6.6 零、极点分布与时域响应特性

$$f(t) \Longleftrightarrow F(s)$$

$$h(t) \Longleftrightarrow H(s)$$

***H*(*s*)能否反映*h*(*t*)的特性？**

6.6.1 零点与极点的概念

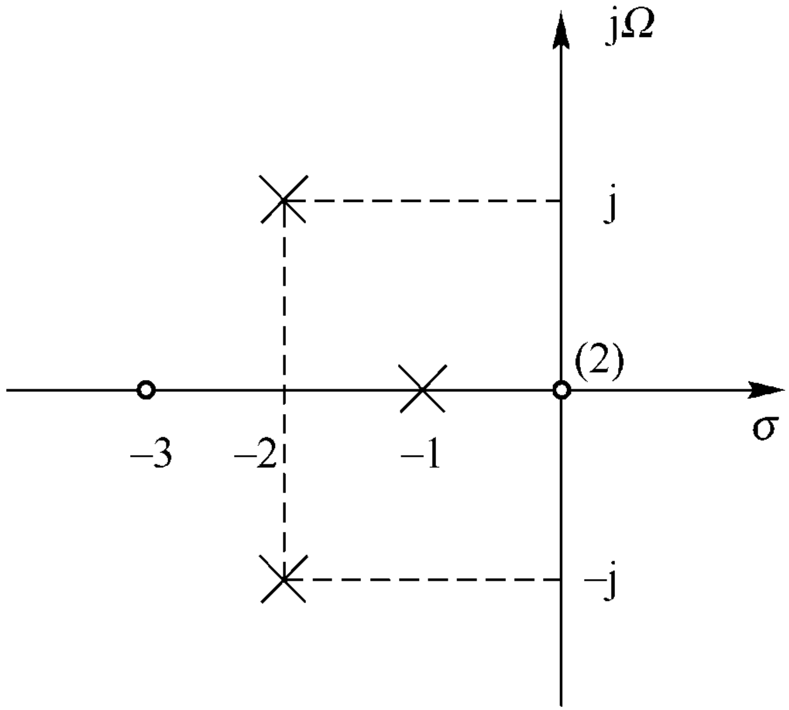
$$H(s) = \frac{b_m s^m + b_{m-1}s^{m-1} + \cdots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0} = \frac{B(s)}{A(s)}$$

若 $\lim_{s \to p_i} H(s) = \infty$，则$p_i$为极点；

若 $\lim_{s \to z_i} H(s) = 0$，则$z_i$为零点。

6.6.1 零点与极点的概念

$$H(s)=\frac{s^2(s+3)}{(s+1)(s^2+4s+5)}=\frac{s^2(s+3)}{(s+1)(s+2+\mathrm{j}1)(s+2-\mathrm{j}1)}$$



极点：$\begin{cases} p_1=-1 \\ p_2=-2-j \\ p_3=-2+j \end{cases}$

零点：$\begin{cases} z_1=z_2=0 \\ z_3=-3 \end{cases}$

6.6.1 零点与极点的概念

系统函数一般有*n*个有限的极点和*m*个有限的零点。

如果 *n*>*m* 时， $\lim_{s\to\infty} H(s) = \lim_{s\to\infty} b_m s^{m-n} / a_n = 0$ ，所以

***H*(s)在无穷远处有一个 (*n*-*m*) 阶零点。**

如果 *n*<*m* 时， $\lim_{s\to\infty} H(s) = \lim_{s\to\infty} b_m s^{m-n} / a_n = \infty$，所以

***H*(s)在无穷远处有一个 (*n*-*m*) 阶极点。**

***H*(*s*)在*s*平面中零极点分布特点：**

1. 若系统为实系统，则*H*(*s*)的零极点为复数零极点必然成对地出现。
2. *H*(*s*)的零点数和极点数必然相等。

只要知道*H*(*s*)在*s*平面中零极点分布 ⟶ *h*(*t*)波形的特性

6.6.2 零、极点分布与时域响应特性

1. 一阶极点

$$H(s)=\frac{H_0\prod_{j=1}^{m}(s-z_j)}{\prod_{i=1}^{n}(s-p_i)}$$

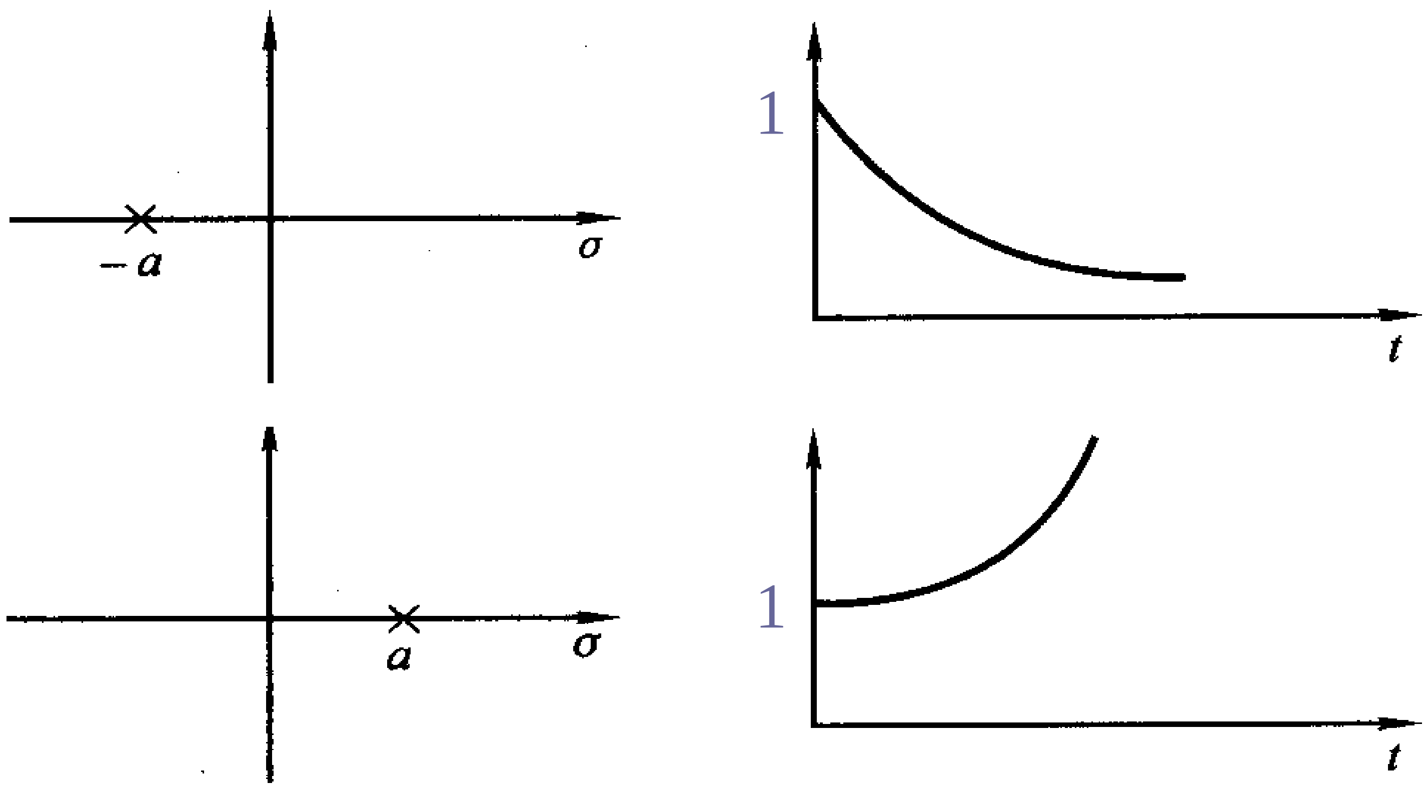
$$H(s)=\sum_{i=1}^{n}H_i(s)=\sum_{i=1}^{n}\frac{K_i}{s-p_i}$$

$$h(t)=\mathcal{L}^{-1}[\sum_{i=1}^{n}\frac{K_i}{s-p_i}]=\sum_{i=1}^{n}K_ie^{p_it}$$

6.6.2 零、极点分布与时域响应特性

（1）极点位于s平面坐标原点，如 $H(s)=\dfrac{1}{s}\leftrightarrow h(t)=u(t)$

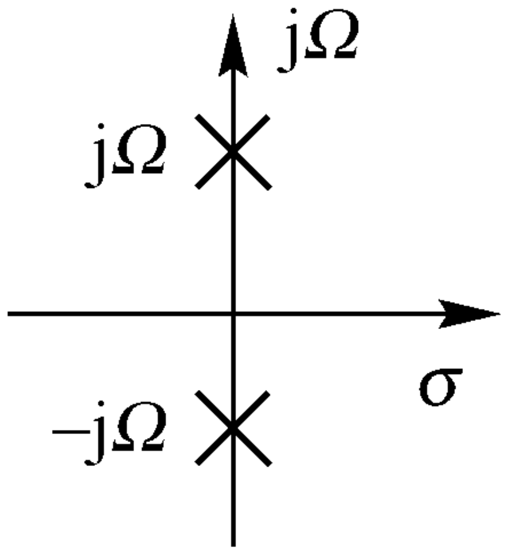
（2）若极点位于s平面实轴上，如 $H(s)=\dfrac{1}{s+a}\leftrightarrow h(t)=e^{-at}u(t)$

