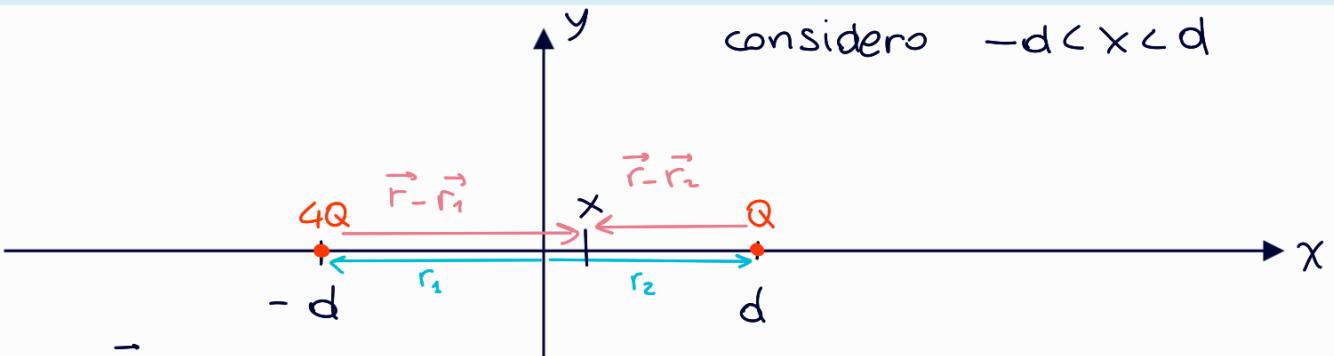


Nel piano cartesiano  $(x, y)$  si trovano due cariche puntiformi:  $4Q$  nel punto  $(-d, 0)$  e  $Q$  nel punto  $(+d, 0)$ , con  $d > 0$ . Trovare il punto sull'asse delle  $x$  in cui il campo elettrico prodotto dalle due cariche è nullo.

Scegli un'alternativa:

- a.  $-3d$
- b.  $-d/3$
- c.  $3d$
- d.  $0$
- e.  $d/3$



$$\vec{r}_1 = -d \vec{i}$$

$$\vec{r}_2 = d \vec{i}$$

$$\vec{r} - \vec{r}_1 = (x+d) \vec{i} \quad |\vec{r} - \vec{r}_1| = \sqrt{(x+d)^2} = x+d$$

$$\begin{aligned} \vec{r} - \vec{r}_2 &= (x-d) \vec{i} \\ &= \underbrace{(d-x)}_{\text{inverto i segni per avere modulo } > 0} (-\vec{i}) \end{aligned} \quad |\vec{r} - \vec{r}_2| = \sqrt{(d-x)^2} = d-x$$

$$\vec{E} = k_e \frac{4Q}{|\vec{r} - \vec{r}_1|^2} \cdot \frac{\vec{r} - \vec{r}_1}{|\vec{r} - \vec{r}_1|} + k_e \frac{Q}{|\vec{r} - \vec{r}_2|^2} \cdot \frac{\vec{r} - \vec{r}_2}{|\vec{r} - \vec{r}_2|} =$$

$$= k_e \frac{4Q}{(x+d)^2} \cdot \vec{i} + k_e \frac{Q}{(d-x)^2} (-\vec{i}) =$$

$$k_e Q \left( \frac{4}{(x+d)^2} - \frac{1}{(d-x)^2} \right) \vec{i}$$

Se  $\vec{E} = 0$  :

$$k_e Q \left( \frac{4}{(x+d)^2} - \frac{1}{(d-x)^2} \right) = 0$$

$$\frac{4}{(x+d)^2} - \frac{1}{(d-x)^2} = 0 \Rightarrow \sqrt{4(d-x)^2} = \sqrt{(x+d)^2}$$

$$2(d-x) = x+d \Rightarrow 3x = d$$

$$x = \frac{d}{3}$$

Calcolare il campo elettrico  $\vec{E}$  nel punto  $(3d, 0)$

Scegli un'alternativa:

- a.  $k_e \frac{Q}{2d^2} \vec{i}$
- b.  $-k_e \frac{Q}{2d^2} \vec{i}$
- c.  $k_e \frac{17Q}{16d^2} \vec{i}$
- d.  $-k_e \frac{17Q}{16d^2} \vec{i}$

$$\begin{aligned}\vec{r} &= 3d \vec{i} & \vec{r} - \vec{r}_1 &= 4d \vec{i} \\ \vec{r}_1 &= -d \vec{i} & \vec{r} - \vec{r}_2 &= 2d \vec{i} \\ \vec{r}_2 &= d \vec{i}\end{aligned}$$

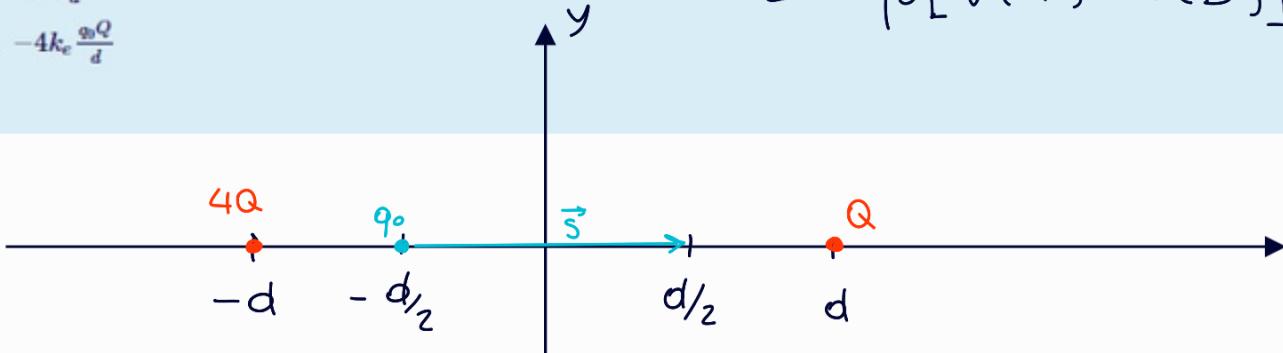
$$\begin{aligned}\vec{E} &= k_e \frac{4Q}{|r-r_1|^2} \cdot \frac{\vec{r}-\vec{r}_1}{|\vec{r}-\vec{r}_1|} + k_e \frac{Q}{|r-r_2|^2} \cdot \frac{\vec{r}-\vec{r}_2}{|\vec{r}-\vec{r}_2|} = \\ &= k_e \frac{4Q}{(4d)^2} \vec{i} + k_e \frac{Q}{(2d)^2} \vec{i} = \\ &= k_e Q \left( \frac{4}{16d^2} + \frac{1}{4d^2} \right) \vec{i} = \\ &= k_e Q \cdot \frac{1}{2d^2} \vec{i} = k_e \frac{Q}{2d^2} \vec{i}\end{aligned}$$

