Corso di Laurea in Informatica - A.A. 2018 - 2019
Esame di Fisica - 21/06/2019

Esercizio 1
In un sistema di assi cartesiano (x, y) siano dati i punti A=(-1,-8) e B=(7,7). Scrivere il vettore $\vec{r}_{AB}$ che va dal punto A al punto B e determinarne il modulo. Determinare quale tra i seguenti vettori $\vec{v_1} = 15\vec{i} - 8\vec{j}$ e $\vec{v_2} = 8\vec{i} - 15\vec{j}$ forma un angolo di $\frac{\pi}{2}$ con $\vec{r}_{AB}$.

Esercizio 2
Consideriamo il piano xy. Nell'origine c'è una carica $q_A = Q$, nel punto $B = (\ell, 0)$ $(\ell > 0)$ c'è una carica $q_B = Q/\sqrt{2}$ e nel punto $L = (0, -\ell)$ c'è un filo che si estende infinitamente nella direzione dell'asse z. Calcolare:

a) Il potenziale elettrico nel punto L sapendo che il potenziale all'infinito è nullo

b) Il campo elettrico $\vec{E}$ nel punto L

c) Nel caso in cui il filo sia percorso da una corrente I nella direzione -$\vec{k}$, il campo magnetico nell'origine

d) Nel caso in cui il filo sia percorso da una corrente I nella direzione -$\vec{k}$, la forza totale sulla carica q_A se essa si muove con velocità $\vec{v}_A = u\vec{i}$

e) Nel caso in cui il filo fosse uniformemente carico con densità di carica λ, il campo elettrico $\vec{E}$ generato dal filo nell'origine

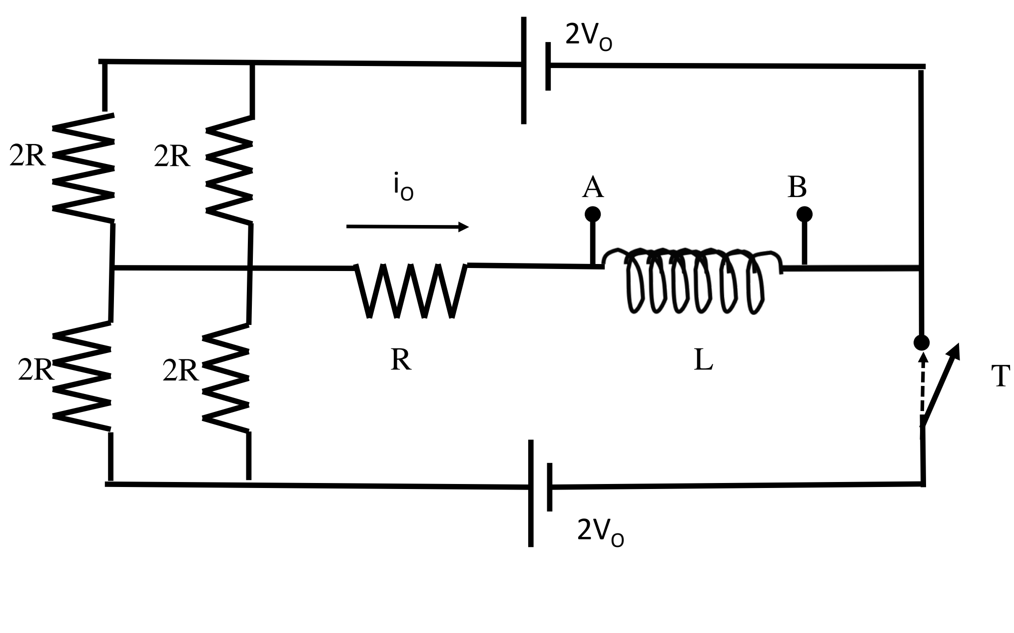
Esercizio 3
Il circuito in figura si trova inizialmente in condizioni stazionarie con l'interruttore T aperto. All'istante t=0 s l'interruttore T viene chiuso. Determinare:

a) la corrente i_0 immediatamente prima di chiudere T

b) la differenza di potenziale $V_A - V_B$ subito dopo la chiusura di T

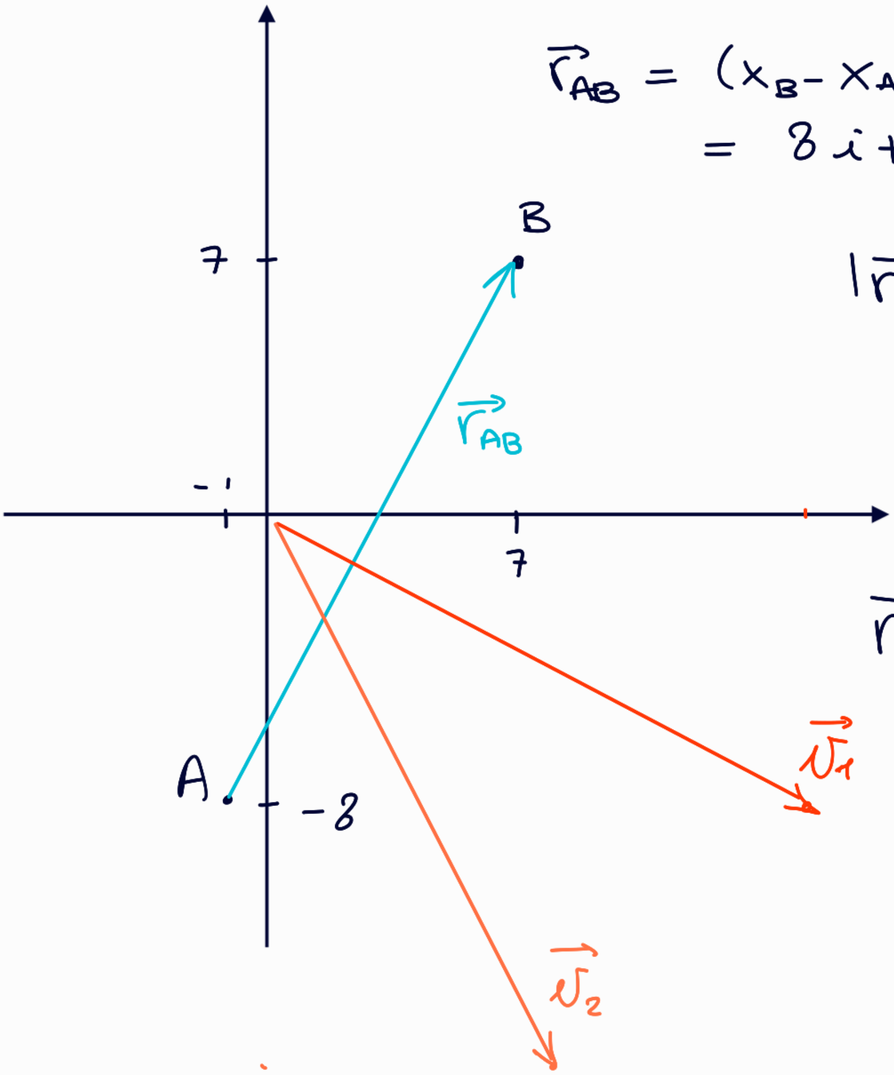
c) la corrente i_0 alla stazionarietà

d) la differenza di potenziale $V_A - V_B$ che comparirebbe ai capi di L se alla stazionarietà venisse nuovamente aperto T



Esercizio 1

In un sistema di assi cartesiano (x, y) siano dati i punti A=(-1,-8) e B=(7,7). Scrivere il vettore $\vec{r}_{AB}$ che va dal punto A al punto B e determinarne il modulo. Determinare quale tra i seguenti vettori $\vec{v_1} = 15\vec{i} - 8\vec{j}$ e $\vec{v_2} = 8\vec{i} - 15\vec{j}$ forma un angolo di $\frac{\pi}{2}$ con $\vec{r}_{AB}$.



