

复习

第一章:

奇异信号: $u(t), \delta(t) \cdots$

两者关系: $\frac{d}{dt}u(t) = \delta(t)$ $\int_{-\infty}^t \delta(\tau) d\tau = u(t)$

$$\frac{d}{dt}u(t-t_0) = \delta(t-t_0) \quad \int_{-\infty}^t \delta(\tau-t_0) d\tau = u(t-t_0)$$

$$f(t)\delta(t) = f(0)\delta(t) \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)f(t)dt = f(0)$$

$$f(t) * \delta(t) = f(t)$$

$$f(t)\delta(t-t_0) = f(t_0)\delta(t) \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-t_0)f(t)dt = f(t_0)$$

$$f(t) * \delta(t-t_0) = f(t-t_0)$$

$$h(t), g(t): \quad h(t) = \frac{dg(t)}{dt} \quad g(t) = \int_{-\infty}^t h(\tau) d\tau$$

$$\text{卷积:} \quad x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) h(t - \tau) d\tau$$

四步曲：反褶、时移、相乘、积分。

$$\text{反褶:} \quad h(\tau) \rightarrow h(-\tau)$$

$$\text{时移:} \quad h(-\tau) \rightarrow h(t - \tau) = h[-(\tau - t)] \begin{cases} t < 0, & \text{左移 } t \\ t > 0, & \text{右移 } t \end{cases}$$

$$\text{相乘:} \quad x(\tau) h(t - \tau)$$

$$\text{积分:} \quad x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) h(t - \tau) d\tau$$

计算卷积的方法:

时域方法:
$$\begin{cases} x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau \\ x(t) * h(t) = \frac{dx(t)}{dt} * \int_{-\infty}^t h(\tau)d\tau \end{cases}$$

变换域方法:
$$\begin{cases} x(t) * h(t) = F^{-1}[X(j\Omega)H(j\Omega)] \\ x(t) * h(t) = L^{-1}[X(s)H(s)] \end{cases}$$

卷积的性质:

卷积的代数性质

(1) 交换律
$$f_1(t) * f_2(t) = f_2(t) * f_1(t)$$

(2) 分配律
$$f_1(t) * [f_2(t) + f_3(t)] = f_1(t) * f_2(t) + f_1(t) * f_3(t)$$

(3) 结合律
$$[f_1(t) * f_2(t)] * f_3(t) = f_1(t) * [f_2(t) * f_3(t)]$$

卷积积分的微分与积分

$$\frac{d}{dt}[f_1(t) * f_2(t)] = f_1(t) * \frac{df_2(t)}{dt} = \frac{df_1(t)}{dt} * f_2(t)$$

$$\int_{-\infty}^t [f_1(\lambda) * f_2(\lambda)] d\lambda = f_1(t) * \int_{-\infty}^t f_2(\lambda) d\lambda = \int_{-\infty}^t f_1(\lambda) d\lambda * f_2(t)$$


任意信号可分解为偶分量与奇分量之和，即

$$f_e(t) = \frac{1}{2}[f(t) + f(-t)]$$

$$f_o(t) = \frac{1}{2}[f(t) - f(-t)]$$


第二章： 线性时不变系统： 线性、时不变性、微分与积分性

零输入响应：

$$y_{zi}(t) = \sum_{k=1}^n A_{zik} e^{\alpha_k t}$$


$$y^{(k)}(0^-)$$

零状态响应：

$$y_{zs}(t) = \sum_{k=1}^n A_{zsk} e^{\alpha_k t} + y_p(t)$$


$$y_{zs}^{(k)}(0^+) = y^{(k)}(0^+) - y^{(k)}(0^-)$$

$$y(t) = \underbrace{\sum_{k=1}^n A_{zik} e^{\alpha_k t}}_{\text{零输入响应}} + \underbrace{\sum_{k=1}^n A_{zsk} e^{\alpha_k t}}_{\text{零状态响应}} + y_p(t)$$

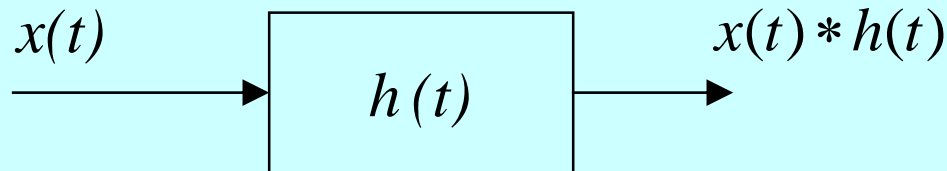
$$= \underbrace{\sum_{k=1}^n (A_{zik} + A_{zsk}) e^{\alpha_k t}}_{\text{自由响应}} + y_p(t)$$

强迫响应

第二章：

冲激响应 $h(t)$

以单位冲激信号 $\delta(t)$ 作为激励，系统产生的零状态响应称为“单位冲激响应”，以 $h(t)$ 表示。



系统的全响应，表达式如下

$$y(t) = \underbrace{\sum_{k=1}^n A_{zik} e^{\alpha_k t}}_{\text{零输入响应}} + \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) h(t - \tau) d\tau}_{\text{零状态响应}}$$

第三章:

零输入响应与零状态响应: $y[n] = y_{zi}[n] + y_{zs}[n]$

$y_{zi}[n]$: 当激励 $x[n]=0$ 时, 由系统的起始状态 $y[-1], y[-2], y[-N]$ 所产生的响应。

$y_{zs}[n]$: 当起始状态 $y[-1]=y[-2]=\dots=y[-N]=0$ 时, 由系统的激励 $x[n]$ 所产生的响应。

$$\begin{aligned} y[n] &= \underbrace{\sum_{k=1}^N C_k \alpha_k^n}_{\text{自由响应}} + \underbrace{y_p[n]}_{\text{强迫响应}} & (C_k = C_{zik} + C_{zsk}) \\ &= \underbrace{\sum_{k=1}^N C_{zik} \alpha_k^n}_{\text{零输入响应}} + \underbrace{\sum_{k=1}^N C_{zsk} \alpha_k^n + y_p[n]}_{\text{零状态响应}} \end{aligned}$$

离散线性卷积（卷积和）：

$$y[n] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x[m]h[n-m] = x[n] * h[n]$$


$$x[n] * u[n] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x[m]u[n-m] = \sum_{m=-\infty}^n x[m]$$

反褶、时移、相乘、求和四个步骤：

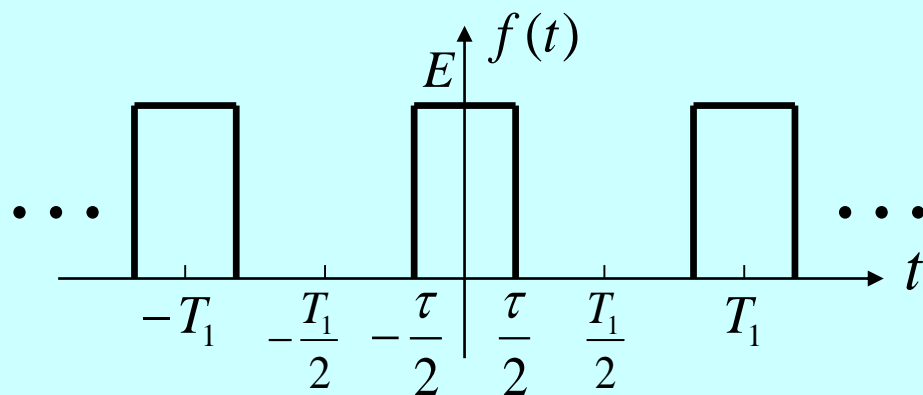
$$h[-m]、h[n-m]、x[m]h[n-m]、\sum_{m=-\infty}^{\infty} x[m]h[n-m]$$

第四章：

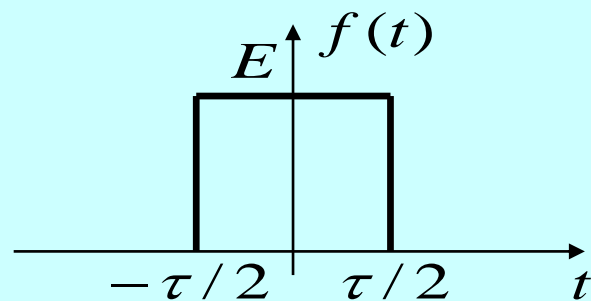
周期信号---傅里叶级数（离散谱）：

$$T_1 \rightarrow \infty \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{三角形形式: } C_n \rightarrow (n\Omega_1) \text{---单边谱} \\ \text{指数形式: } F_n \rightarrow (n\Omega_1) \text{---双边谱} \end{array} \right.$$


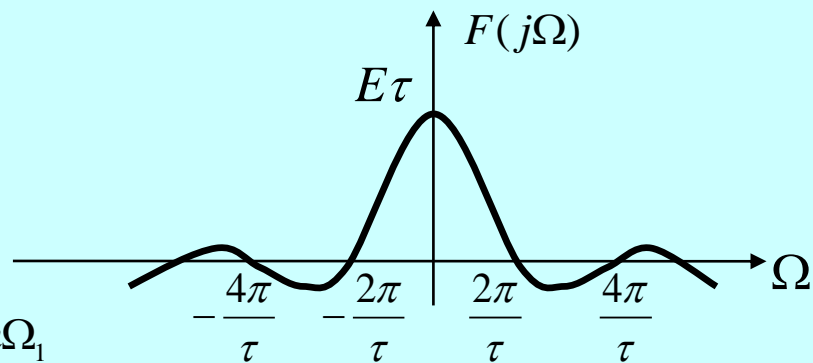
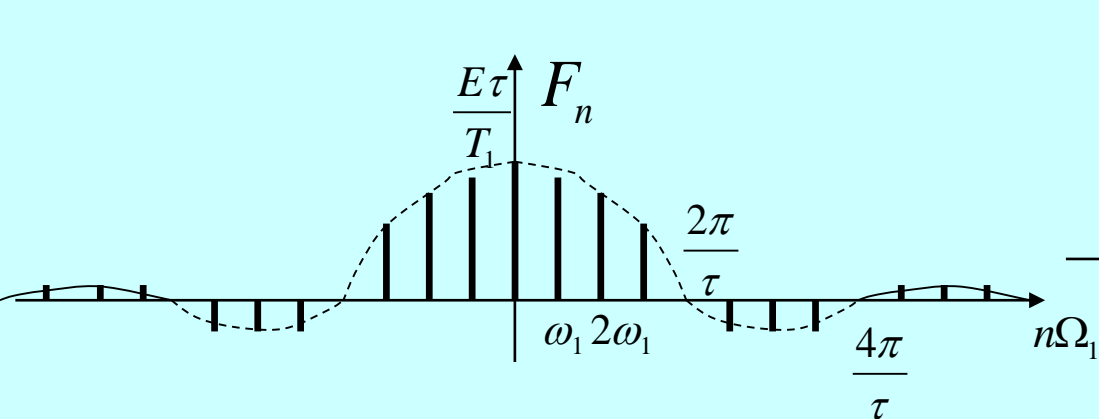
非周期信号---傅里叶变换（连续谱）：