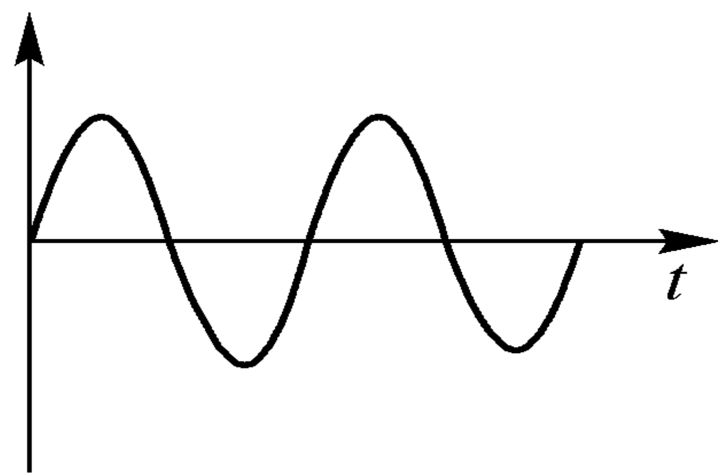


6.6.2 零、极点分布与时域响应特性

（3）虚轴上的共轭极点给出等幅振荡，如

$$H(s)=\frac{\Omega}{s^2+\Omega^2}\leftrightarrow h(t)=\sin\Omega t u(t)$$

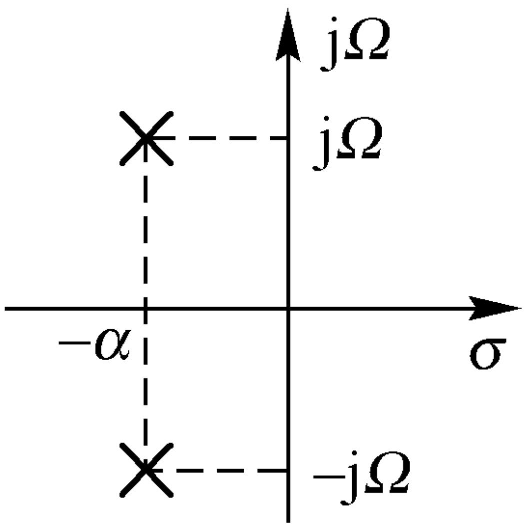


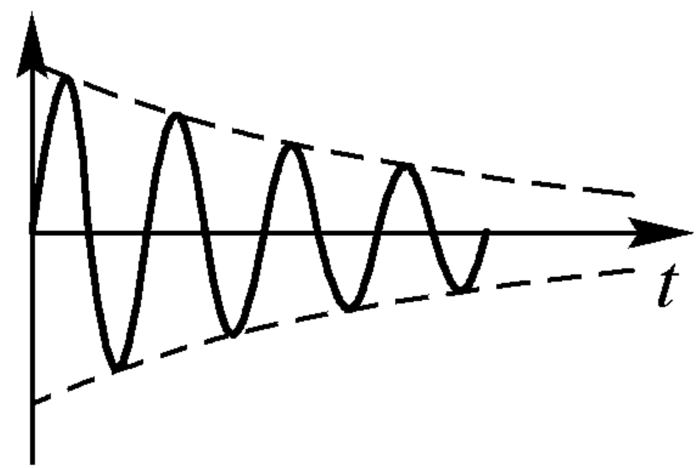


6.6.2 零、极点分布与时域响应特性

（4）左半**s**平面内共轭极点对，如

$$H(s)=\frac{\Omega}{(s+a)^2+\Omega^2}\leftrightarrow h(t)=e^{-at}\sin\Omega t u(t)\quad(a>0)$$

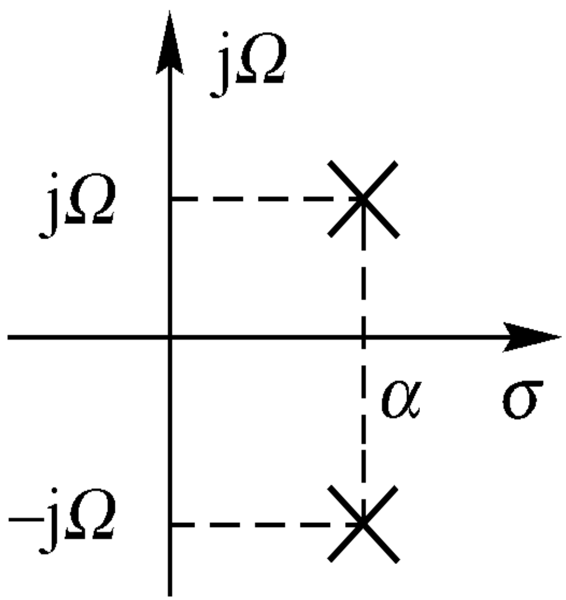


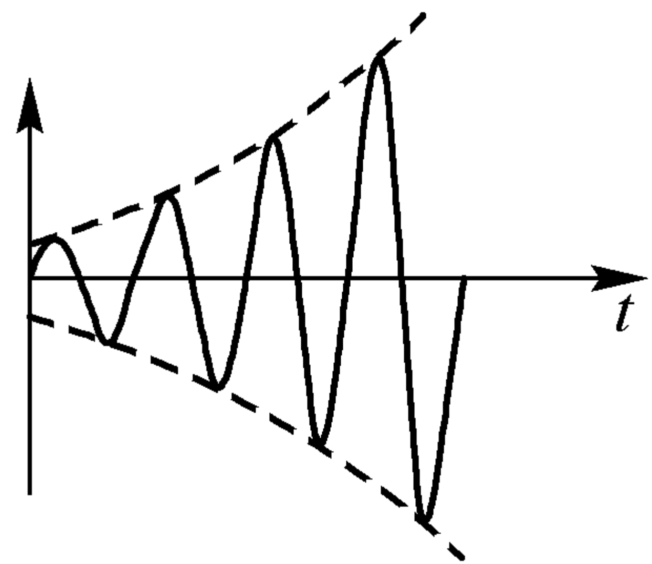


6.6.2 零、极点分布与时域响应特性

（5）右半*s*平面内共轭极点对，如

$$H(s)=\frac{\Omega}{(s-a)^2+\Omega^2} \leftrightarrow h(t)=e^{at}\sin\Omega t u(t) \quad (a>0)$$