Calcolare il lavoro fatto dal campo elettrico per portare una carica puntiforme  $q_0$  dal punto  $(-d/2, 0)$  al punto  $(+d/2, 0)$

Scegli un'alternativa:

- a. 0
- b.  $4k_e \frac{q_0 Q}{d}$
- c.  $-4k_e \frac{q_0 Q}{d}$

$$L = q_0 [V(A) - V(B)]$$



$$V(-d/2) = k_e \frac{4Q}{d/2} + k_e \frac{Q}{\frac{3}{2}d} = k_e \frac{2Q}{d} \left( 4 + \frac{1}{3} \right) = k_e \frac{26Q}{3d}$$

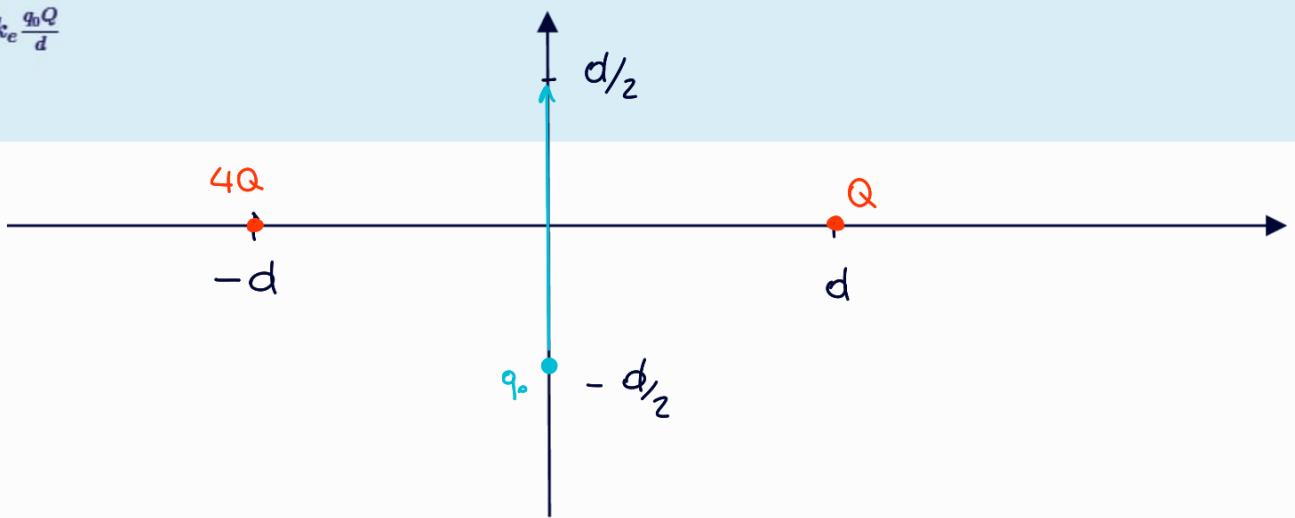
$$V(d/2) = k_e \frac{4Q}{\frac{3}{2}d} + k_e \frac{Q}{d/2} = k_e \frac{14Q}{3d}$$

$$L = q_0 [V(-d/2) - V(d/2)] = k_e \frac{12}{3} \frac{Qq_0}{d} = 4 k_e \frac{Qq_0}{d}$$

Calcolare il lavoro fatto dal campo elettrico per portare una carica puntiforme  $q_0$  dal punto  $(0, -d/2)$  al punto  $(0, +d/2)$

Scegli un'alternativa:

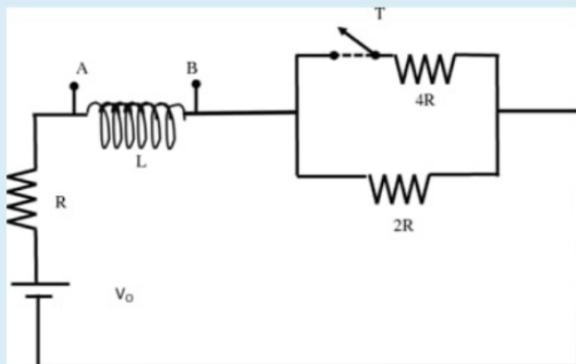
- a. 0
- b.  $4k_e \frac{q_0 Q}{d}$
- c.  $-4k_e \frac{q_0 Q}{d}$



$$V(A) = V(B)$$

$$L = q_0 (V(A) - V(B))$$

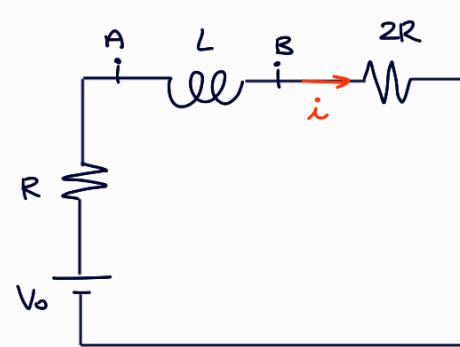
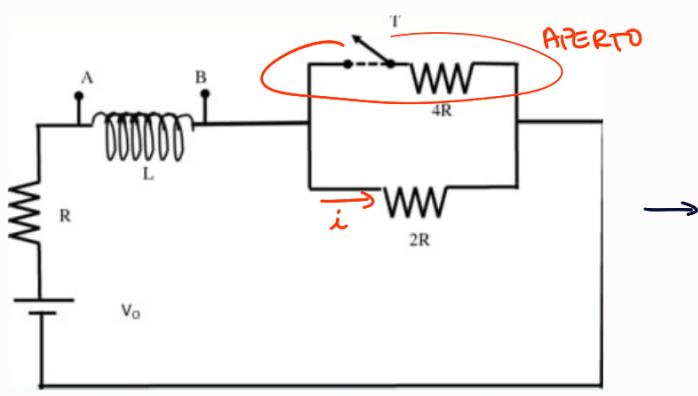
$$\Rightarrow L = 0$$