$$F_n = \frac{E\tau}{T_1} \text{Sa}\left(\frac{n\Omega_1\tau}{2}\right)$$

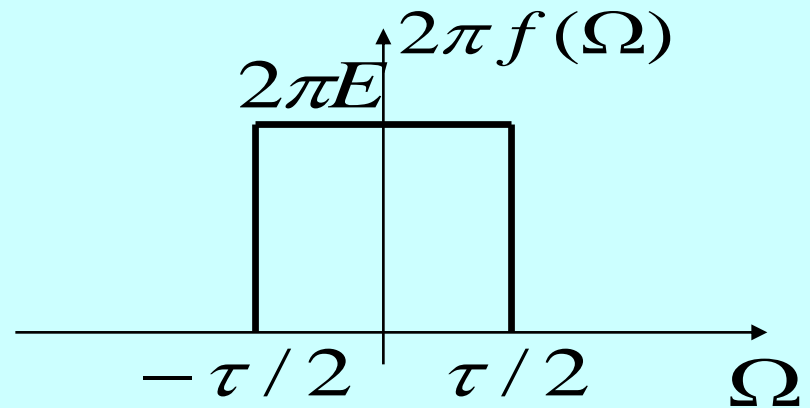
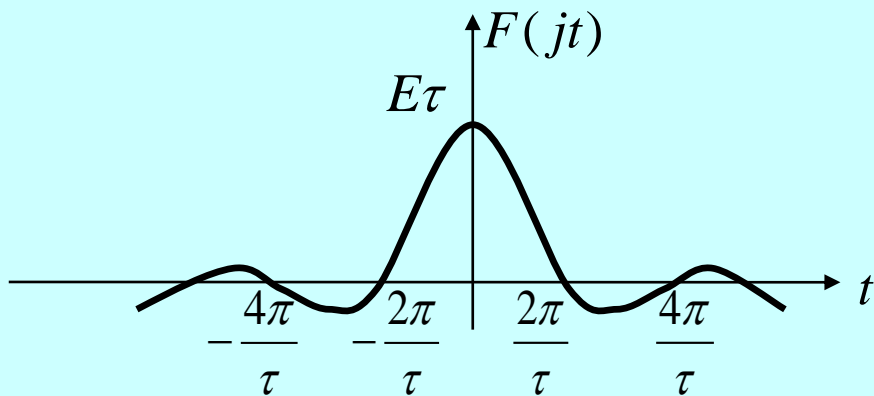
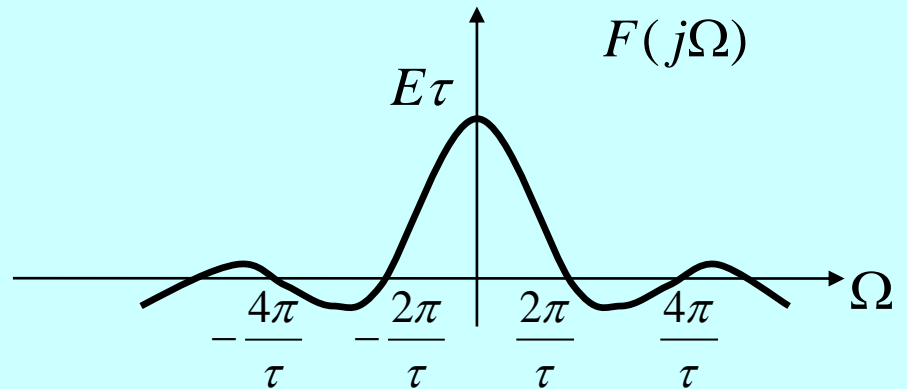
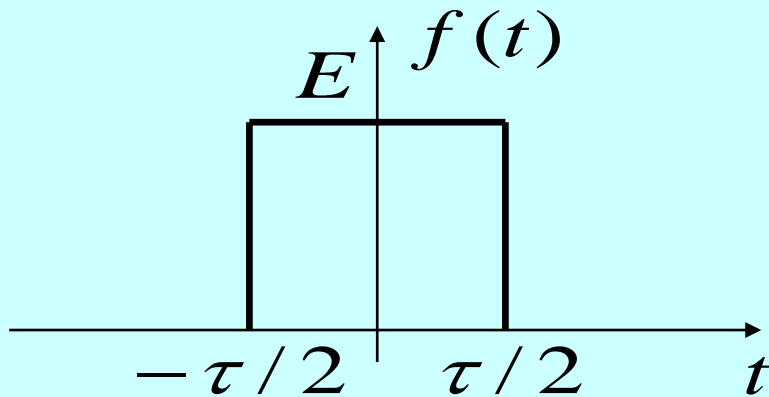


$$F(j\Omega) = E\tau \text{Sa}\left(\frac{\Omega\tau}{2}\right)$$



对偶性:

若 $\mathcal{F}[f(t)] = F(j\Omega)$, 则 $\mathcal{F}[F(jt)] = 2\pi f(-\Omega)$



若 $\mathcal{F}[f(t)] = F(j\Omega)$

则 $\mathcal{F}[F(jt)] = 2\pi f(-\Omega)$

即 $f(-\Omega) = \frac{1}{2\pi} \mathcal{F}[F(jt)]$

$$\therefore f(t) = \frac{1}{2\pi} \mathcal{F}[F(jt)] \Big|_{\Omega=-t}$$

时移特性 $\mathcal{F}[f(t \pm t_0)] = F(j\Omega)e^{\pm j\Omega t_0}$

尺度变换 $\mathcal{F}[f(at)] = \frac{1}{|a|} F(j\frac{\Omega}{a})$

频移特性(调制定理)

若 $\mathcal{F}[f(t)] = F(j\Omega)$, 则

$$\mathcal{F}[f(t)e^{j\Omega_0 t}] = F[j(\Omega - \Omega_0)]$$

$$\mathcal{F}[f(t)\cos \Omega_0 t] = \frac{1}{2} \left\{ F[j(\Omega + \Omega_0)] + F[j(\Omega - \Omega_0)] \right\}$$

$$\mathcal{F}[f(t)\sin \Omega_0 t] = \frac{j}{2} \left\{ F[j(\Omega + \Omega_0)] - F[j(\Omega - \Omega_0)] \right\}$$

$$\mathcal{F}[e^{j\Omega_0 t}] = 2\pi\delta(\Omega - \Omega_0)$$

$$\mathcal{F}[\cos \Omega_0 t] = \pi[\delta(\Omega + \Omega_0) + \delta(\Omega - \Omega_0)]$$

$$\mathcal{F}[\sin \Omega_0 t] = j\pi[\delta(\Omega + \Omega_0) - \delta(\Omega - \Omega_0)]$$

卷积定理:

若 $\mathcal{F}[f_1(t)] = F_1(j\Omega)$, $\mathcal{F}[f_2(t)] = F_2(j\Omega)$, 则

$$\mathcal{F}[f_1(t) * f_2(t)] = F_1(j\Omega)F_2(j\Omega)$$

$$\mathcal{F}[f_1(t)f_2(t)] = \frac{1}{2\pi} F_1(j\Omega) * F_2(j\Omega)$$

周期信号的傅里叶变换:

$$F(j\Omega) = \mathcal{F}[\tilde{f}(t)] = 2\pi \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n \delta(\Omega - n\Omega_1)$$

$$\text{其中 } F_n = \frac{1}{T_1} \int_{-T_1/2}^{T_1/2} \tilde{f}(t) e^{-jn\Omega_1 t} dt \quad \text{或} \quad F_n = \frac{1}{T_1} F_0(j\Omega) \Big|_{\Omega=n\Omega_1}$$

第五章：

系统的频域分析： $Y(j\Omega) = H(j\Omega)X(j\Omega)$

$$H(j\Omega) = \frac{Y(j\Omega)}{X(j\Omega)} = \mathcal{F}[h(t)] \quad \text{----- 频响特性}$$

信号的传输与滤波：

无失真传输： $y(t) = Kx(t - t_0)$

$$H(j\Omega) = Ke^{-j\Omega t_0}$$

理想低通滤波器：

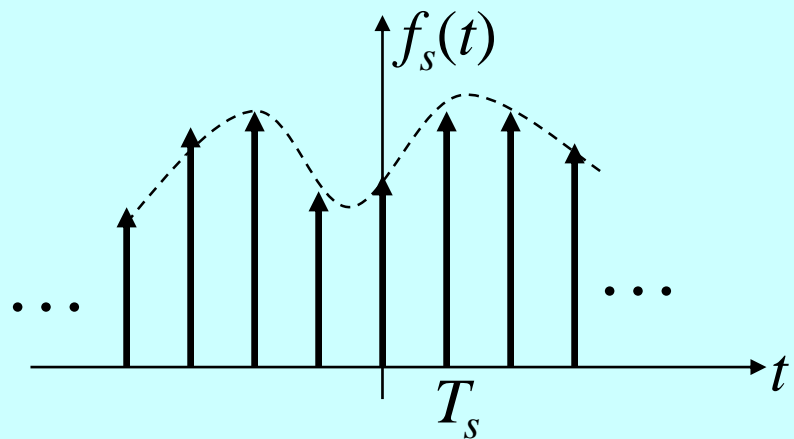
$$H(j\Omega) = e^{-j\Omega t_0} [u(\Omega + \Omega_c) - u(\Omega - \Omega_c)]$$