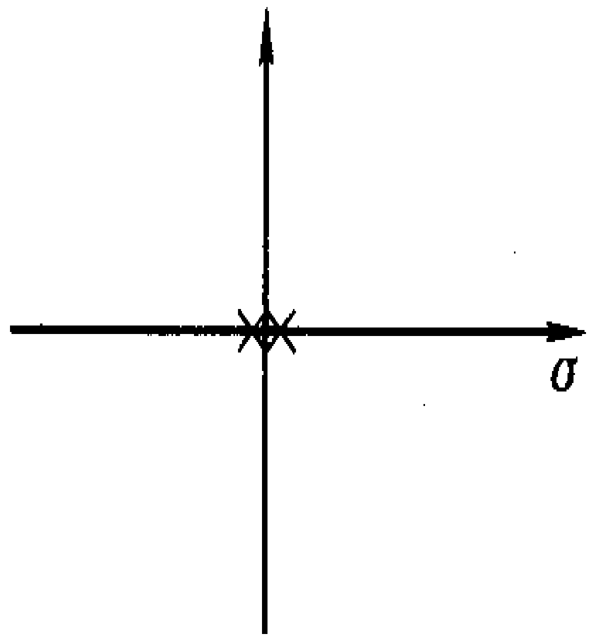


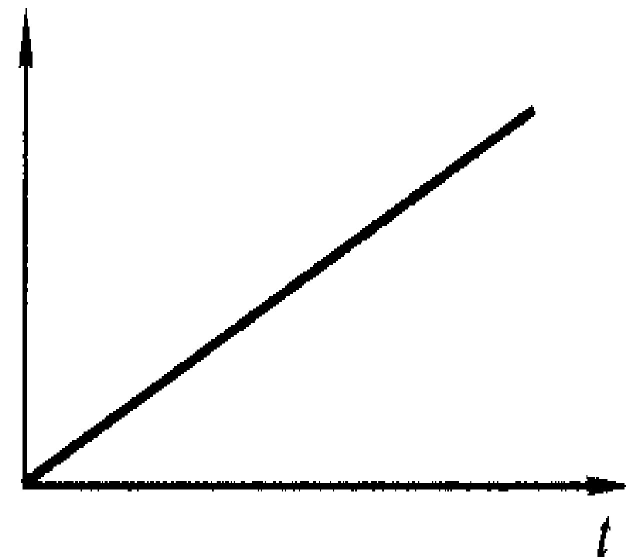
6.6.2 零、极点分布与时域响应特性

2. 二阶极点

（1）s平面坐标原点的二阶极点，如

$$H(s)=\frac{1}{s^2}\leftrightarrow h(t)=tu(t)$$

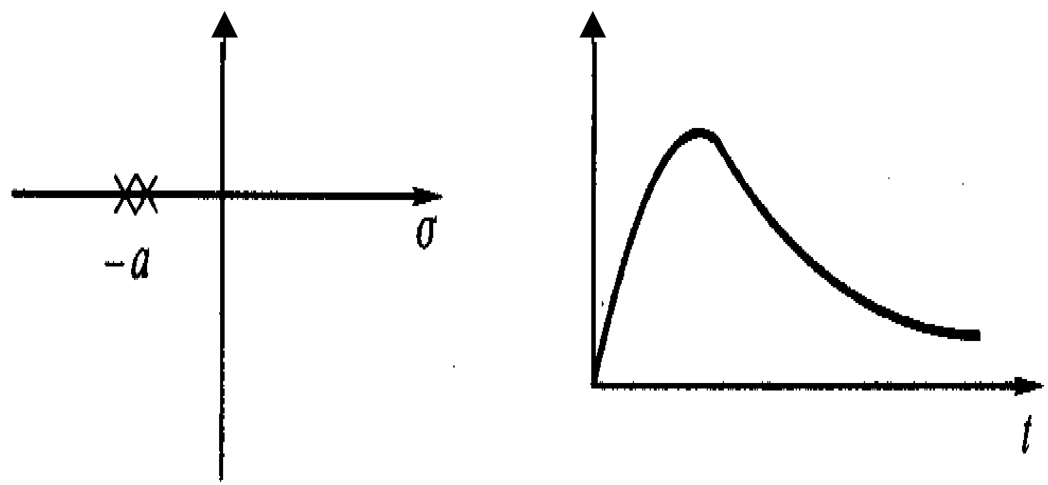




6.6.2 零、极点分布与时域响应特性

（2）负实轴上的二阶极点

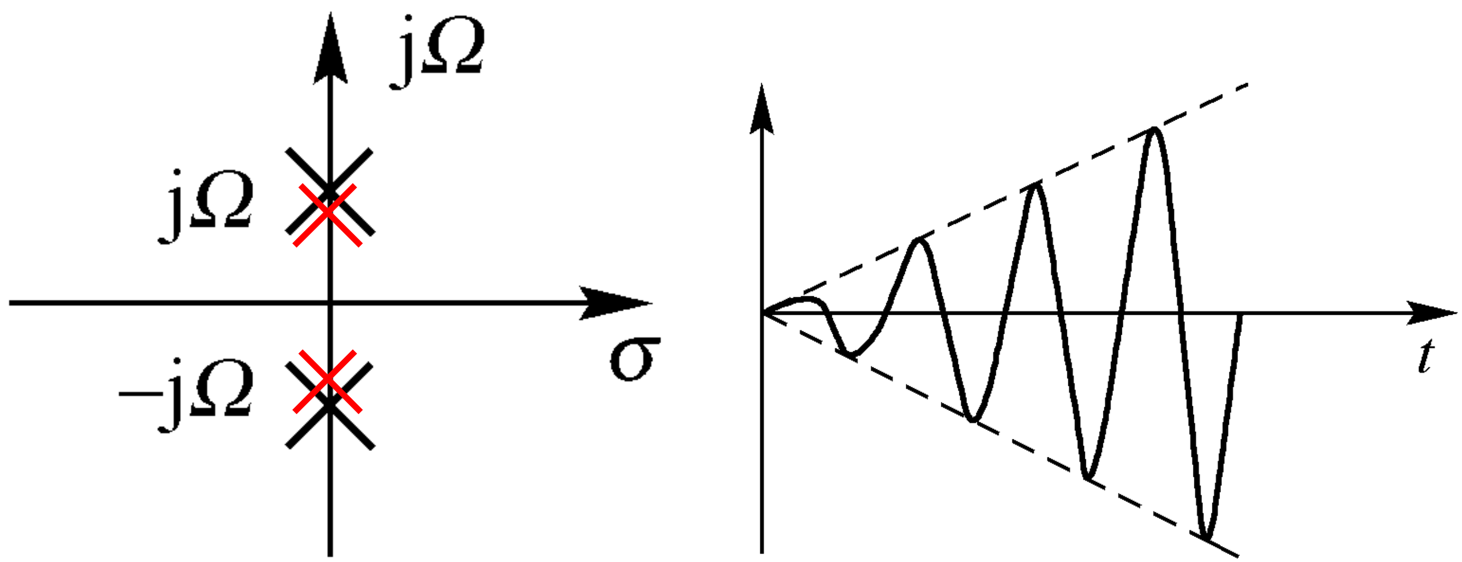
$$H(s)=\frac{1}{(s+a)^2}\leftrightarrow h(t)=te^{-at}u(t)\quad (a>0)$$



6.6.2 零、极点分布与时域响应特性

（3）虚轴上的二阶共轭极点，如

$$H(s)=\frac{2\Omega s}{(s^2+\Omega^2)^2}\leftrightarrow h(t)=t\sin\Omega t\ u(t)$$



6.6.2 零、极点分布与时域响应特性

结论：

极点：
- 左半s平面→$h(t)$衰减
- 右半s平面→$h(t)$增长
- 虚轴上
  - 一阶极点→$h(t)$ 等幅振荡或阶跃
  - 二阶极点→$h(t)$ 呈增长形式

- $h(t)$衰减　　稳定系统（极点在左半s平面）
- $h(t)$增长　　非稳定系统（极点在右半s平面）
- 如果在虚轴上→
  - 一阶：阶跃或等幅振荡（临界稳定）
  - 二阶以上：不稳定系统

6.6.2 零、极点分布与时域响应特性

$H(s)$零点的位置对系统的特性有何影响呢？

考虑如下两个系统：

$$H_1(s)=\frac{s+\alpha}{(s+\alpha)^2+\Omega^2} \qquad h_1(t)=\mathcal{L}^{-1}[H_1(s)]=e^{-\alpha t}\cos\Omega t$$

$$H_2(s)=\frac{s}{(s+\alpha)^2+\Omega^2}=\frac{s+\alpha}{(s+\alpha)^2+\Omega^2}-\frac{\frac{\alpha}{\Omega}\Omega}{(s+\alpha)^2+\Omega^2}$$

$$h_2(t)=\mathcal{L}^{-1}[H_2(s)]=e^{-\alpha t}[\cos\Omega t-\frac{\alpha}{\Omega}\sin\Omega t]=e^{-\alpha t}A\cos(\Omega t+\varphi)$$

其中： $A=\sqrt{1+(\frac{\alpha}{\Omega})^2},\ \varphi=\arctan\frac{\alpha}{\Omega}$

结论：$H(s)$的零点只影响$h(t)$的幅度和相位，而不影响形状。

6.6.3 自由响应与强迫响应、暂态响应与稳态响应

$$Y(s)=H(s)X(s)$$

设：

$$H(s)=\frac{\prod_{j=1}^{m}(s-z_j)}{\prod_{i=1}^{n}(s-p_i)},\quad X(s)=\frac{\prod_{l=1}^{u}(s-z_l)}{\prod_{k=1}^{v}(s-p_k)}$$

$$Y(s)=\sum_{i=1}^{n}\frac{K_i}{s-p_i}+\sum_{k=1}^{v}\frac{K_k}{s-p_k}$$

$$y(t)=\sum_{i=1}^{n}K_i e^{p_i t}+\sum_{k=1}^{v}K_k e^{p_k t}$$

自由响应　　强迫响应

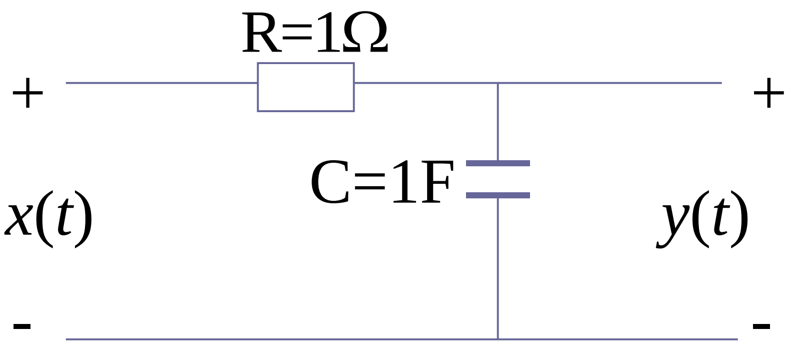
1. $H(s)$的极点影响$h(t)$的形状。

2. $H(s)$的零点只影响$h(t)$的幅度和相位，而不影响形状。

结论：对系统稳定性而言，极点是主要矛盾，零点是次要矛盾。

6.6.3 自由响应与强迫响应、暂态响应与稳态响应

例6.6-1： 电路如图所示，输入信号$x(t)$=5cos2t $u(t)$,求输出电压$y(t)$,并指出$y(t)$中的自由响应和强迫响应分量。



解：

$$H(s)=\frac{Y(s)}{X(s)}=\frac{\frac{1}{sC}}{R+\frac{1}{sC}}=\frac{1}{s+1}$$

$$X(s)=\frac{5s}{s^2+4}$$

$$Y(s)=X(s)H(s)=\frac{5s}{(s+1)(s^2+4)}=\frac{-1}{s+1}+\frac{s+4}{s^2+4}$$

$$y(t)=-e^{-t}+\cos 2t+2\sin 2t$$

$$=-e^{-t}+\sqrt{5}\cos(2t-63.4^\circ)\qquad t\geq 0$$

自由响应　　强迫响应

6.6.3 自由响应与强迫响应、暂态响应与稳态响应

暂态响应： 激励信号接入以后一段时间内，全响应中暂时出现的分量，随着时间t的增大，它将逐渐消失。

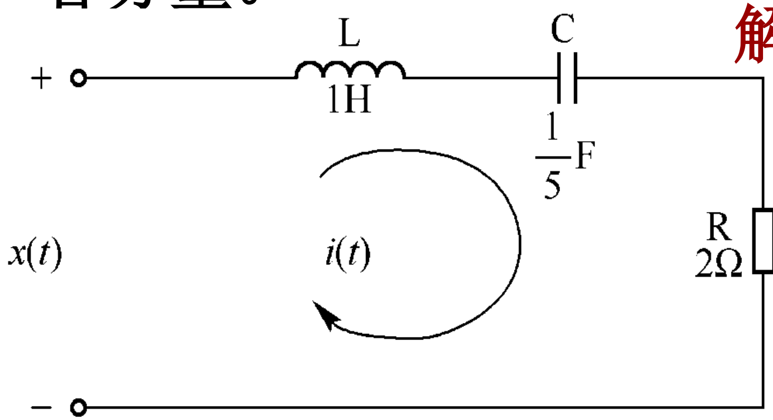
稳态响应： 全响应减去暂态响应就是稳态响应。

$H(s)$的极点：
- 左半s平面→自由响应属于暂态响应
- 虚轴、右半s平面→自由响应属于稳态响应

$X(s)$的极点：
- 左半s平面→强迫响应属于暂态响应
- 虚轴、右半s平面→强迫响应属于稳态响应

6.6.3 自由响应与强迫响应、暂态响应与稳态响应

例6.6-2： 电路如图所示，输入信号 求输出电流$i(t)$,并指出$i(t)$中的自由响应与强迫响应、暂态响应与稳态响应各分量。



解：(1) 求激励信号$x(t)$的拉氏变换$X(s)$

$$X(s)=\frac{2}{s^2+1}=\frac{2}{(s-j)(s+j)}$$

其中： $p_{1,2}=\pm j$

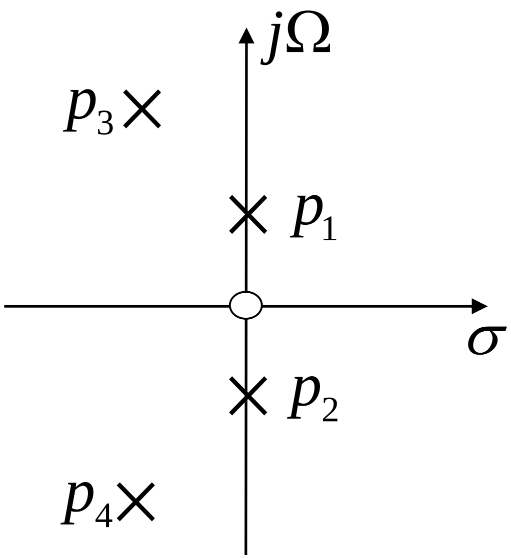
(2) 求系统函数$H(s)$

$$H(s)=\frac{I(s)}{X(s)}=\frac{1}{sL+R+\frac{1}{sC}}=\frac{s}{s^2+2s+5}=\frac{s}{(s+1)^2+4}$$

其中： $p_{3,4}=-1\pm 2j$

***I*(*s*)** 的零、极点分布如图所示。

(3) 响应电流的拉氏变换为



$$I(s)=\mathcal{L}[i(t)]=H(s)X(s)$$

$$=\frac{2s}{(s-p_1)(s-p_2)(s-p_3)(s-p_4)}$$

$$=\frac{2s}{(s^2+1)(s^2+2s+5)}$$

(4) 将*I*(*s*) 做部分分式展开

$$I(s)=\frac{2s+1}{5(s^2+1)}-\frac{2s+5}{5(s^2+2s+5)}=\frac{2s+1}{5(s^2+1)}-\frac{2(s+1)+3}{5[(s+1)^2+2^2]}$$