Il circuito in figura si trova inizialmente in condizioni stazionarie con l'interruttore T aperto. All'istante  $t=0$  s l'interruttore T viene chiuso. Determinare la corrente nel resistore  $2R$  immediatamente prima di chiudere T:

Scegli un'alternativa:

- a.  $\frac{V_0}{3R}$
- b.  $\frac{3V_0}{7R}$
- c.  $\frac{V_0}{5R}$



L si comporta come un  
corto circuito ( $V_L=0$ )

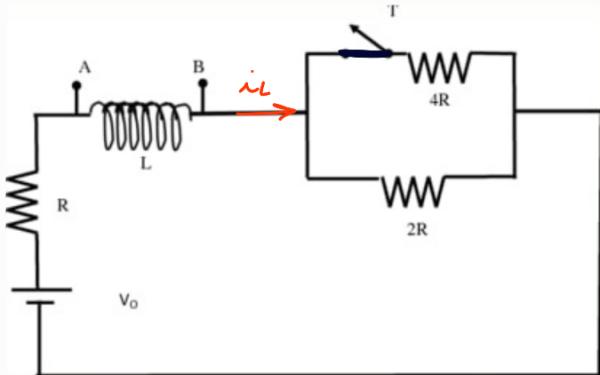
Legge di K. sulla maglia:

$$V_0 - iR - i2R = 0 \rightarrow i(3R) = V_0 \rightarrow i = \frac{V_0}{3R}$$

Determinare la differenza di potenziale  $V_B - V_A$  subito dopo la chiusura di T:

Scegli un'alternativa:

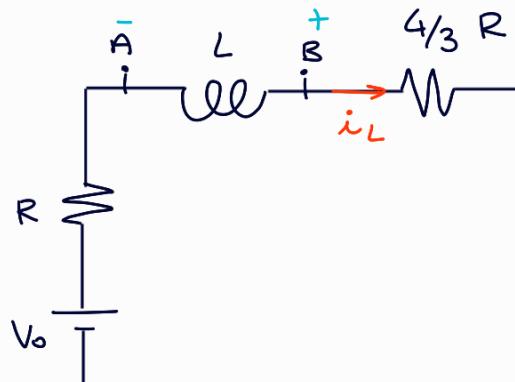
- a.  $-\frac{2V_0}{7}$
- b.  $-\frac{2V_0}{9}$
- c.  $-V_0$
- d. 0



Subito dopo le chiusure:

$$i_L \text{ invertato} \rightarrow i_L = \frac{V_0}{3R}$$

$$4R \parallel 2R = \frac{8R^2}{6R} = \frac{4}{3}R$$



Legge di K. sulla maglia:

$$V_0 - i_L R + (V_B - V_A) - i_L \frac{4}{3} R = 0$$

$$V_0 - \frac{V_0}{3} + (V_B - V_A) - \frac{4}{9} V_0 = 0$$

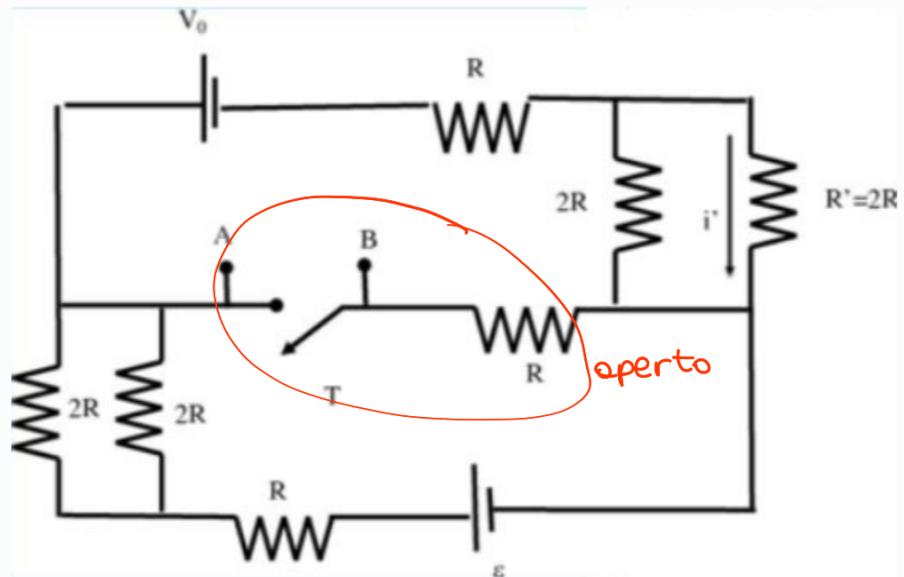
$$V_B - V_A = -\frac{2}{9} V_0$$

Il circuito in figura si trova inizialmente in condizioni stazionarie con l'interruttore T aperto. Determinare il valore della f.e.m.  $\varepsilon$  per il quale la corrente nel resistore  $R'$  vale  $i' = V_o/2R$ .

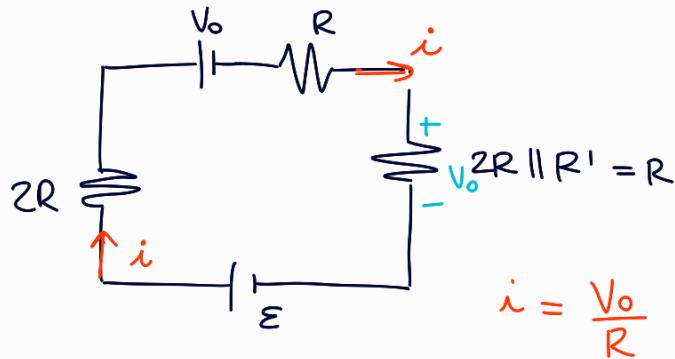
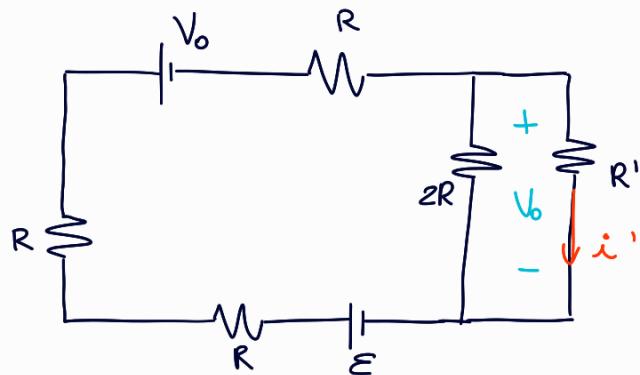
Scegli un'alternativa:

- a.  $9V_0$
- b. 0
- c.  $5V_0$
- d.  $3V_0$

X



$$i' = \frac{V_o}{2R} \Rightarrow V_{R'} = V_o$$



$$i = \frac{V_o}{R}$$

Kirchhoff:

$$V_o + i \cdot 2R - \varepsilon + V_o + iR = 0$$

$$2V_o + 3Ri - \varepsilon = 0$$

$$2V_o + 3V_o = \varepsilon$$

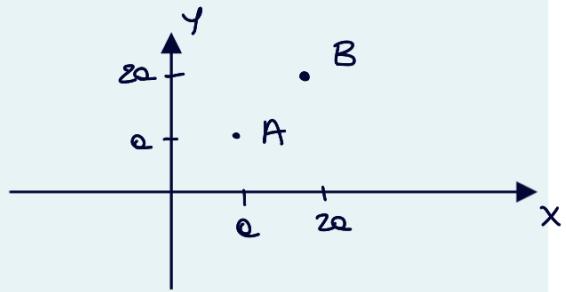
$$\varepsilon = 5V_o$$

In un piano cartesiano  $(x, y)$  è presente un campo elettrico uniforme  $\vec{E} = \frac{1}{\sqrt{2}} E_0 (\vec{i} + \vec{j})$ . Calcolare la d.d.p.  $V_B - V_A$  tra i punti  $A(a, a)$  e  $B(2a, 2a)$ .

Scegli un'alternativa:

- a.  $V_B - V_A = -E_0 a$
- b.  $V_B - V_A = +E_0 a \sqrt{2}$
- c.  $V_B - V_A = -E_0 a / \sqrt{2}$  X
- d.  $V_B - V_A = -E_0 a \sqrt{2}$
- e.  $V_B - V_A = +E_0 a / \sqrt{2}$
- f.  $V_B - V_A = +E_0 a$

$$\vec{S}_{B \rightarrow A} = -a \vec{i} - a \vec{j}$$



$$\begin{aligned} V_B - V_A &= \vec{E} \cdot \vec{S}_{B \rightarrow A} = \frac{1}{\sqrt{2}} E_0 (\vec{i} + \vec{j}) \cdot (-a) (\vec{i} + \vec{j}) \\ &= E_0 \left( -\frac{a}{\sqrt{2}} - \frac{a}{\sqrt{2}} \right) = -E_0 a \sqrt{2} \end{aligned}$$

(NON HO LA SOLUZIONE)

Calcolare la d.d.p.  $V_C - V_A$  tra i punti  $A(a, a)$  e  $C(a + a\sqrt{2}, a)$ .

Scegli un'alternativa:

- a.  $V_C - V_A = -E_0 a \sqrt{2}$
- b.  $V_C - V_A = -E_0 a / \sqrt{2}$
- c.  $V_C - V_A = +E_0 a$  X
- d.  $V_C - V_A = -E_0 a$
- e.  $V_C - V_A = +E_0 a / \sqrt{2}$
- f.  $V_C - V_A = +E_0 a \sqrt{2}$

$$\begin{aligned} \vec{S}_{C \rightarrow A} &= (a - a\sqrt{2} - a) \vec{i} + (a - a) \vec{j} \\ &= -a\sqrt{2} \vec{i} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_C - V_A &= \vec{E} \cdot \vec{S}_{C \rightarrow A} = \\ &= E_0 \frac{1}{\sqrt{2}} (\vec{i} + \vec{j}) \cdot (-a\sqrt{2}) \vec{i} = -E_0 a \end{aligned}$$

Calcolare il valore che deve avere una carica Q posta in P (-a, -a) tale che  $\vec{E}(A)=0$

$$\vec{r}_A = a(\vec{i} + \vec{j})$$

$$\vec{r}_Q = -a(\vec{i} + \vec{j})$$

$$\vec{E}(A) = \frac{1}{\sqrt{2}} E_0 (\vec{i} + \vec{j}) + \vec{E}_Q$$

$$\vec{E}_Q = k_e \frac{Q}{|\vec{r}_A - \vec{r}_Q|^2} \cdot \frac{\vec{r}_A - \vec{r}_Q}{|\vec{r}_A - \vec{r}_Q|} =$$

$$= k_e \frac{Q}{8a^2} \frac{2a(\vec{i} + \vec{j})}{2\sqrt{2}a} = k_e \frac{Q}{8a^2} \frac{(\vec{i} + \vec{j})}{\sqrt{2}}$$

$$\text{Se } \vec{E} = 0$$

$$\Rightarrow E_0 = -k_e \frac{Q}{8a^2} \Rightarrow Q = -\frac{E_0 \cdot 8a^2}{k_e}$$

Calcolare la d.d.p.  $V_B - V_A$  tra i punti  $A(a, a)$  e  $B(2a, 2a)$  quando sono presenti entrambi i campi elettrici, quello uniforme e quello generato dalla carica  $Q$  presente nel punto P.