$$\vec{r}_{AB} = (x_B - x_A)\, i + (y_B - y_A)\, j =$$
$$= 8 i + 15 j$$

$$|\vec{r}_{AB}| = \sqrt{225 + 64} = 17$$

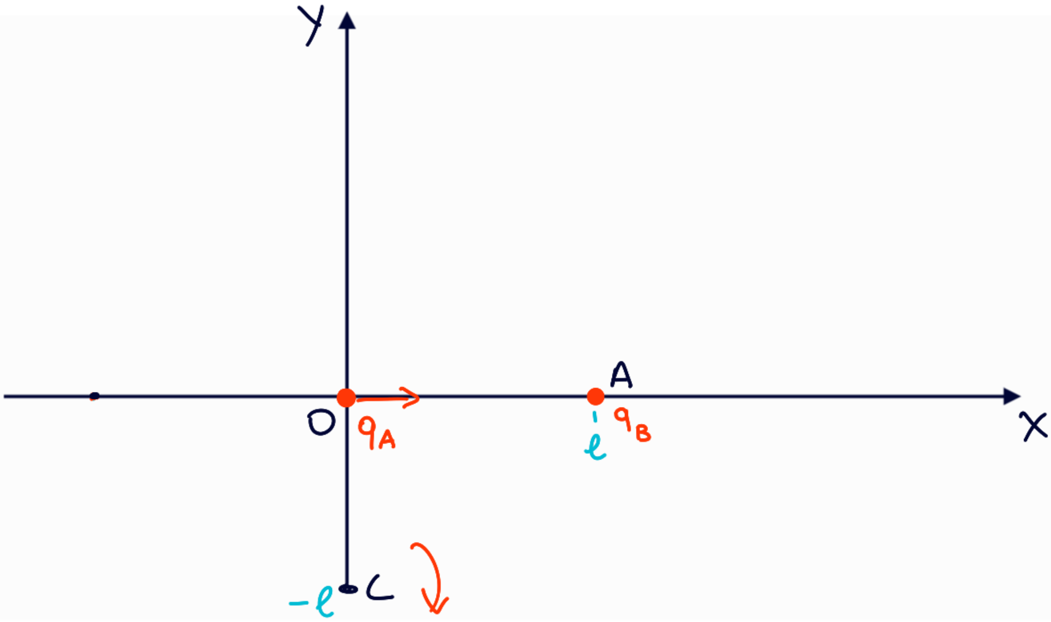
$\vec{r}_{AB} \perp \vec{v}$ sse $\vec{r}_{AB} \cdot \vec{v} = 0$

$$\vec{r}_{AB} \cdot \vec{v}_1 = 8 \cdot 15 - 8 \cdot 15 = 0$$

$$\Longrightarrow \vec{v}_1$$

Esercizio 2

Consideriamo il piano xy. Nell'origine c'è una carica $q_A = Q$, nel punto $B = (\ell, 0)$ $(\ell > 0)$ c'è una carica $q_B = Q/\sqrt{2}$ e nel punto $L = (0, -\ell)$ c'è un filo che si estende infinitamente nella direzione dell'asse z. Calcolare:



a) Il potenziale elettrico nel punto L sapendo che il potenziale all'infinito è nullo

$$V(\vec{r}) = k_e \frac{q}{|\vec{r} - \vec{r_0}|}$$

Potenziale generato da q_A : $V_A = k_e \frac{q_A}{\ell} = k_e \frac{Q}{\ell}$

Potenziale generato da q_B : $V_B = k_e \frac{q_B}{\ell\sqrt{2}} = k_e \frac{Q}{2\ell}$