6.6.3 自由响应与强迫响应、暂态响应与稳态响应

（5）求各响应分量

极点 p_1，p_2 位于 s 平面虚轴上，是系统的稳态响应分量，以$i_{ss}(t)$表示

极点 p_3，p_4 位于左半s平面上，是系统的暂态响应分量，以$i_{tr}(t)$表示

$$i_{ss}(t)=\frac{1}{5}\sin t+\frac{2}{5}\cos t \qquad i_{tr}(t)=-\left(\frac{3}{10}\mathrm{e}^{-t}\sin 2t+\frac{2}{5}\mathrm{e}^{-t}\cos 2t\right)$$

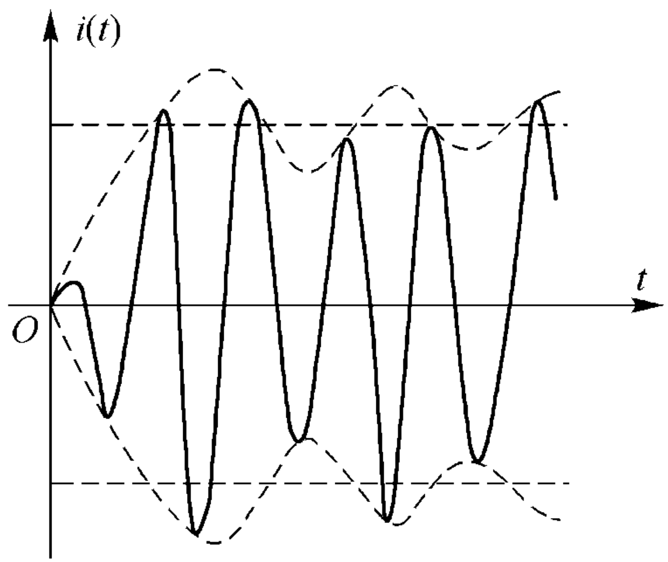
6.6.3 自由响应与强迫响应、暂态响应与稳态响应

一般情况下，RLC回路的谐振频率 $\Omega = 1/\sqrt{LC}$ 未调得与激励频率一致，在暂态过程中，回路电流包含两个频率成分。

(1) 取决于回路参量确定的自然谐振频率 $\Omega_{\mathrm{d}} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}$

(2) 取决于激励信号频率 Ω_{01}

两个频率较靠近的振荡在回路中产生差拍，致使电流幅度在建立过程中先随时间增长，然后围绕其稳定值起伏振荡。



6.7 系统函数零、极点分布确定频率响应

系统的频响特性 $H(j\Omega)$ 反映系统的频域特性，当LTI连续系统在频率为 Ω_0 的正弦信号激励下，系统的响应为同频率的正弦信号，但幅度乘以 $|H(\mathrm{j}\Omega_0)|$，相位附加 $\varphi(\Omega_0)$ 。

$$H(\mathrm{j}\Omega_0)=|H(\mathrm{j}\Omega_0)|\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi(\Omega_0)}$$

当系统稳定时，系统函数的收敛域包含s平面的虚轴，因此系统的频响特性可以由系统函数求出

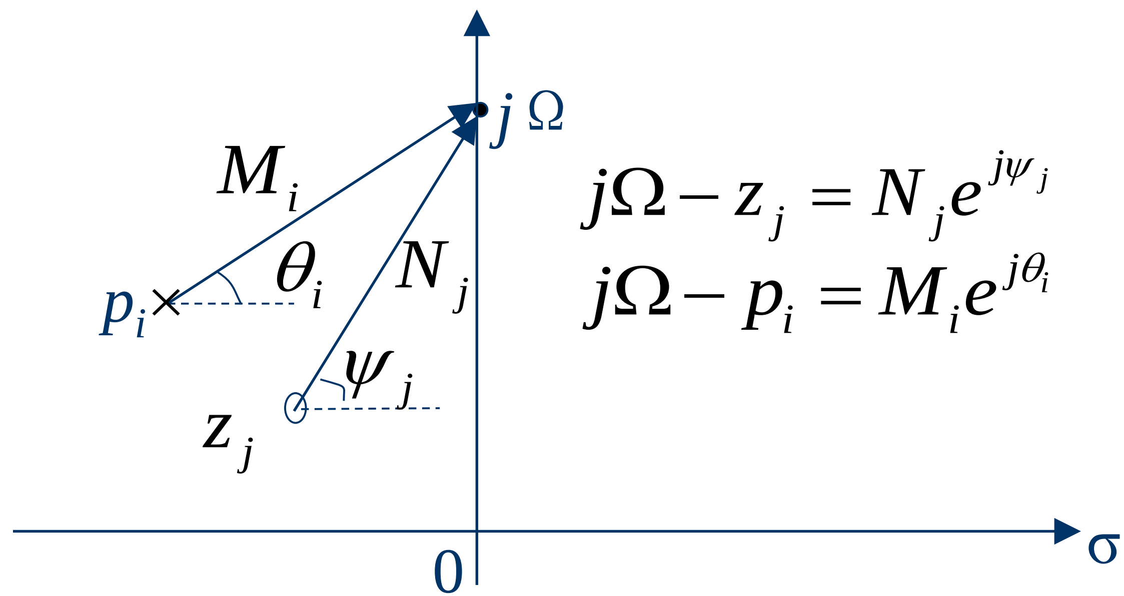
$$H(s)\big|_{s=\mathrm{j}\Omega}=H(\mathrm{j}\Omega)=|H(\mathrm{j}\Omega)|\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi(\Omega)}$$

$|H(\mathrm{j}\Omega)|$ 是幅频响应特性（或称幅频特性）

$\varphi(\Omega)$ 是相频响应特性（或称相频特性）

6.7.1 频响特性的矢量作图法

$$H(s)=H_0\frac{\prod_{j=1}^{m}(s-z_j)}{\prod_{i=1}^{n}(s-p_i)} \Rightarrow H(j\Omega)=H_0\frac{\prod_{j=1}^{m}(j\Omega-z_j)}{\prod_{i=1}^{n}(j\Omega-p_i)}$$



$$j\Omega-z_j=N_je^{j\psi_j}$$

$$j\Omega-p_i=M_ie^{j\theta_i}$$

$j\Omega$ -z_j和$j\Omega$ -p_i矢量

Show

6.7.1 频响特性的矢量作图法

$$H(j\Omega)=H_0\frac{\prod_{j=1}^{m}(j\Omega-z_j)}{\prod_{i=1}^{n}(j\Omega-p_i)}$$

$$j\Omega-z_j=N_je^{j\psi_j}$$
$$j\Omega-p_i=M_ie^{j\theta_i}$$

$$H(j\Omega)=H_0\frac{N_1e^{j\psi_1}N_2e^{j\psi_2}\ldots N_me^{j\psi_m}}{M_1e^{j\theta_1}M_2e^{j\theta_2}\ldots M_ne^{j\theta_n}}$$

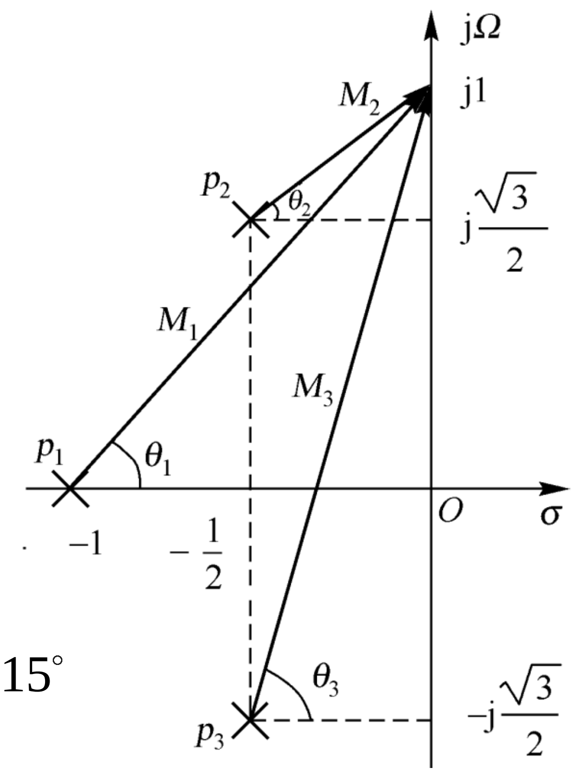
$$=H_0\frac{N_1N_2\cdots N_m}{M_1M_2\cdots M_n}e^{j[(\psi_1+\psi_2+\cdots+\psi_m)-(\theta_1+\theta_2+\cdots\theta_n)]}$$

$$\left|H(j\Omega)\right|=H_0\frac{N_1N_2\ldots N_m}{M_1M_2\ldots M_n}$$

$$\varphi(\Omega)=(\psi_1+\psi_2+\ldots+\psi_m)-(\theta_1+\theta_2+\ldots+\theta_n)$$

6.7.1 频响特性的矢量作图法

例6.7-1 已知系统函数为 $H(s)=\dfrac{1}{s^3+2s^2+2s+1}$ ，试求 $\Omega=1$ 时的 $|H(\mathrm{j}1)|$ 和 $\varphi(1)$ 。



解： 进行因式分解

$$H(s)=\frac{1}{s^3+2s^2+2s+1}=\frac{1}{(s+1)(s^2+s+1)}$$

其极点为 $p_1=-1$ ，$p_{2,3}=-\dfrac{1}{2}\pm\mathrm{j}\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$$M_1=\sqrt{2} \qquad \theta_1=45^\circ$$

$$M_2=\sqrt{(1/2)^2+(1-\sqrt{3}/2)^2}=0.518 \qquad \theta_2=\arctan\frac{1-\sqrt{3}/2}{1/2}=15^\circ$$

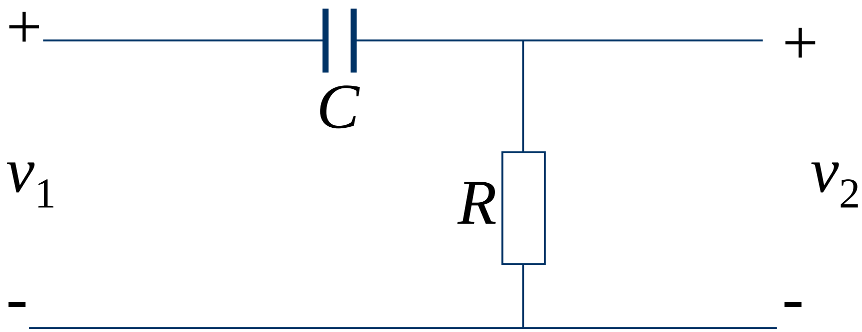
$$M_3=\sqrt{(1/2)^2+(1+\sqrt{3}/2)^2}=1.932 \qquad \theta_3=\arctan\frac{1+\sqrt{3}/2}{1/2}=75^\circ$$

$$|H(\mathrm{j}1)|=\frac{1}{M_1M_2M_3}=\frac{1}{\sqrt{2}} \qquad \varphi(1)=-(\theta_1+\theta_2+\theta_3)=-135^\circ$$