冲激响应： $h(t) = \frac{\Omega_c}{\pi} \text{Sa}[\Omega_c(t - t_0)]$

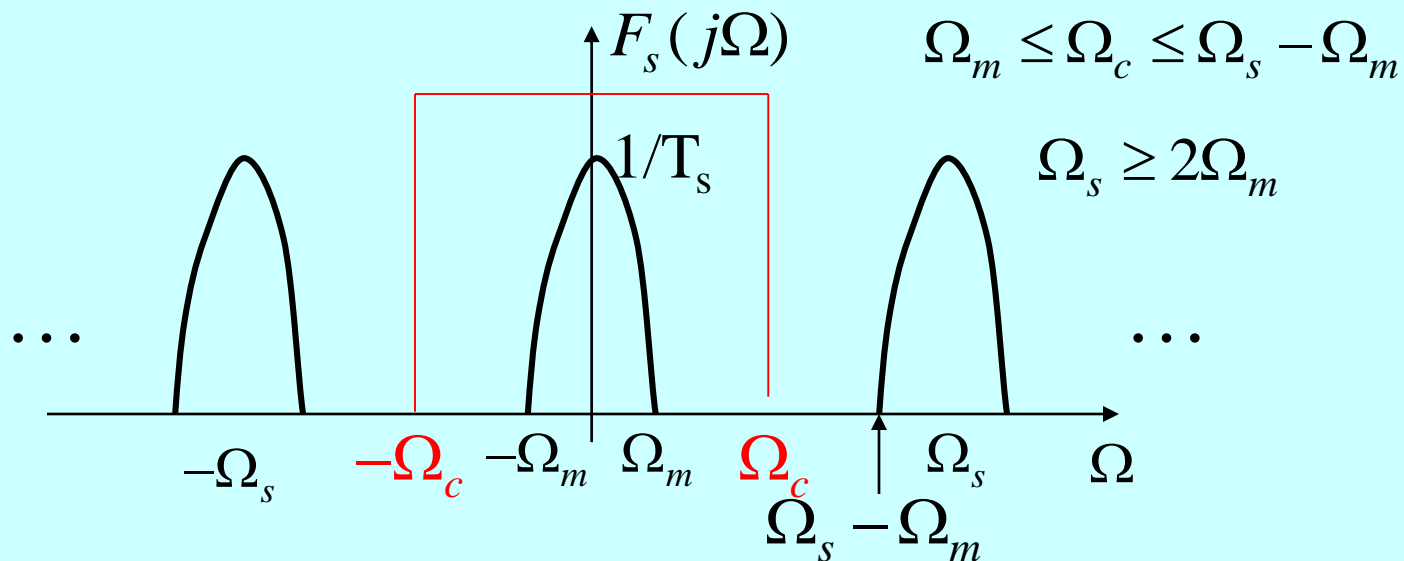
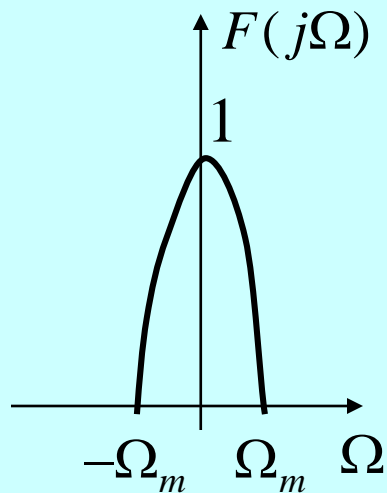
取样信号的傅里叶变换

$$f_s(t) = f(t)\delta_T(t)$$

$$\delta_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_1)$$



$$F_s(j\Omega) = \frac{1}{2\pi} F(j\Omega) * P(j\Omega) = \frac{1}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} F[j(\Omega - n\Omega_s)]$$