Potenziale in L : $V = V_A + V_B = \frac{3}{2} k_e \frac{Q}{\ell}$

b) Il campo elettrico $\vec{E}$ nel punto L

$$\vec{E}(\vec{r}) = k_e \frac{q}{|\vec{r} - \vec{r_0}|^2} \frac{\vec{r} - \vec{r_0}}{|\vec{r} - \vec{r_0}|}$$

$\vec{r} = -\ell \vec{j}$ $\quad$ $\vec{r} - \vec{r_{0B}} =$

$\vec{r_{0B}} = \ell \vec{i}$ $\quad$ $= \ell(-\vec{i} - \vec{j})$

Campo el. generato da q_A : $\vec{E_A} = k_e \frac{q_A}{\ell^2}(-\vec{j}) = k_e \frac{Q}{\ell^2}(-\vec{j})$

Campo el. generato da q_B : $\vec{E_B} = k_e \frac{q_B}{2\ell^2}\left(-\frac{\vec{i}}{\sqrt{2}} - \frac{\vec{j}}{\sqrt{2}}\right) =$

$$= k_e \frac{Q}{2\sqrt{2}\ell^2}\left(-\frac{\vec{i}}{\sqrt{2}} - \frac{\vec{j}}{\sqrt{2}}\right)$$

$$\vec{E} = \vec{E_A} + \vec{E_B} = k_e \frac{Q}{\ell^2}(-j) + k_e \frac{Q}{2\sqrt{2}\ell^2}\left(-\frac{i}{\sqrt{2}} - \frac{j}{\sqrt{2}}\right) =$$

$$= k_e \frac{Q}{\ell^2}\left(-\frac{1}{4}\vec{i} - \frac{5}{4}\vec{j}\right)$$

c) Nel caso in cui il filo sia percorso da una corrente I nella direzione $-\vec{k}$, il campo magnetico nell'origine

Se il filo e' percorso da una corrente I "entrante nel piano xy":

$$B = 2k_m \frac{I}{r} = 2k_m \frac{I}{\ell} \qquad \vec{B} = 2k_m \frac{I}{\ell} \vec{i}$$

$r = \ell$

d) Nel caso in cui il filo sia percorso da una corrente I nella direzione $-\vec{k}$, la forza totale sulla carica q_A se essa si muove con velocità $\vec{v}_A = u\vec{i}$

$$\vec{F}_{\text{filo su } q_A} = q_A \vec{v}_A \times \vec{B} = Q u 2k_m \frac{I}{\ell} \overset{0}{\widetilde{\vec{i} \times (\vec{i})}} = 0$$

$$\vec{F}_{q_B \text{ su } q_A} = q_A \cdot \vec{E}_{B \to A} = k_e \frac{Q^2}{\sqrt{2}\ell^2} \cdot (-\vec{i})$$

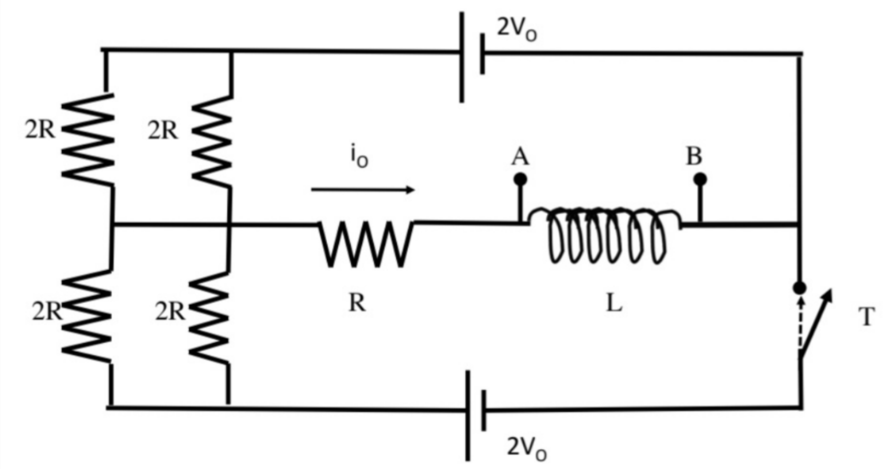
$$\Rightarrow \vec{F} = -k_e \frac{Q^2}{\sqrt{2}\ell} \vec{i}$$

e) Nel caso in cui il filo fosse uniformemente carico con densità di carica λ, il campo elettrico $\vec{E}$ generato dal filo nell'origine