6.7.2 一阶系统的频响特性

例6.7-2： 研究下图所示的*RC*滤波网络的频响特性

$$H(j\Omega)=\frac{V_2(j\Omega)}{V_1(j\Omega)}$$



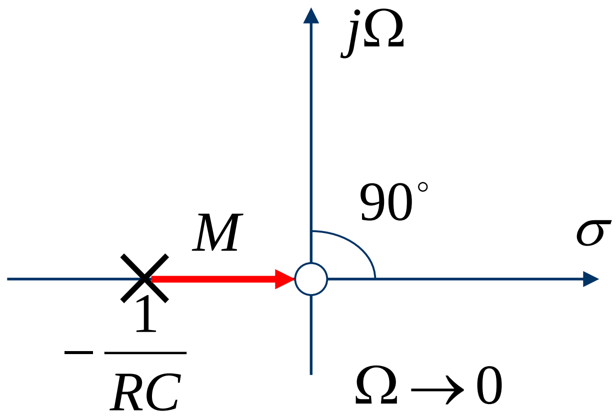
解： $$H(s)=\frac{R}{R+\dfrac{1}{sC}}=\frac{s}{s+\dfrac{1}{RC}}$$

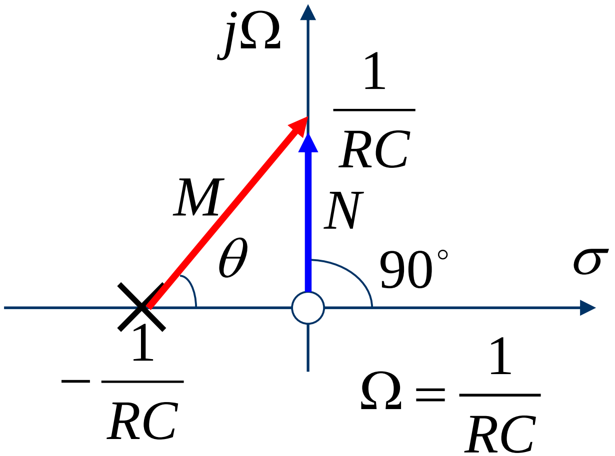
$$H(j\Omega)=\frac{j\Omega}{j\Omega+\dfrac{1}{RC}}$$

$$H(j\Omega)=\frac{Ne^{j\psi}}{Me^{j\theta}}=\frac{N}{M}e^{j(\psi-\theta)}$$

$$|H(j\Omega)|=\frac{N}{M} \qquad \varphi(\Omega)=\psi-\theta$$

6.7.2 一阶系统的频响特性

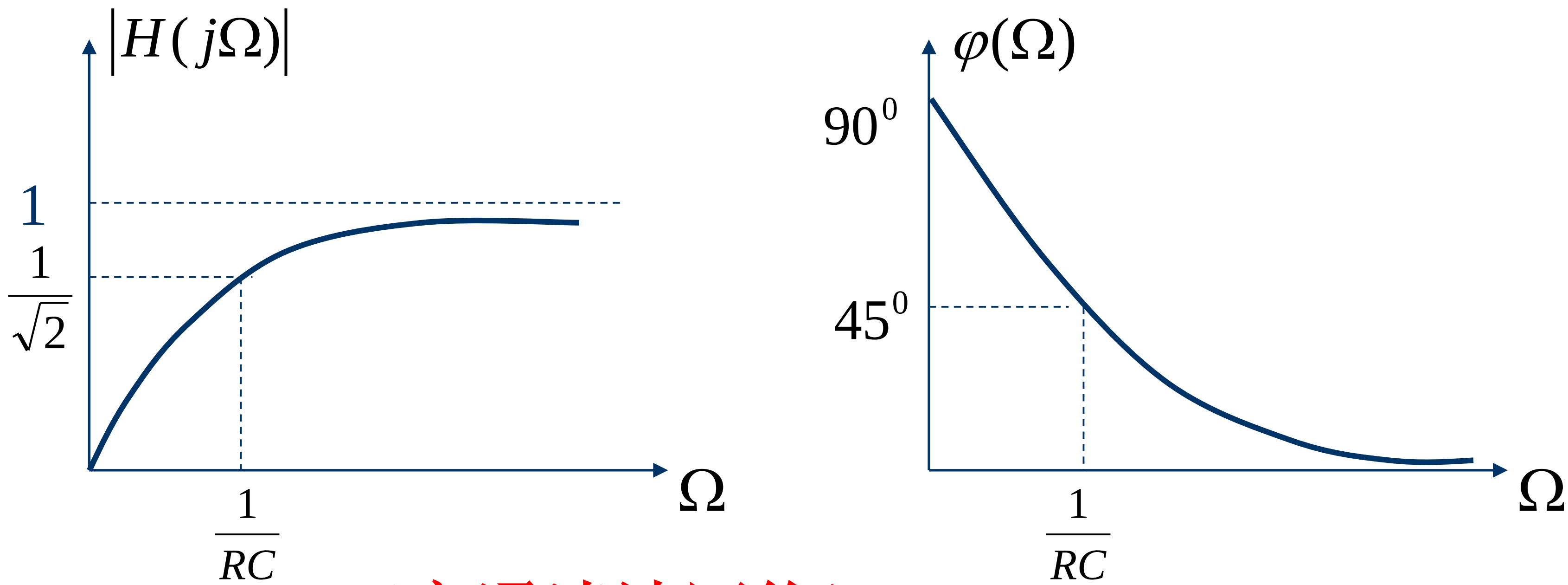




	M	θ	N	ψ	$\frac{N}{M}$	$\psi-\theta$
$\Omega \to 0$	$\frac{1}{RC}$	0°	0	90°	0	90°
$\Omega = \frac{1}{RC}$	$\frac{\sqrt{2}}{RC}$	45°	$\frac{1}{RC}$	90°	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	45°
$\Omega \to \infty$	∞	90°	∞	90°	1	0°

Show

6.7.2 一阶系统的频响特性



（高通滤波网络）

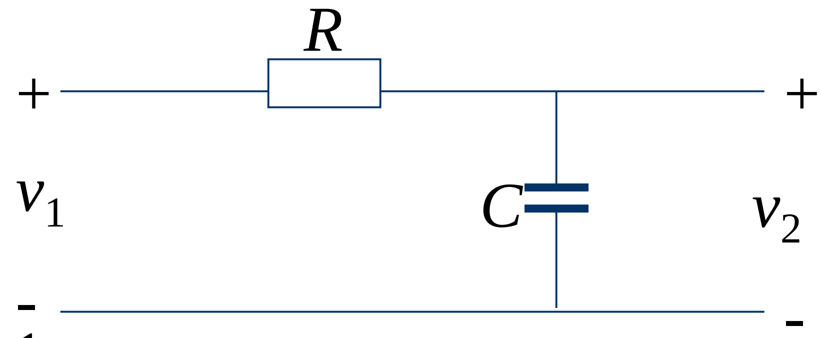
一般将$|H(j\Omega)|$中最大值的$\frac{1}{\sqrt{2}}$倍所对应的频率Ω_c称为截止频率。

本例中： $\boxed{\Omega_c = \frac{1}{RC}}$

6.7.2 一阶系统的频响特性

例6.7-3： 研究下图所示***RC***滤波网络的频响特性

$$H(j\Omega)=\frac{V_2(j\Omega)}{V_1(j\Omega)}$$

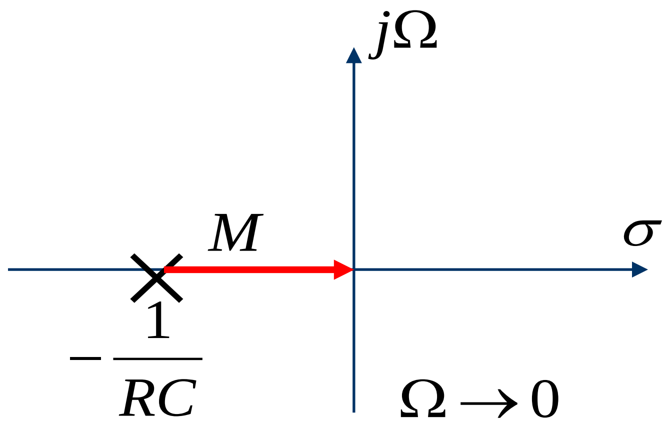


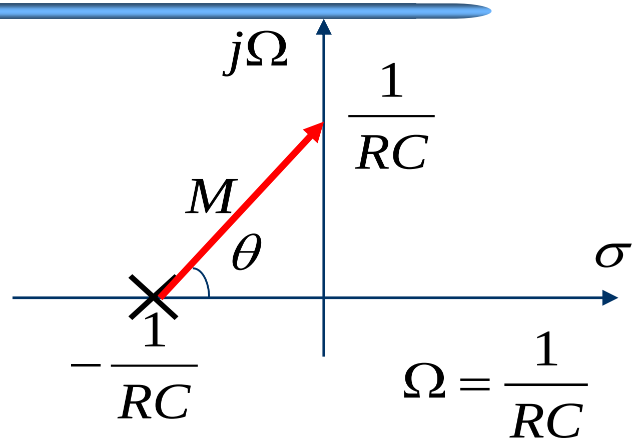
解：

$$H(s)=\frac{V_2(s)}{V_1(s)}=\frac{\frac{1}{sC}}{R+\frac{1}{sC}}=\frac{\frac{1}{RC}}{s+\frac{1}{RC}}$$

$$H(j\Omega)=\frac{\frac{1}{RC}}{j\Omega+\frac{1}{RC}}=\frac{\frac{1}{RC}}{Me^{j\theta}}=\frac{\frac{1}{RC}}{M}e^{-j\theta}$$