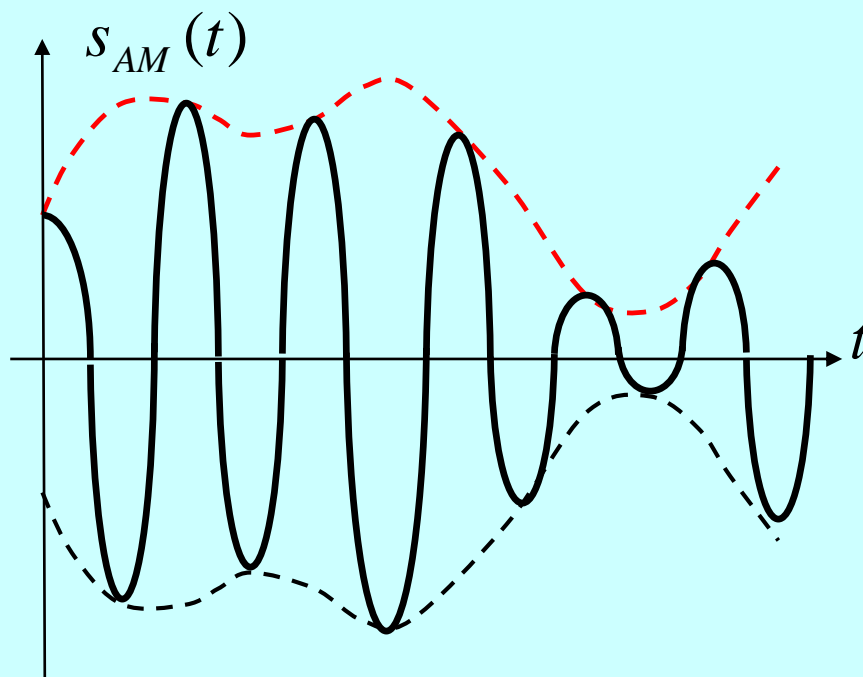


幅度调制（常规调幅 ---AM）

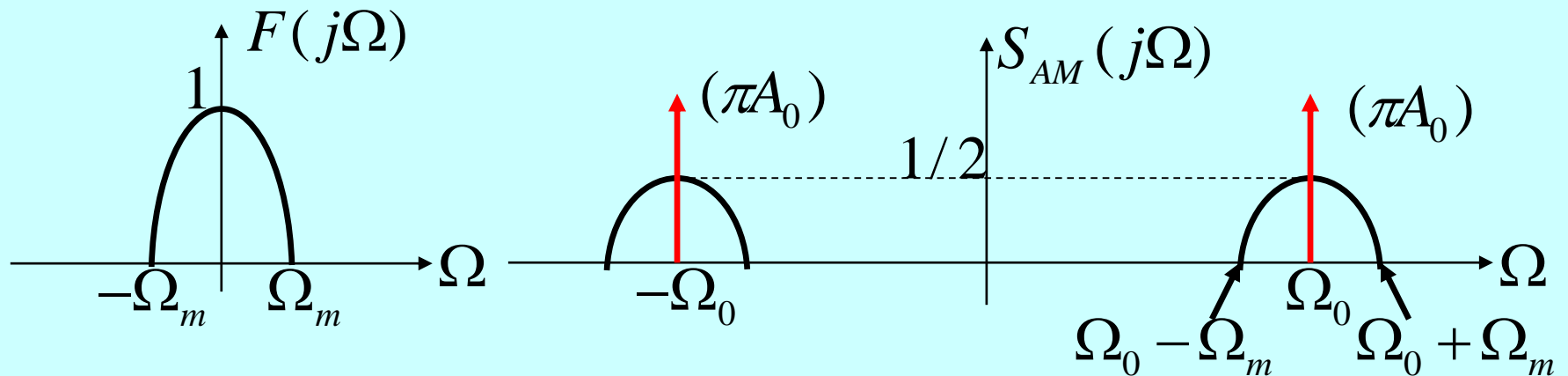
$$g(t) = A_0 + f(t); \quad c(t) = \cos(\Omega_0 t + \theta_0)$$

$$\text{令 } \theta_0 = 0, \quad c(t) = \cos \Omega_0 t$$

$$s_{AM}(t) = g(t) \cos \Omega_0 t = [A_0 + f(t)] \cos \Omega_0 t$$



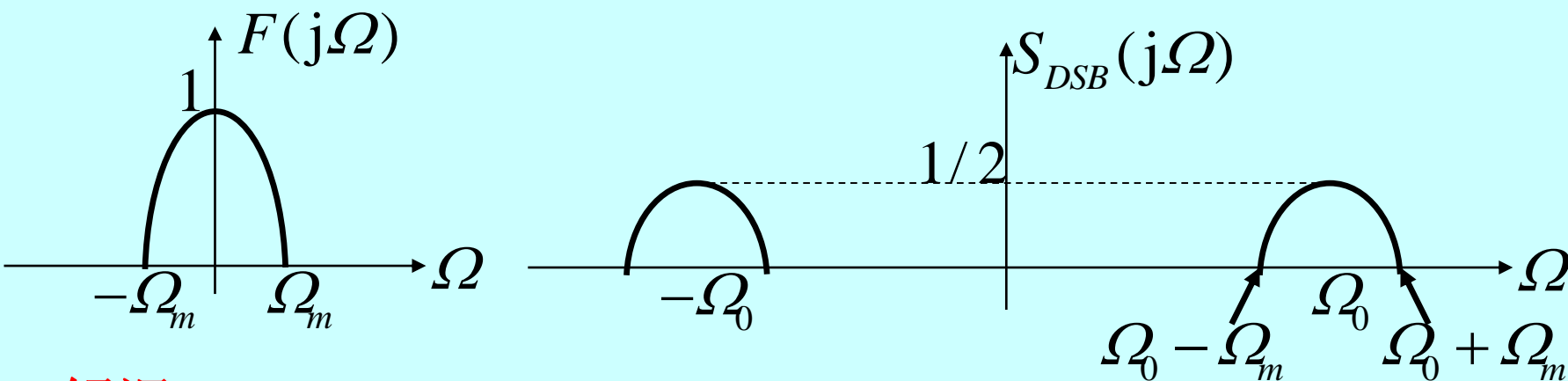
$$S_{AM}(j\Omega) = \mathcal{F}[s_{AM}(t)] = \pi A_0 [\delta(\Omega + \Omega_0) + \delta(\Omega - \Omega_0)] \\ + \frac{1}{2} \{ F[j(\Omega + \Omega_0)] + F[j(\Omega - \Omega_0)] \}$$