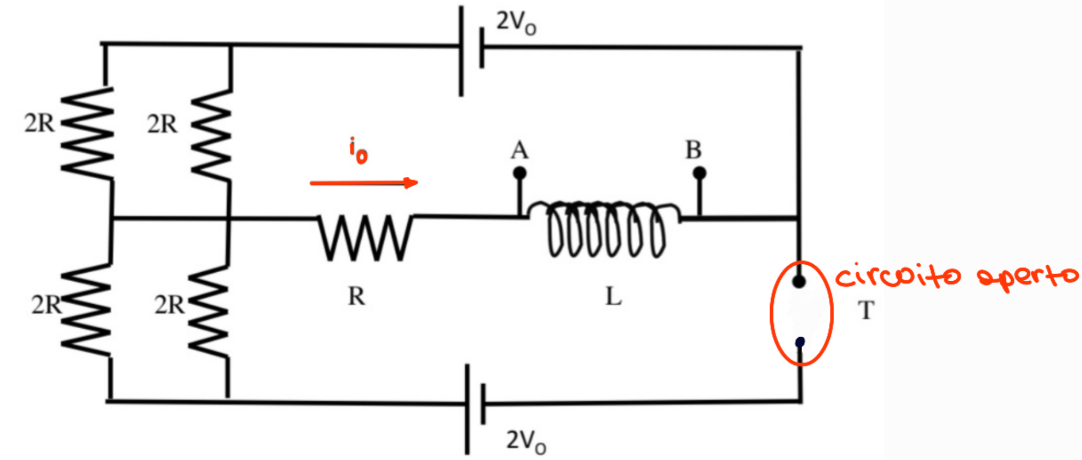
$$\vec{E} = 2k_e \frac{\lambda}{\ell} \vec{j}$$

Esercizio 3

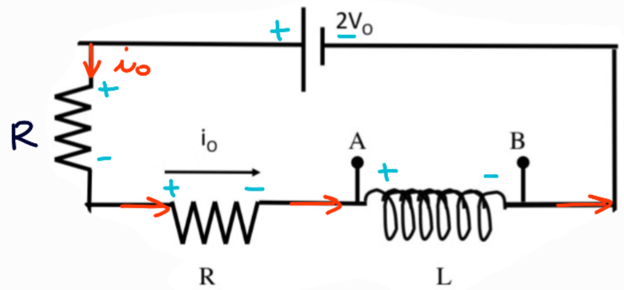
Il circuito in figura si trova inizialmente in condizioni stazionarie con l'interruttore T aperto. All'istante t=0 s l'interruttore T viene chiuso. Determinare:



a) la corrente i_0 immediatamente prima di chiudere T



A $t = 0^-$:



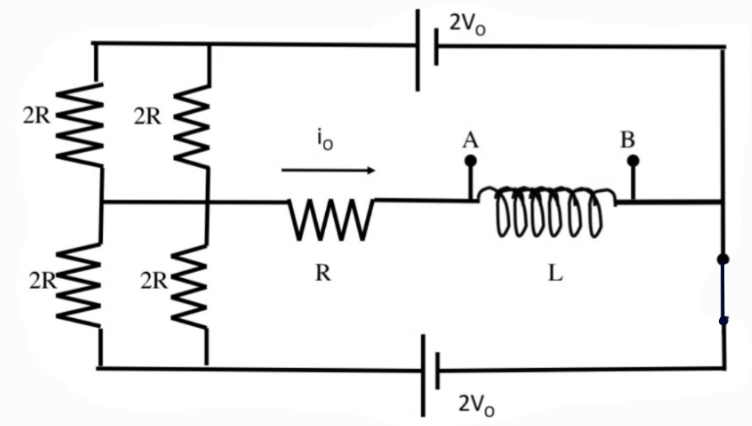
$\Delta V_L = 0$ V

($L \approx$ corto circuito)