Scegli un'alternativa:

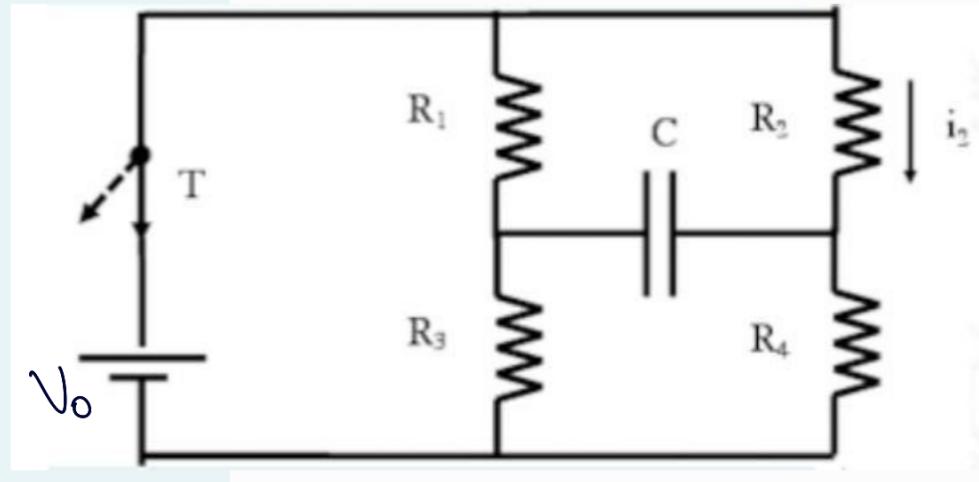
- a.  $V_B - V_A = +E_0 a \sqrt{2}/\sqrt{3}$
- b.  $V_B - V_A = -E_0 a \sqrt{3}/\sqrt{2} \times$
- c.  $V_B - V_A = +E_0 a \sqrt{2}/3$
- d.  $V_B - V_A = 0$
- e.  $V_B - V_A = -E_0 a \sqrt{2}/3$

Si consideri il circuito in figura in cui i resistori valgono  $R_1 = R$ ,  $R_2 = 4R$  e  $R_3 = R_4 = 2R$ . Dopo essere stato a lungo chiuso, all'istante  $t=0$  s l'interruttore  $T$  viene aperto.

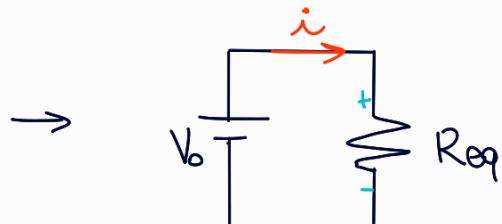
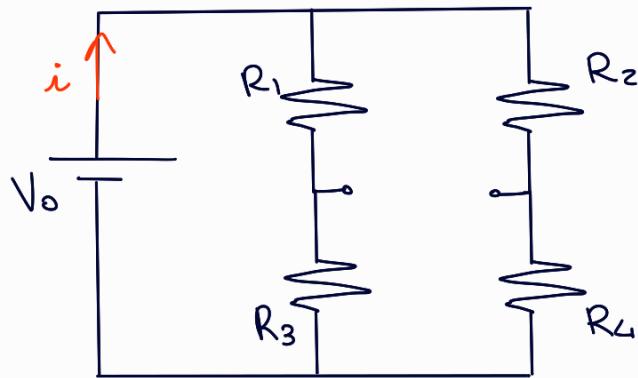
Determinare la corrente totale erogata dalla f.e.m.  $V_0$  subito prima dell'apertura dell'interruttore:

Scegli un'alternativa:

- a.  $\frac{V_0}{2R}$
- b. 0
- c.  $V_0$
- d.  $\frac{V_0}{9R}$



C carico  $\Rightarrow$  C  $\approx$  circuito aperto



$$Req = (R_2 + R_4) \parallel (R_1 + R_2)$$

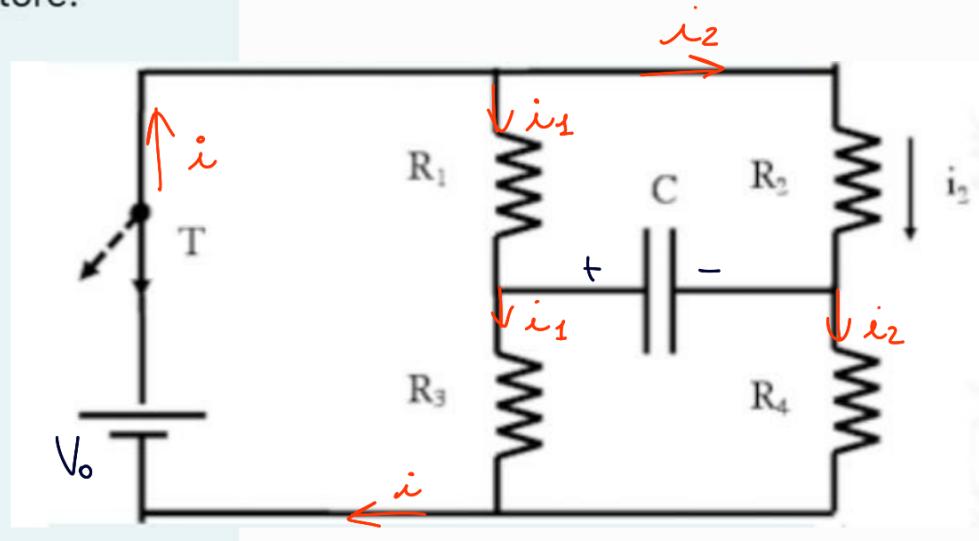
$$= 6R \parallel 3R = 2R$$

$$i = \frac{V_0}{2R}$$

Determinare la differenza di potenziale tra le armature del condensatore  $C$  subito prima dell'apertura dell'interruttore:

Scegli un'alternativa:

- a. 0 **X**
- b.  $\frac{2V_0}{3}$
- c.  $\frac{V_0}{3}$
- d.  $V_0$



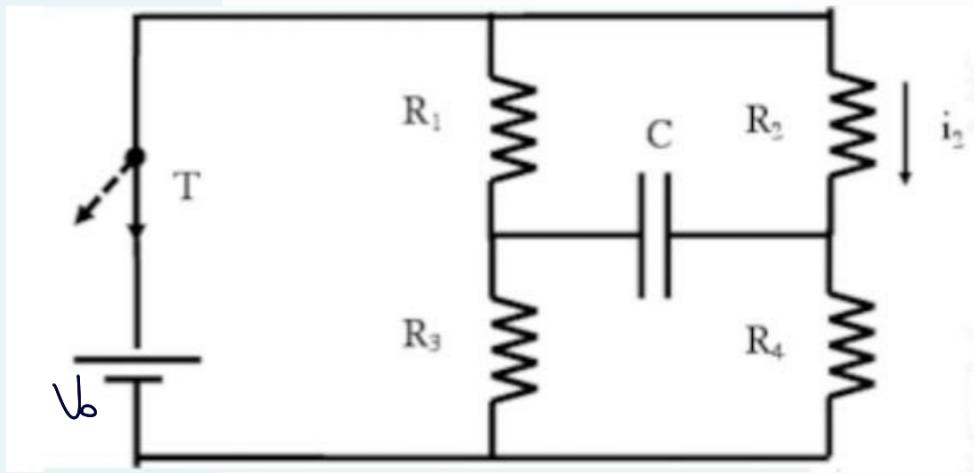
$$i_1 = \frac{V_0}{3R} \quad i_2 = \frac{V_0}{6R} \quad (\text{Per Ohm})$$