6.7.2 一阶系统的频响特性

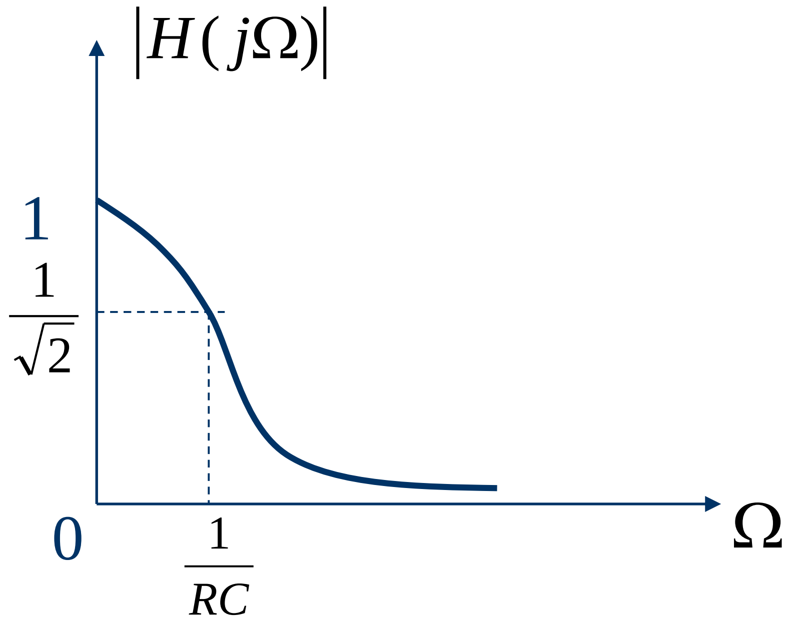


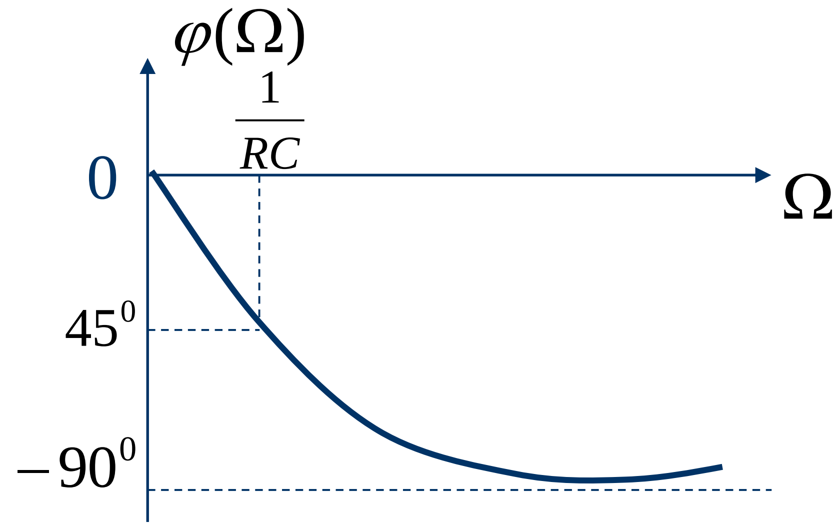


	M	θ	$\frac{\frac{1}{RC}}{M}$	$-\theta$
$\Omega \to 0$	$\frac{1}{RC}$	0°	1	0°
$\Omega = \frac{1}{RC}$	$\frac{\sqrt{2}}{RC}$	45°	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	-45°
$\Omega \to \infty$	∞	90°	0	-90°

Show

6.7.2 一阶系统的频响特性



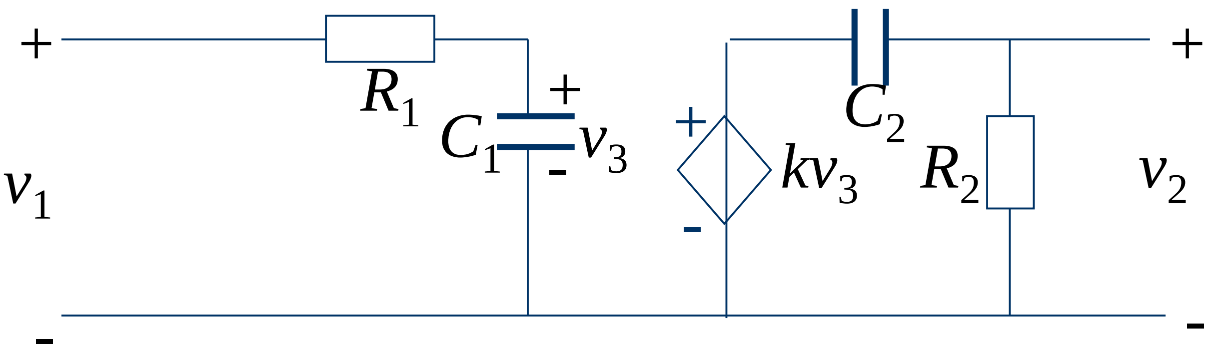


$$\boxed{\Omega_c = \frac{1}{RC}}$$

（低通滤波网络）

6.7.3 二阶系统的频响特性

例6.7-4： 研究下图所示二阶***RC***系统的频响特性 $H(j\Omega)=\dfrac{V_2(j\Omega)}{V_1(j\Omega)}$



$R_1C_1 \ll R_2C_2$ （由同一类型储能元件构成）

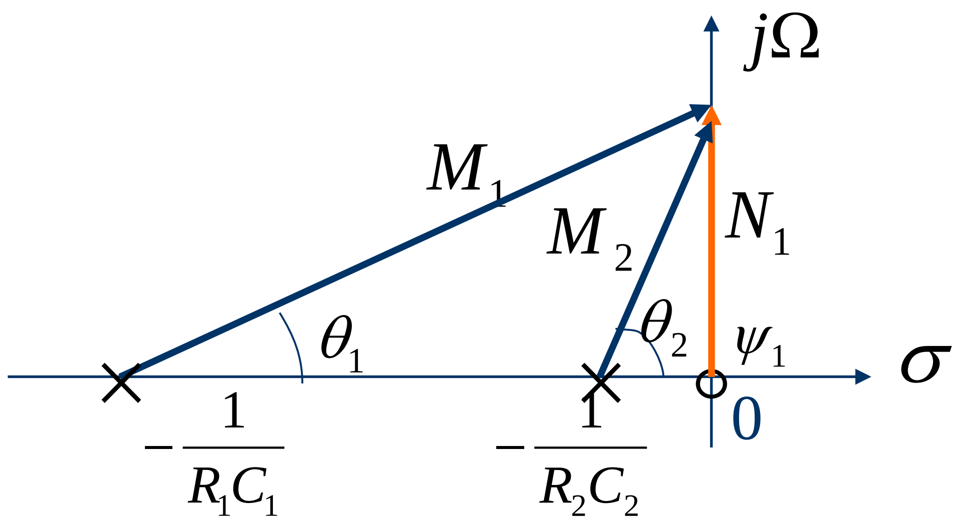
解：

$$H(s)=\frac{V_2(s)}{V_1(s)}=k\frac{\dfrac{1}{sC_1}}{R_1+\dfrac{1}{sC_1}}\cdot\frac{R_2}{R_2+\dfrac{1}{sC_2}}=\frac{k}{R_1C_1}\cdot\frac{s}{(s+\dfrac{1}{R_1C_1})(s+\dfrac{1}{R_2C_2})}$$

6.7.3 二阶系统的频响特性

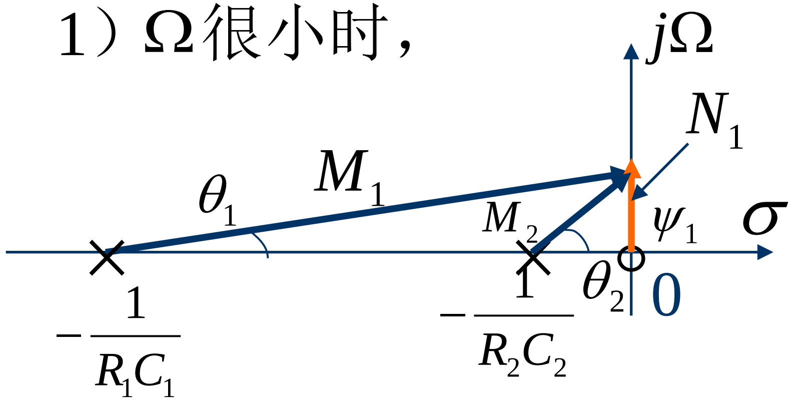
$$H(s)=\frac{k}{R_1C_1}\cdot\frac{s}{(s+\frac{1}{R_1C_1})(s+\frac{1}{R_2C_2})}$$

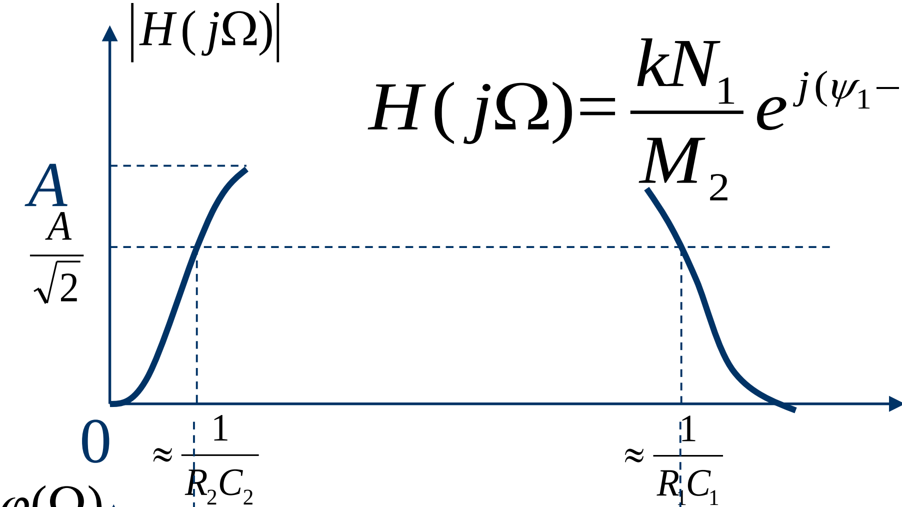
$$H(j\Omega)=\frac{k}{R_1C_1}\cdot\frac{j\Omega}{(j\Omega+\frac{1}{R_1C_1})(j\Omega+\frac{1}{R_2C_2})}=\frac{k}{R_1C_1}\cdot\frac{N_1}{M_1M_2}e^{j[\psi_1-(\theta_1+\theta_2)]}$$