Kirchhoff :

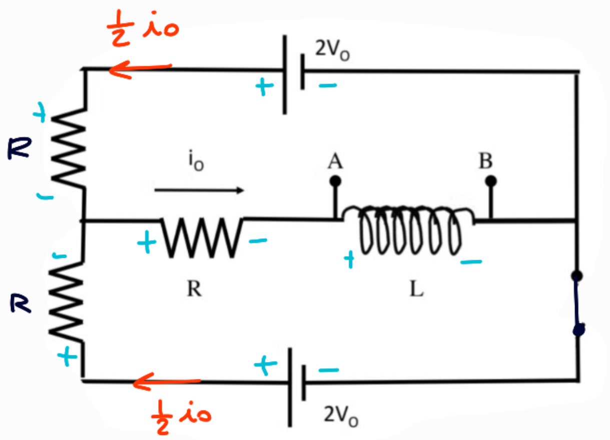
$$2V_0 - i_0(2R) + \cancelto{0}{\Delta V_L} = 0 \Rightarrow i_0 = \frac{2V_0}{2R} = \frac{V_0}{R}$$

b) la differenza di potenziale $V_A - V_B$ subito dopo la chiusura di T



A $t = 0^+$ i_0 non varia

$\Rightarrow i_0 = \frac{V_0}{R}$

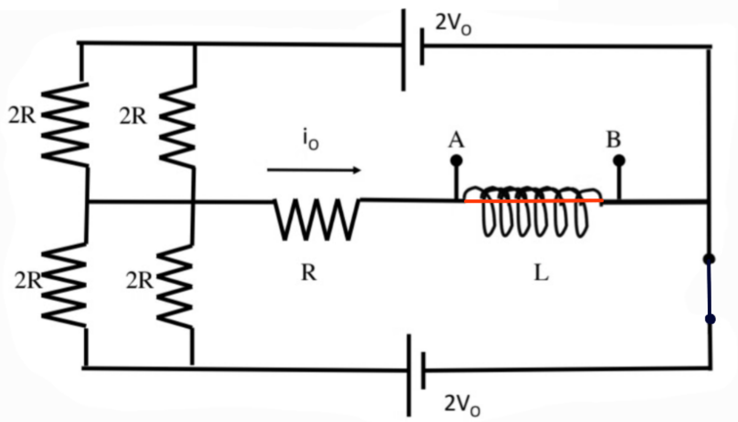


"Sopra e sotto" i circuiti sono equivalenti $\Rightarrow$ nel ramo superiore e in quello inferiore scorre la stessa corrente pari a $\frac{1}{2} i_0$

Kirchhoff :
$$2V_0 - \frac{1}{2} i_0 R - i_0 R - (V_A - V_B) = 0$$
$$2V_0 - \frac{1}{2} V_0 - V_0 - (V_A - V_B) = 0$$