$$\begin{aligned} V_C &= -V_1 + V_2 = -i_1 R_1 + i_2 R_2 = -\frac{V_0}{3R} \cancel{R} + \frac{V_0}{6R} \cdot 4R \\ &= V_0 \left( -\frac{1}{3} + \frac{2}{3} \right) = \\ &= \frac{V_0}{3} \end{aligned}$$

Determinare la corrente  $i_2$  che attraversa il resistore  $R_2$  all'apertura dell'interruttore (segno riferito al verso di  $i_2$  indicato in figura):

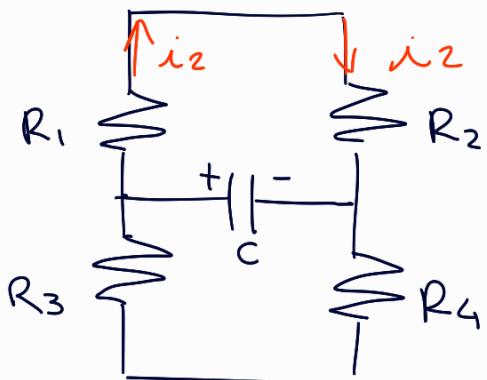
Scegli un'alternativa:

- a. 0
- b.  $\frac{V_0}{15R}$
- c.  $\frac{V_0}{5R}$  X
- d.  $-\frac{V_0}{15R}$
- e.  $-\frac{V_0}{5R}$



T aperto  $\rightarrow$

$V_c$  come nel punto sopra



$$V_c - i_2 R_1 - i_2 R_2 = 0$$

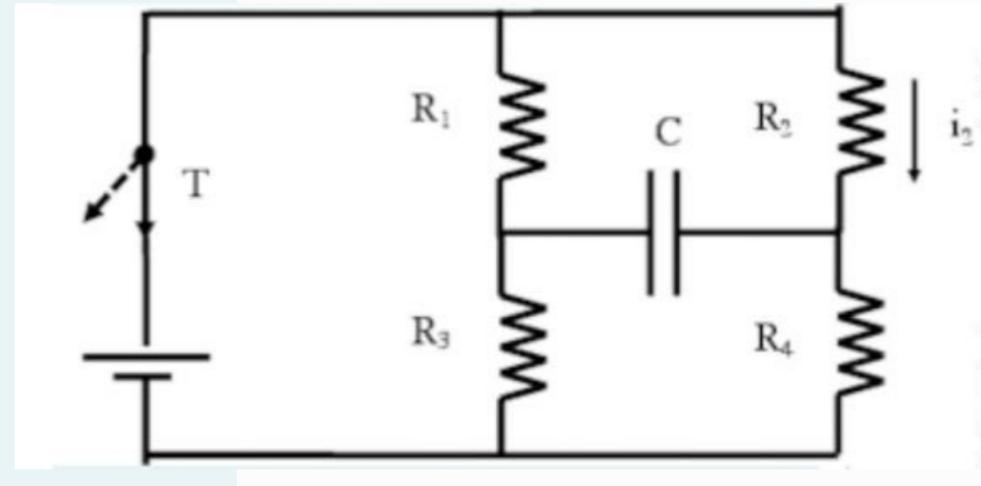
$$i_2(5R) = V_c$$

$$i_2 = \frac{V_c}{5R} = \frac{V_0}{15R}$$

Determinare la differenza di potenziale tra le armature del condensatore  $C$  quando il circuito ha nuovamente raggiunto la stazionarietà:

Scegli un'alternativa:

- a.  $\frac{V_0}{9R}$
- b.  $\frac{V_0}{2R}$
- c. 0
- d.  $V_0$



$T$  aperto da tanio  $\Rightarrow$   $C$  scarico  $\approx$  corto circuito

$$\Rightarrow V_C = 0$$

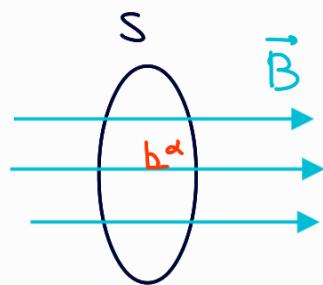
Si consideri una spira circolare formata da un conduttore ohmico di resistività  $\rho$  e superficie  $S$ . Perpendicolarmente al piano della spira vi è un campo magnetico uniforme il cui modulo varia nel tempo secondo la legge  $B(t) = B_0(\alpha t - \alpha^2 t^2)$ .

Calcolare il modulo della corrente indotta che percorre la spira all'istante  $t=0$  nel caso in cui la resistenza  $R=4$  ohm,  $S=16$  cm<sup>2</sup>,  $B_0=4$  T,  $\alpha=160$  Hz.

Scegli un'alternativa:

- a. 0,00 A X
- b. 256,00 mA
- c. 640,00 mA
- d. 128,00 mA

$$B(t) = B_0 \cdot (\alpha t + \alpha^2 t^2)$$



Corrente indotta:

$$I = \frac{1}{R} \frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \underbrace{\alpha}_{90^\circ} = B_0 \cdot S (\alpha t + \alpha^2 t^2)$$

$$I = \frac{1}{R} \frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{B_0 S}{R} \frac{(\alpha t + \alpha^2 t^2)}{dt} = \frac{B_0 S \alpha}{R} (\alpha + 2\alpha^2 t)$$

$$\text{Per } t=0: \quad I = \frac{B_0 S \alpha}{R} = 256 \text{ mA}$$

Calcolare il campo magnetico al centro della spira all'istante  $t = 1/2\alpha$ .