6.7.3 二阶系统的频响特性

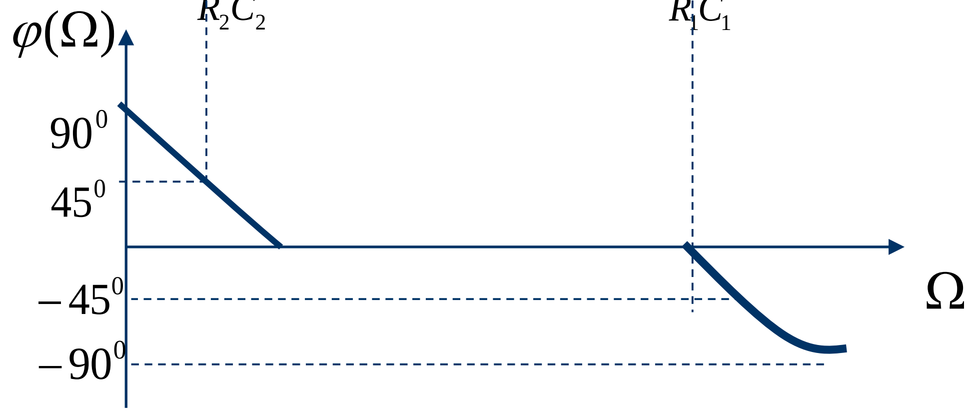
1）Ω很小时，



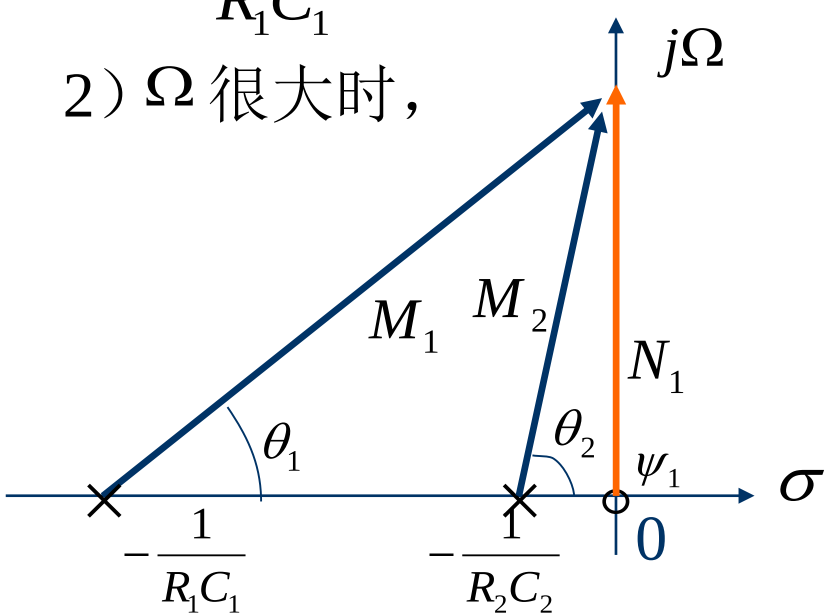


$$H(j\Omega)=\frac{kN_1}{M_2}e^{j(\psi_1-\theta_2)}$$

$$M_1\approx\frac{1}{R_1C_1},\ \theta_1\approx 0$$



2）Ω很大时，



$$M_2\approx N_1,\ \theta_2\approx\psi_1,\ H(j\Omega)=\frac{k}{M_1}e^{-j\theta_1}$$

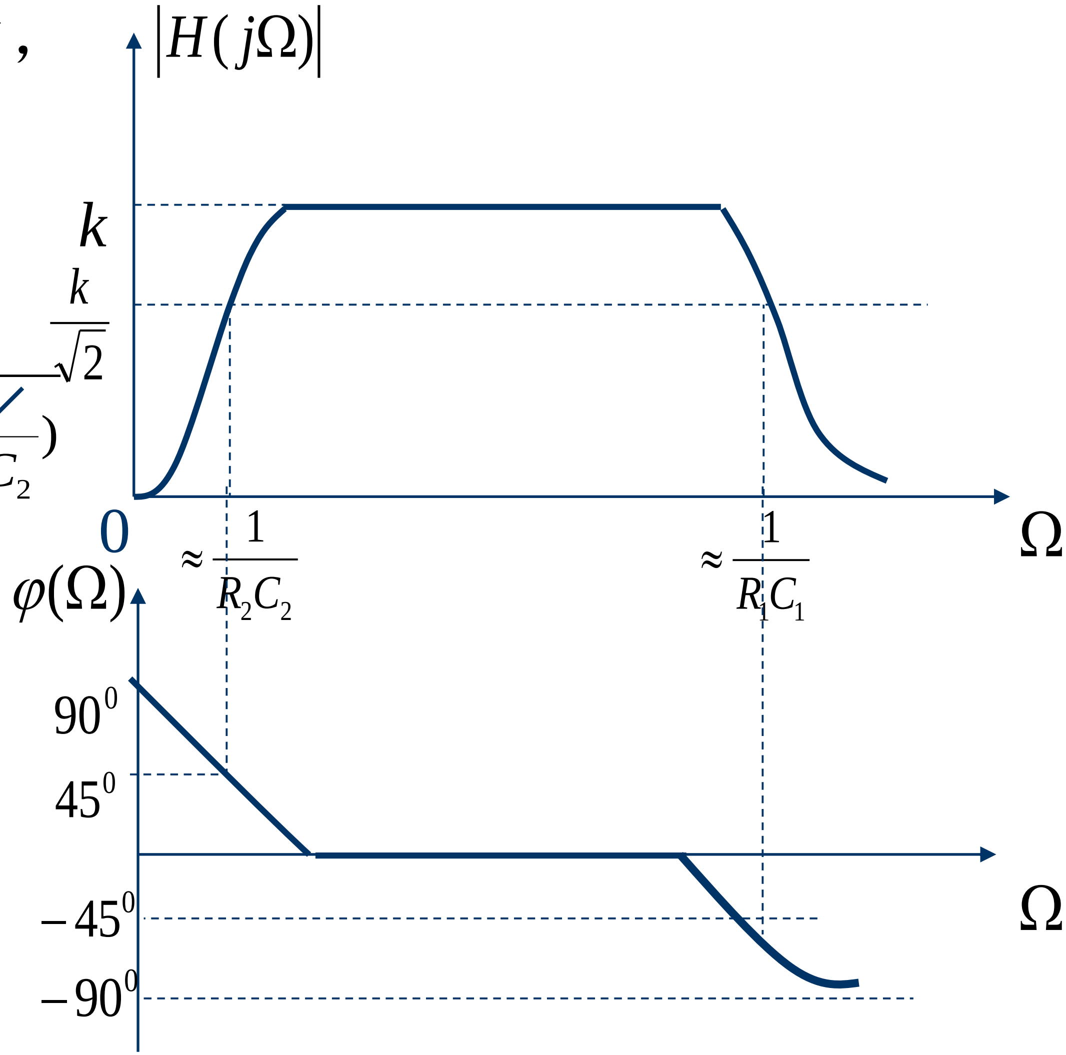
6.7.3 二阶系统的频响特性

3）Ω 位于中间频率范围内，

即：$$\frac{1}{R_2C_2} << \Omega << \frac{1}{R_1C_1}$$

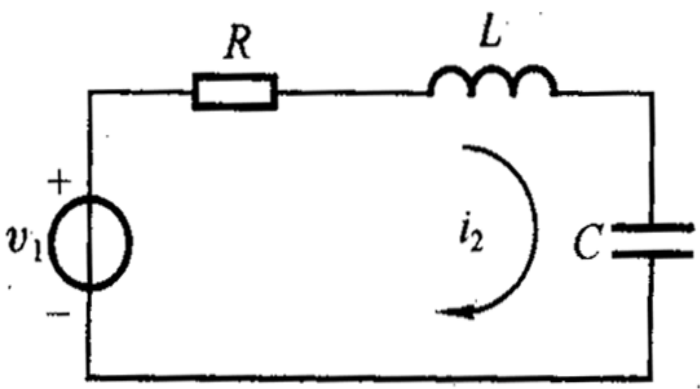
$$H(j\Omega) = \frac{k}{R_1C_1} \cdot \frac{j\Omega}{(\cancel{j\Omega} + \frac{1}{R_1C_1})(j\Omega + \cancel{\frac{1}{R_2C_2}})}$$

$$\approx k$$

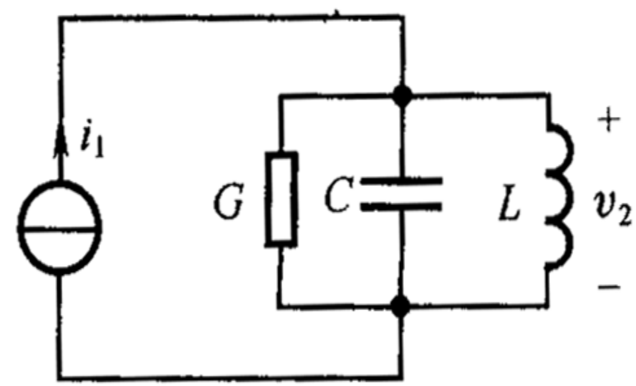


6.7.3 二阶系统的频响特性

例6.7-5 分析下述二阶谐振电路的频响特性。



(a)



(b)

$$\text{电压源} \leftrightarrow \text{电流源}$$

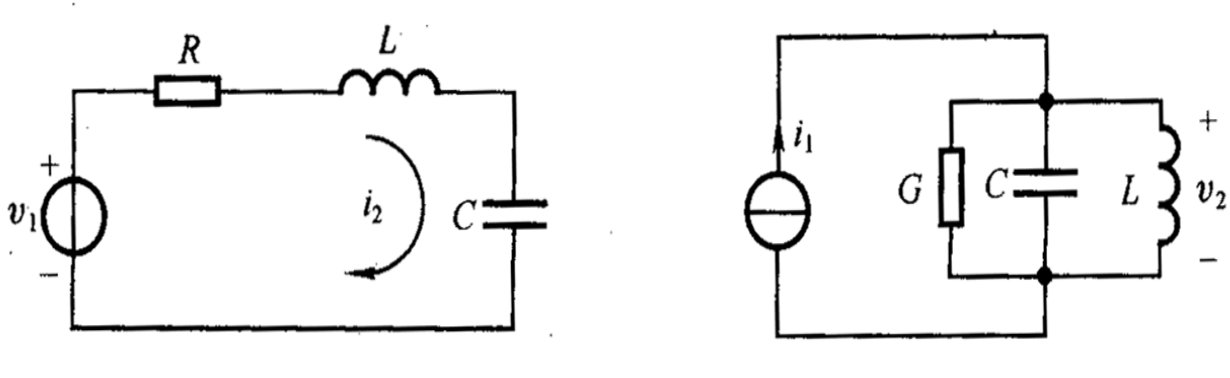
$$\text{电阻}R \leftrightarrow \text{电导}G$$

$$L \leftrightarrow C$$

$$C \leftrightarrow L$$

$$\text{串联} \leftrightarrow \text{并联}$$

6.7.3 二阶系统的频响特性



(a)　　(b)

