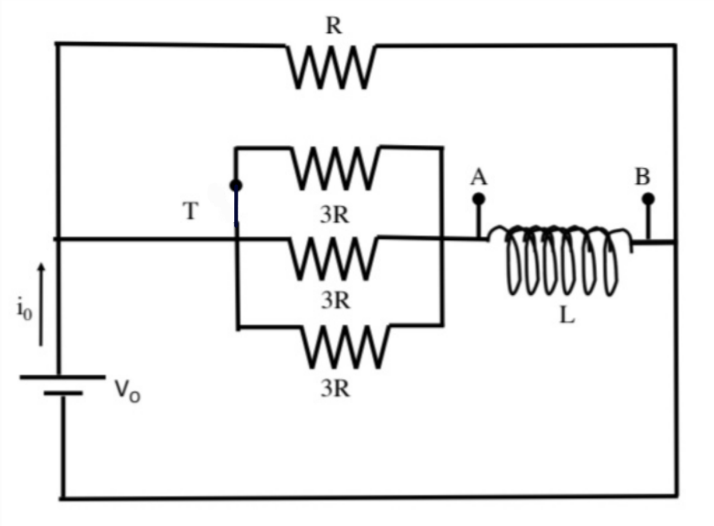
$$V_0 - R i_L - (V_A - V_B) = 0$$

$$V_0 - \frac{2}{3} V_0 - (V_A - V_B) = 0$$

$$V_A - V_B = \frac{1}{3} V_0 = 20\,V$$

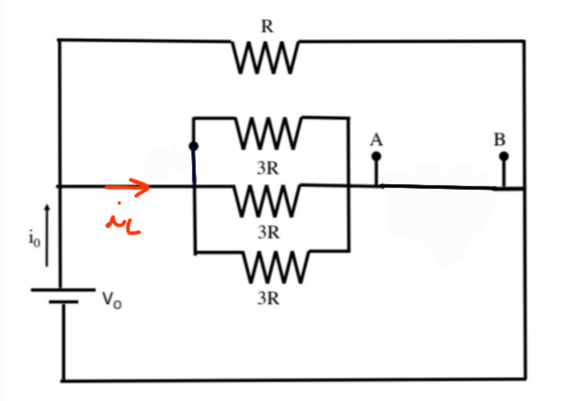
$$i_1 = \frac{V_0}{R} \implies i_0 = i_L + i_1 = \frac{5}{3}\frac{V_0}{R} = 1A$$

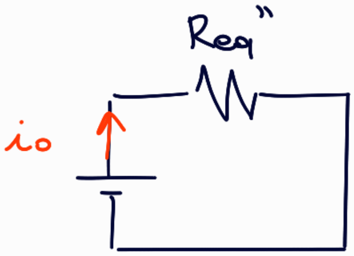
c) quando il circuito ha nuovamente raggiunto la stazionarietà.



L ≈ corto circuito

$V_A - V_B = 0\ V$





$R_{eq}'' = 3R \parallel 3R \parallel 3R \parallel R = R \parallel R = \frac{1}{2}R$

$i_0 = \frac{V_0}{\frac{1}{2}R} = \frac{2V_0}{R} = 1,2\ A$