Scegli un'alternativa:

- a. 0
- b.  $B_0/4$  ✓
- c.  $B_0/2$
- d.  $B_0$

$$B(t = \frac{1}{2}\alpha) = B_0 \left( \alpha \cdot \frac{1}{2\alpha} + \alpha^2 \left( \frac{1}{2\alpha} \right)^2 \right) = \\ = B_0 \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \right) = B_0 \cdot \frac{1}{4}$$

Calcolare di quale fattore deve variare il raggio della spira, a parità di resistività, affinchè la corrente che la percorre all'istante  $t=0$  raddoppi.

Scegli un'alternativa:

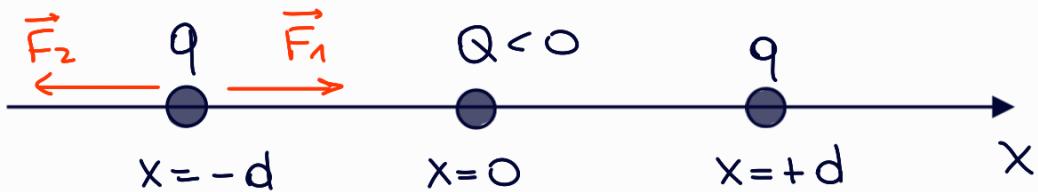
- a. fattore  $1/2$  X
- b. fattore 1
- c. fattore 2
- d. fattore 4

$$B = 2K_m \frac{I}{r} \rightarrow r = \cancel{2K_m} \frac{I}{B}$$

Considero  $I' = 2I$

$$\rightarrow r' = 2 K_m \cdot \frac{I'}{B} = \cancel{4} K_m \frac{I}{B} \rightarrow \text{FATTORE 2}$$

Siano date tre cariche puntiforme disposte lungo l'asse x come in figura. Le cariche q e Q hanno segno opposto con  $Q < 0$ . Inizialmente le tre cariche sono ferme. Quale deve essere la relazione tra q e Q affinché le cariche q, se lasciate libere di muoversi, si allontanino tra loro?



Sono ferme.

Relazione tra q e Q affinché le cariche q si allontanino?

Di base le q si respingono mentre Q le attira.

Per far sì che si allontanino, l'azione di Q deve essere più piccola.

$$\vec{F} \text{ di } Q \text{ su } q : F_1 = q \cdot k_e \frac{Q}{d^2}$$

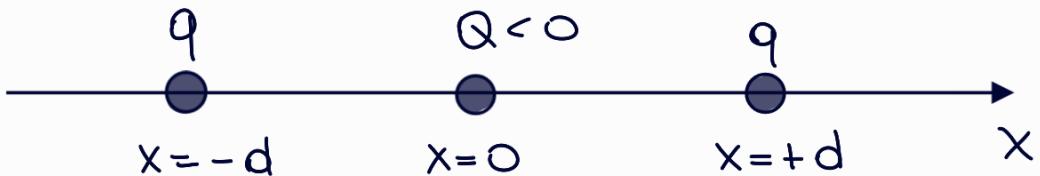
$$\vec{F} \text{ di } q \text{ su } q : F_2 = -q \cdot k_e \frac{q}{(2d)^2} = -k_e \frac{q^2}{4d^2}$$

Voglio  $F_2 > F_1$

$$-k_e \frac{q^2}{4d^2} > q \cdot k_e \frac{Q}{d^2}$$

$$Q > -\frac{q}{4}$$

Si supponga che  $q=q_0$  e  $Q=-q_0/8$  con  $q_0>0$ . Quanto vale la forza che agisce sulla carica posta in  $x=+d$ ?



$$q = q_0$$

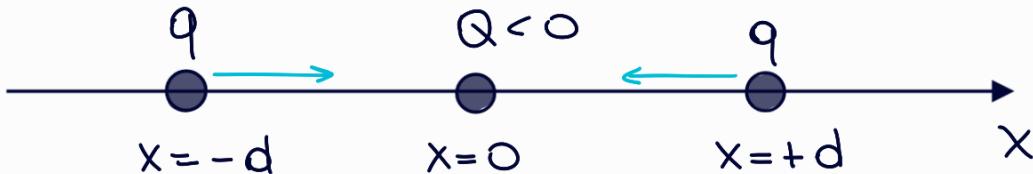
$$Q = -\frac{q_0}{8}$$

Forza che agisce su q  
in  $x = +d$  ?

$$\vec{F} = q \cdot k_e \frac{Q}{d^2} (\vec{i}) + k_e \frac{q^2}{4d^2} (\vec{i})$$

$$= -k_e \frac{q_0^2}{8d^2} \vec{i} + k_e \frac{q_0^2}{4d^2} \vec{i} = \boxed{k_e \frac{q_0^2}{8d} \vec{i}}$$

Sempre nel caso in cui  $q=q_0$  e  $Q=-q_0/8$  con  $q_0>0$ , si suppongo che le due cariche  $q$  siano inizialmente in moto. Si supponga che la carica in  $x=-d$  sia diretta verso  $x$  positivo mentre quella in  $x=+d$  sia diretta verso  $x$  negativo. Supponendo che ciascuna carica  $q$  abbia energia cinetica pari a  $ke q_0^2 / 4d$  determinare la minima separazione raggiunta dalle due cariche.



$$q = q_0$$

$$Q = -\frac{q_0}{8}$$

Inizialmente le  $q$  sono in moto (si avvicina)

$$E_{Kq} = ke \frac{q_0^2}{4d}$$

Min. separazione tra le  $q$  ?

$$U_i = ke \frac{q \cdot Q}{d} + ke \frac{q \cdot q}{2d} + ke \frac{q \cdot Q}{d} = +2ke \frac{q_0 \cdot (-\frac{q_0}{8})}{d} + ke \frac{q_0 \cdot q_0}{2d}$$

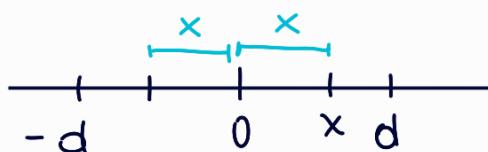
$$U_f = ke \frac{q_0^2}{4x} ?$$

$$E_{Ki} = 2 \cdot E_{Kq} = ke \frac{q_0^2}{2d} \quad E_{Kf} = 0$$

$$U_i - U_f = -E_{Ki} \Rightarrow U_f = U_i + E_{Ki}$$

$$\Rightarrow \cancel{ke \frac{q_0^2}{4x}} = \cancel{ke \frac{q_0^2}{4d}} + \cancel{ke \frac{q_0^2}{2d}}$$

