

תרגיל בית 6 - מבוא לאופטימיזציה לא ליניארית

זמן הגשה:

18.5 שעה 23:00

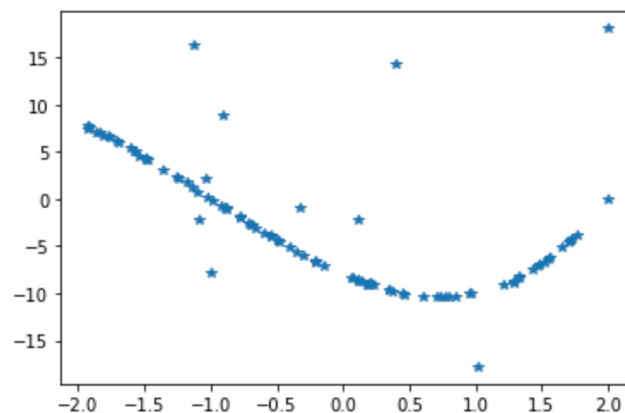
הוראות:

1. את התרגיל יש להגיש דרך מערכת המודל כקובץ pdf יחיד
2. כל קוד פייתון שבו יש שימוש יש לכלול בתוך קובץ ה-PDF.
3. יש להגיש בזוגות או ביחידים. אם מגישים בזוג - יש להגיש אך ורק פעם אחת בחשבון של אחד מבני הזוג (לא משנה אצל מי)
4. יש לרשום שם ות"ז בתחילת התרגיל (של כל המגישים)
5. כל שאלה יש להתחיל בעמוד חדש
6. יש לענות על השאלות לפי הסדר.

תרגיל 1: הורידו מן האתר את הקובץ `data_robust_regression.csv` וטענו את הוקטורים x ו- y ע"י הפקודות

```
data = np.genfromtxt('data_robust_regression.csv', delimiter=',')
x = data[:,0]
y = data[:,1]
```

ציור של 100 הנקודות (x_i, y_i) , $i = 1, \dots, 100$ הוא:



ההנחה היא שעבור רוב הנקודות מתקיים הקשר האפייני

$$y_i \approx w_3 x_i^3 + w_2 x_i^2 + w_1 x_i + w_0$$

(ניתן לראות בציור כי יש מספר outliers).

א. מיצאו את המקדמים (w_0, w_1, w_2, w_3) לפי פתרון הריבועים הפחותים (תמיד יש לציין מהו הפתרון המתקבל). ציירו את 100 הנקודות יחד עם הפולינום שמהווה את פתרון הריבועים הפחותים.

ב. קיראו את הקובץ "רגרסיה חסינה" שבאתר. פתרו את בעיית הרגרסיה החסינה "המוחלקת".

$$\min_{w_0, w_1, w_2, w_3} \sum_{i=1}^{100} \sqrt{(y_i - w_0 - w_1 x_i - w_2 x_i^2 - w_3 x_i^3)^2 + \eta^2}$$

כאשר $\eta = 0.1$. תארו את השיטה. יישמו אותה בפייתון עם צעד קבוע s המבטיח התכנסות ונקודת התחלה $(0,0,0,0)$. הסבירו מהו הצעד הקבוע s אותו בחרתם. מהו הפתרון המתקבל לאחר 400 איטרציות? ציירו את 100 הנקודות יחד עם הפולינום המתקבל. חזרו על תהליך זה עבור 1000 איטרציות ו-4000 איטרציות

ג. (בונוס - לא חובה) שיטת FISTA לפתרון בעית האופטימיזציה $\min f(x)$ כאשר f היא פונקציה גזירה היא כדלקמן:

אתחול: $y_0 = x_0, t_0 = 1$.
צעד כללי: לכל $k = 0, 1, 2, \dots$

$$x^{k+1} = y^k - s \nabla f(y^k)$$

$$t_{k+1} = \frac{1 + \sqrt{1 + 4t_k^2}}{2}$$

$$y^{k+1} = x^{k+1} + \left(\frac{t_k - 1}{t_{k+1}} \right) (x^{k+1} - x^k)$$

חזרו על סעיף ב' עם FISTA עם נקודת התחלה $(0,0,0,0)$ ואותו צעד s . מהו הפתרון המתקבל לאחר 400 איטרציות? ציירו את 100 הנקודות יחד עם הפולינום המתקבל. חזרו על תהליך זה עבור 1000 איטרציות

תרגיל 2: נניח שמחסן משרת חמש חנויות. המיקומים של החנויות ומשקלן (כלומר, חשיבותן) נתונים בטבלה הבאה:

חנות	מיקום	משקל
1	(2,0)	20%
2	(3,1)	15%
3	(4,4)	30%
4	(1,3)	25%
5	(0,1)	10%

כתבו קוד פייתון המממש 20 איטרציות של אלגוריתם וויצפילד לפתירת בעית פרמה-וובר עם נקודת התחלה $(0,0)$. מהו המיקום המתקבל של המחסן? ציירו את מהלך האלגוריתם ואת המיקומים של חמשת החנויות.

שאלה 3

א. קיראו את החומר על חישוב פרוק צ'ולסקי בפרק 6. מצאו את פרוק צ'ולסקי של המטריצה הבאות ללא פייתון!!!

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 7 \\ 2 & 13 & 23 & 38 \\ 4 & 23 & 77 & 122 \\ 7 & 38 & 122 & 294 \end{pmatrix}. \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 14 & 16 \\ 14 & 50 & 58 \\ 16 & 58 & 132 \end{pmatrix}.$$

ב. הסבירו בעזרת פירוק צ'ולסקי מדוע המטריצה

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & 5 \\ 0 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

אינה מוגדרת חיובית