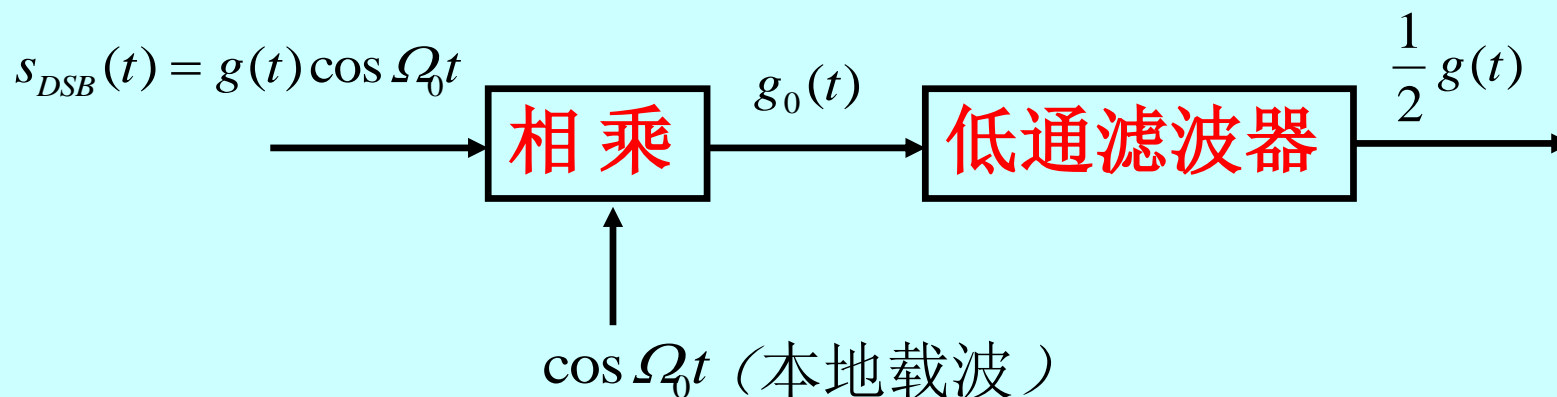
2. 双边带抑制载波调幅 (DSB)

$$s_{DSB}(t) = f(t) \cos \Omega_0 t$$

$$S_{DSB}(j\Omega) = \frac{1}{2} \{ F[j(\Omega + \Omega_0)] + F[j(\Omega - \Omega_0)] \}$$



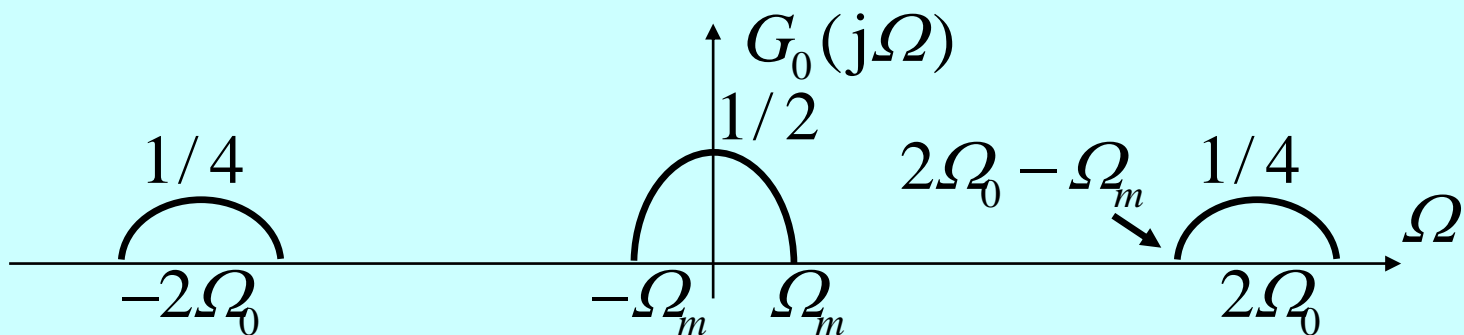
解调



$$\begin{aligned}
 G_0(j\Omega) &= \frac{1}{2} \{ S_{DSB}[j(\Omega + \Omega_0)] + S_{DSB}[j(\Omega - \Omega_0)] \} \\
 &= \frac{1}{2} F(j\Omega) + \frac{1}{4} \{ F[j(\Omega + 2\Omega_0)] + F[j(\Omega - 2\Omega_0)] \}
 \end{aligned}$$

再通过一个理想低通滤波器，其截止频率 Ω_c 满足

$$\Omega_m \leq \Omega_c \leq 2\Omega_0 - \Omega_m \quad \text{即可取出 } \frac{1}{2}g(t)$$



第六章:

拉普拉斯变换

$$F(s) = \mathcal{L}[f(t)] = \int_{0^-}^{\infty} f(t)e^{-st} dt$$

----- $f(t)$ 的单边拉氏变换

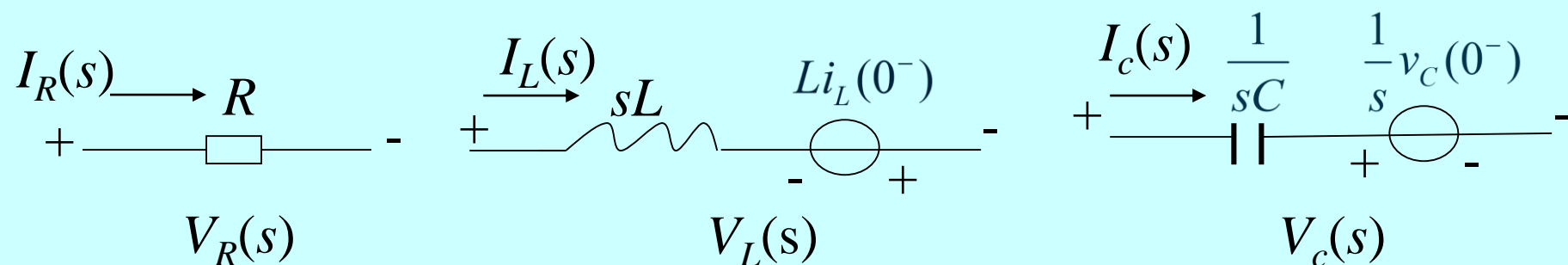
典型信号的拉普拉斯变换----表6-1

拉普拉斯变换的基本性质----表6-2

$$\begin{aligned}\mathcal{L}\left[\frac{d^n f(t)}{dt^n}\right] &= s^n F(s) - s^{n-1} f(0^-) - s^{n-2} f'(0^-) - \cdots - f^{(n-1)}(0^-) \\ &= s^n F(s) - \sum_{r=0}^{n-1} s^{n-r-1} f^{(r)}(0^-)\end{aligned}$$

拉普拉斯逆变换-----部分分式展开法

拉氏变换求解微分方程及电路（电路的s域模型）



系统函数与冲激响应:

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \mathcal{L}[h(t)]$$

自由响应：由系统函数的极点产生的响应

强迫响应：由激励信号的极点产生的响应

系统频率响应特性:

矢量作图法: $H(s) \longrightarrow$ 零极点图 $\longrightarrow H(j\Omega)$

$$H(s) = H_0 \frac{\prod_{j=1}^m (s - z_j)}{\prod_{i=1}^n (s - p_i)} \quad \longrightarrow \quad H(j\Omega) = H_0 \frac{\prod_{j=1}^m (j\Omega - z_j)}{\prod_{i=1}^n (j\Omega - p_i)}$$

$$H(j\Omega) = H_0 \frac{N_1 N_2 \cdots N_m}{M_1 M_2 \cdots M_n} e^{j[(\psi_1 + \psi_2 + \cdots + \psi_m) - (\theta_1 + \theta_2 + \cdots + \theta_n)]}$$

一般结论:

极点靠近 $j\Omega$ 轴 \longrightarrow 幅频特性出现峰点, 相频特性迅速减小。

极点在 $j\Omega$ 轴上 \longrightarrow 幅频特性趋于 ∞ , 相频特性出现 -180° 跳变。

零点靠近 $j\Omega$ 轴 \longrightarrow 幅频特性出现谷点, 相频特性迅速上升。

零点在 $j\Omega$ 轴上 \longrightarrow 幅频特性趋于0, 相频特性出现 180° 跳变。

零、极点离 $j\Omega$ 轴远 \longrightarrow 零、极点影响很小。

系统模拟： 直接型、级联型、并联型

系统稳定性：

对于因果系统，系统稳定的充要条件是： $H(s)$ 的所有极点均在左半s平面

或

$$H(s) = \frac{b_1s + b_0}{a_2s^2 + a_1s + a_0}$$

$$a_i \geq 0, \quad i = 0, 1, 2 \quad \text{-----系统稳定的充要条件}$$

第七章:

序列的傅里叶变换

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-j\omega n}$$

$X(e^{j\omega})$ 是 ω 的连续的周期函数，周期为 2π 。

第八章:

z 变换: $X(z) = \mathcal{Z}(x[n]) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]z^{-n}$

z 变换的收敛域:

1) 有限长序列 $x[n]$, $n_1 \leq n \leq n_2$ 收敛域

$$n_1 < 0, n_2 > 0 \quad 0 < |z| < \infty$$

$$n_1 \geq 0, n_2 > 0 \quad |z| > 0$$

$$n_1 < 0, n_2 \leq 0 \quad |z| < \infty$$

2) 右边序列 $x[n]$, $n_1 \leq n \leq \infty$ 收敛域

$$n_1 < 0 \quad R_{x1} < |z| < \infty$$

$$n_1 > 0 \quad |z| > R_{x1}$$

3) 左边序列 $x[n]$, $-\infty \leq n \leq n_2$ 收敛域

$$n_2 > 0 \quad 0 < |z| < R_{x1}$$

$$n_2 < 0 \quad |z| < R_{x1}$$

4) 双边序列 $x[n]$, $-\infty \leq n \leq \infty$ 收敛域

$$R_{x1} < |z| < R_{x2}$$

z逆变换：部分分式展开法

z变换求解差分方程，零输入响应，零状态响应。

系统函数H(z)。

稳定性:

离散系统稳定的充分必要条件是 $H(z)$ 的收敛域必须包含单位圆。

因果系统: $H(z)$ 的全部极点落在单位圆内

离散系统的频率响应特性:

-----频率响应的几何作图法

$$H(z) \xrightarrow[z = e^{j\omega}]{} H(e^{j\omega})$$

离散系统频率响应是 ω 的连续的周期函数，周期为 2π 。

数字滤波器:

-----直接型、级联型和并联型

第九章 系统的状态变量分析

连续系统状态方程的建立:

- (1) 给定电路-----选电容两端电压和流经电感的电流作为状态变量
- (2) 系统的信号流图-----选择积分器、延时器的输出作为状态变量

$$[H(s)] = [C](s[I] - [A])^{-1}[B] + [D]$$

$$[H(z)] = [C](z[I] - [A])^{-1}[B] + [D]$$

----- 系统函数矩阵