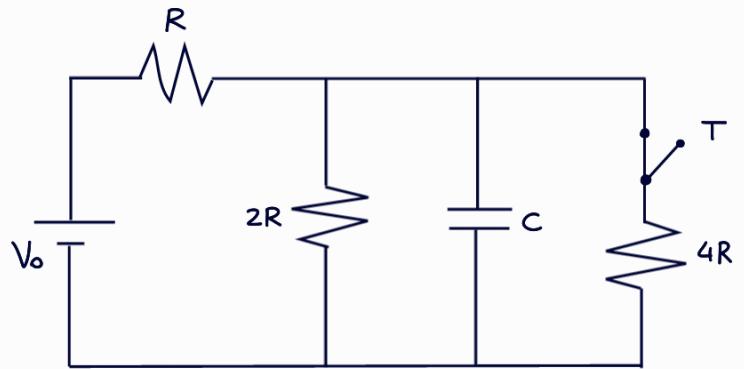
$$\frac{1}{x} = \frac{3}{d} \rightarrow x = \frac{1}{3} d$$



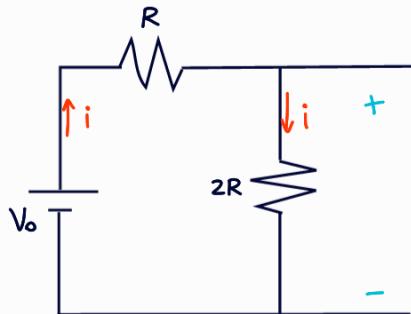
considero  $2x$ :

$$2x = \frac{2}{3} d$$

Il circuito in figura si trova inizialmente in condizioni stazionarie con T aperto. All'istante  $t=0$  l'interruttore T viene chiuso. Determinare il modulo della corrente nel resistore  $2R$  immediatamente prima di chiudere T.



A T aperto : cond. stat.  $\Rightarrow C \approx \text{circuito aperto}$ .

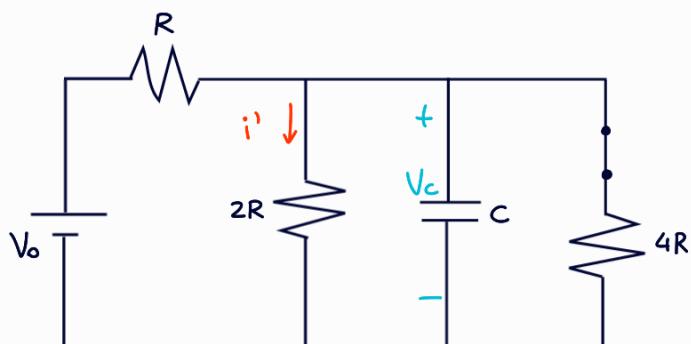


$$V_o - 3Ri = 0 \Rightarrow i = \frac{V_o}{3R}$$

Determinare il modulo della corrente nel resistore  $2R$  subito dopo la chiusura di T.

Subito prima di chiudere T :  $V_c = i \cdot 2R = \frac{2}{3}V_o$

Chiudo T :  $V_c$  resta uguale

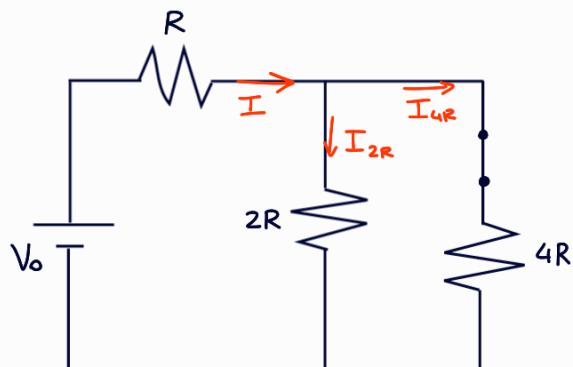


La tensione in  $2R$  e' lo stesso di  $C$

$$i' = \frac{V_c}{2R} = \frac{2}{3}V_o \cdot \frac{1}{2R} = \frac{V_o}{3R}$$

Determinare il modulo della corrente nel resistore  $2R$  in condizioni stazionarie con  $T$  chiuso.

Cond. staz. con  $T$  chiuso :  $C \approx \text{circ. aperto}$



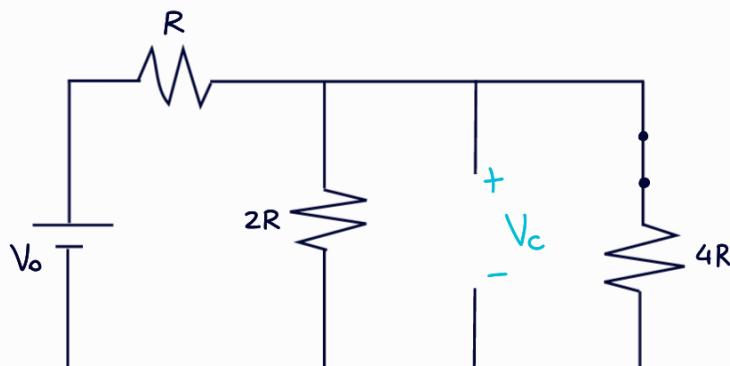
$$I_{2R} = I \cdot \frac{4R}{4R+2R} = I \cdot \frac{4}{6} = \frac{2}{3} I$$

$$V_o - IR - \frac{2}{3} I \cdot 2R = 0$$

$$\frac{7}{3} IR = V_o \Rightarrow I = \frac{3}{7} \frac{V_o}{R}$$

$$\Rightarrow I_{2R} = \frac{2}{7} \frac{V_o}{R}$$

Determinare la differenza di potenziale ai capi del condensatore in condizioni stazionarie con  $T$  chiuso.



$C$  carico  $\rightarrow$  circ. aperto

$V_c$  ?

$$\begin{aligned} V_c &= V_{2R} = I_{2R} \cdot 2R = \\ &= \frac{2}{7} \frac{V_o}{R} \cdot 2R = \\ &= \frac{4}{7} V_o \end{aligned}$$