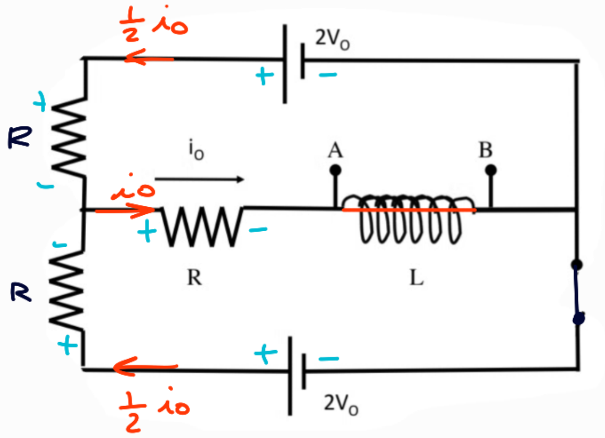
$$\Rightarrow V_A - V_B = \frac{1}{2} V_0$$

c) la corrente i_0 alla stazionarietà



A $t \to +\infty$

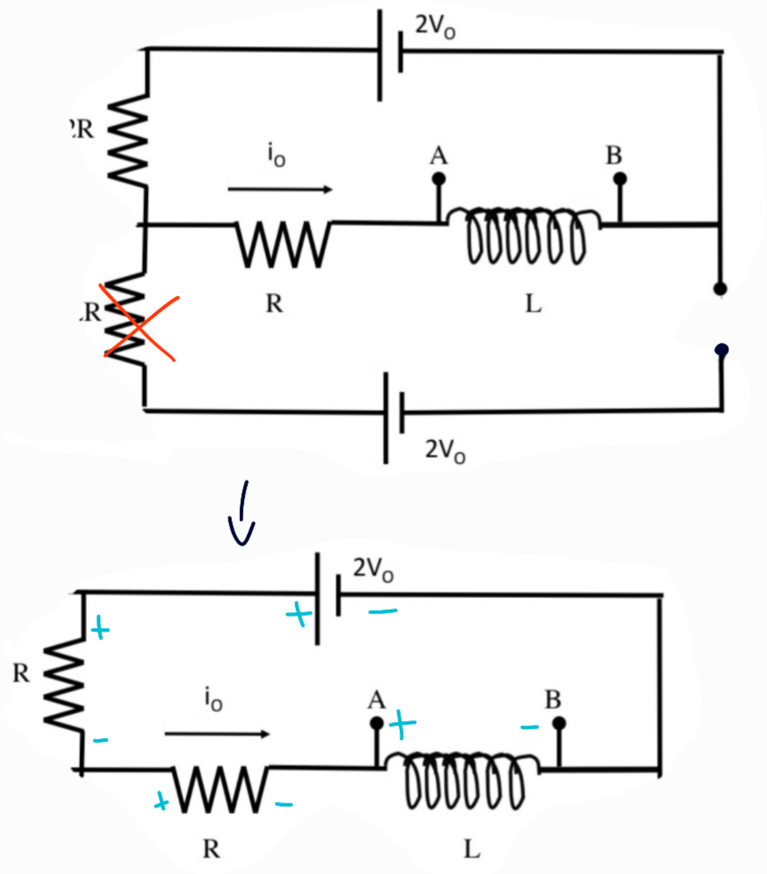
$L \approx$ corto circuito



Di nuovo: circuiti sopra e sotto L sono equivalenti
$\Rightarrow$ scorre una corrente pari a $\frac{1}{2} i_0$

Kirchhoff :
$$2V_0 - \frac{1}{2} i_0 R - i_0 R = 0$$
$$i_0 \left(\frac{3}{2} R\right) = 2V_0$$
$$\Rightarrow i_0 = \frac{2V_0}{3/2\, R} = \frac{4}{3} \frac{V_0}{R}$$

d) la differenza di potenziale $V_A - V_B$ che comparirebbe ai capi di L se alla stazionarietà venisse nuovamente aperto T



L si comporta come un generatore di corrente che eroga $i_0 = \frac{4}{3}\frac{V_0}{R}$

Kirchhoff:

$$2V_0 - i_0(2R) - (V_A - V_B) = 0$$

$$2V_0 - \frac{8}{3}V_0 = (V_A - V_B)$$

$$V_A - V_B = -\frac{2}{3}V_0$$