图（b):
$$H(s)=\frac{V_2(s)}{I_1(s)}=Z(s)=\frac{1}{G+sC+\frac{1}{sL}}=\frac{1}{C}\cdot\frac{s}{s^2+\frac{G}{C}s+\frac{1}{LC}}$$

设
$$\alpha=\frac{G}{2C}\text{—衰减因子}$$

$$\Omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}\text{—谐振频率}$$

6.7.3 二阶系统的频响特性

则
$$H(s)=\frac{1}{C}\cdot\frac{s}{s^2+\frac{G}{C}s+\frac{1}{LC}}=\frac{1}{C}\cdot\frac{s}{s^2+2\alpha\ s+\Omega_0^2}$$

$$=\frac{1}{C}\cdot\frac{s}{(s-p_1)(s-p_2)}$$

$$p_{1,2}=-\alpha\pm\sqrt{\alpha^2-\Omega_0^2}\qquad \Omega_d=\sqrt{\Omega_0^2-\alpha^2}$$

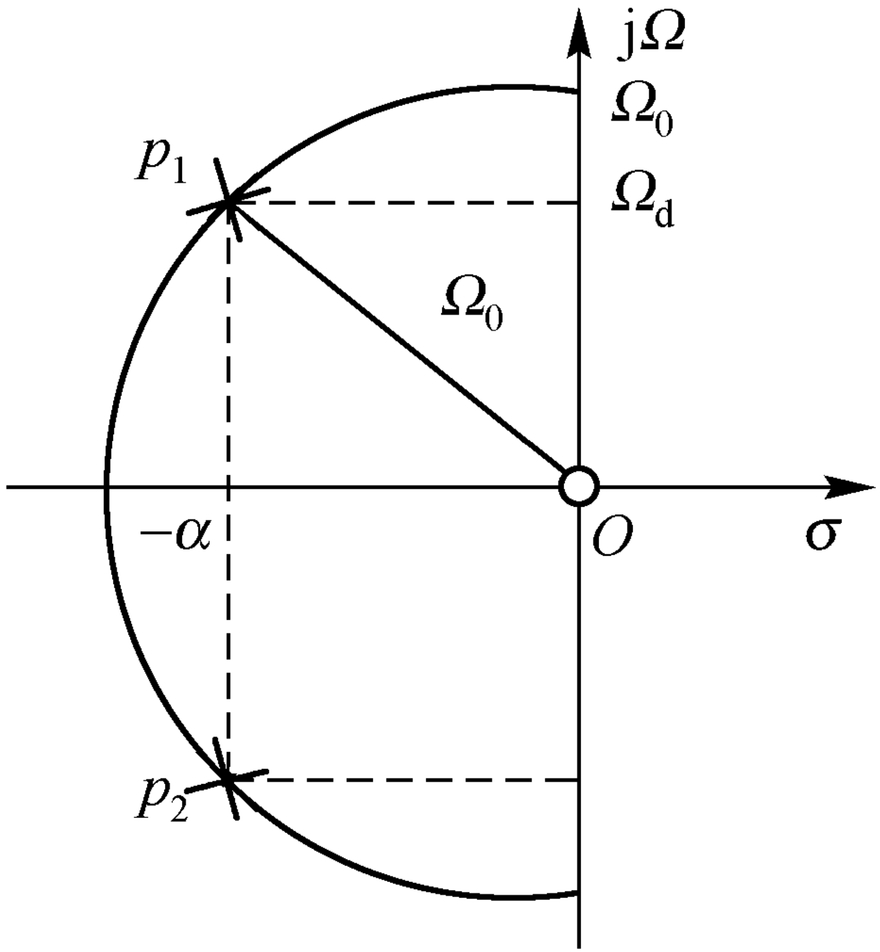
当$\alpha<\Omega_0$ 时， $p_{1,2}=-\alpha\pm j\Omega_d$

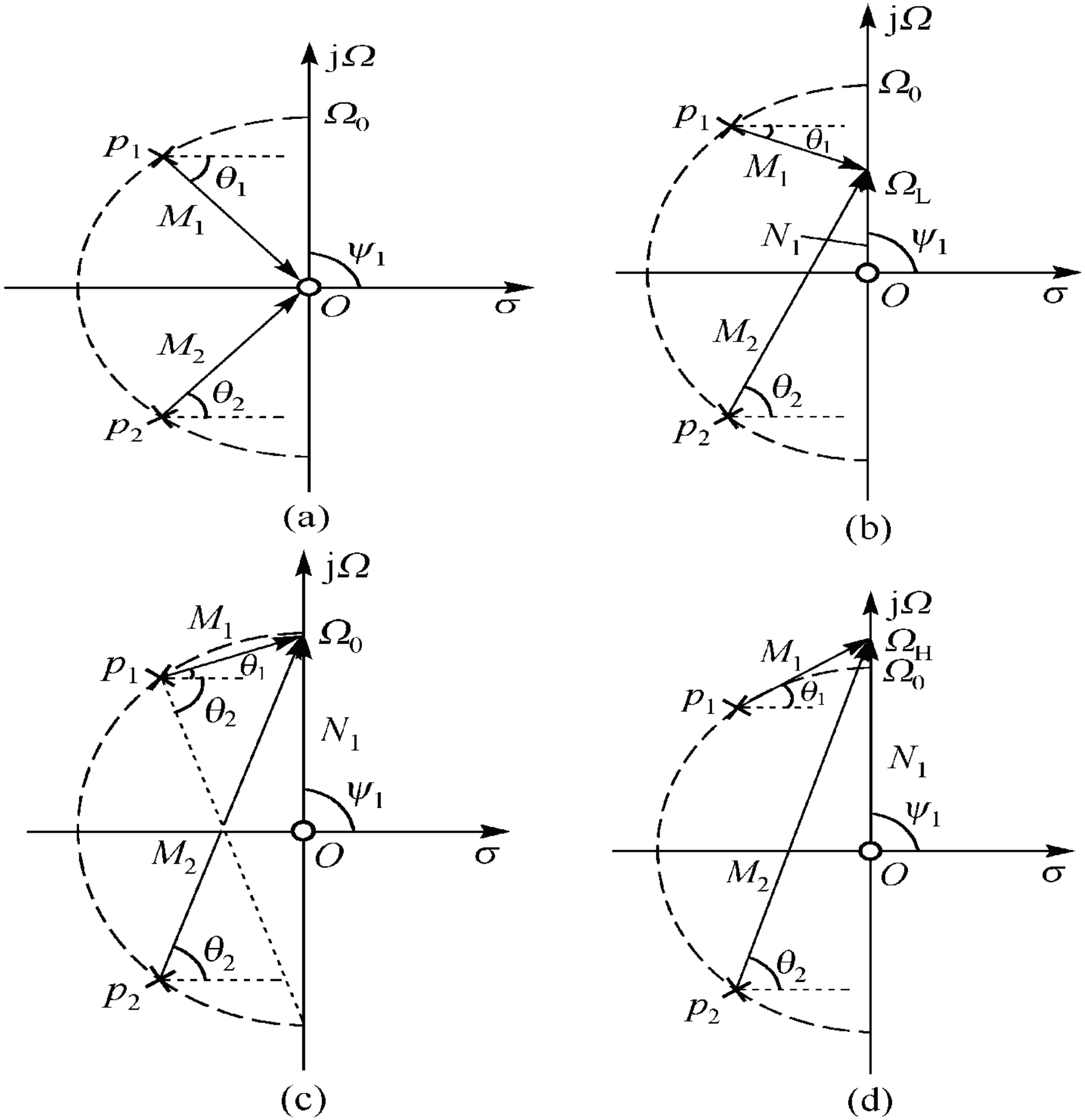
（1）谐振电路$H(s)$的零极点图

Show

6.7.3 二阶系统的频响特性

$\alpha < \Omega_0$ $\qquad p_{1,2} = -\alpha \pm j\Omega_d \qquad \Omega_0^2 = \Omega_d^2 + \alpha^2$




jΩ
Ω0
p1
θ1
M1
ψ1
O
σ
M2
θ2
p2
ΩL
N1
ΩH
(a)
(b)
(c)
(d)

6.7.3 二阶系统的频响特性

（2）频响特性

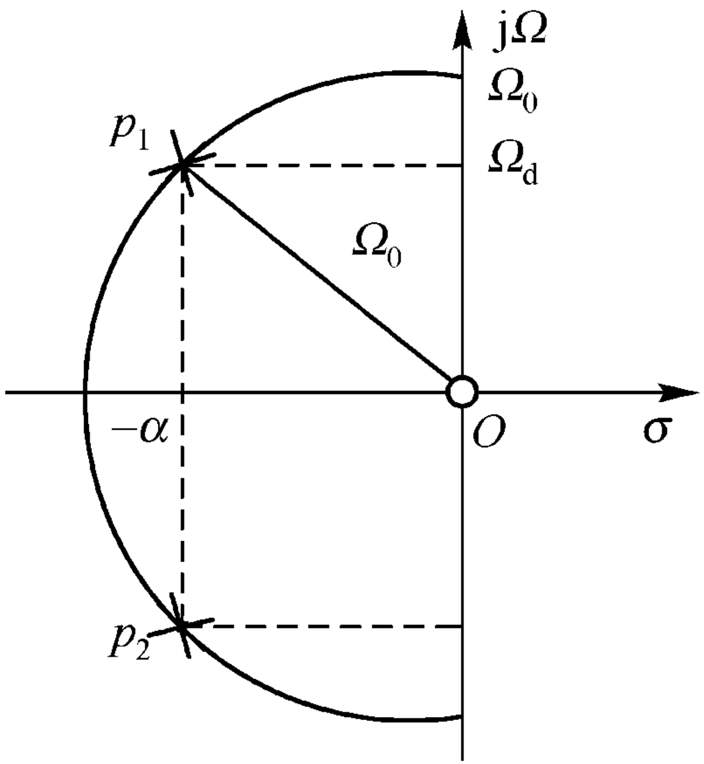
$$H(j\Omega)=Z(j\Omega)$$

$$=\frac{1}{G+j\Omega C-j\dfrac{1}{\Omega L}}$$

$$=\frac{1}{C}\cdot\frac{j\Omega}{(j\Omega-p_1)(j\Omega-p_2)}$$

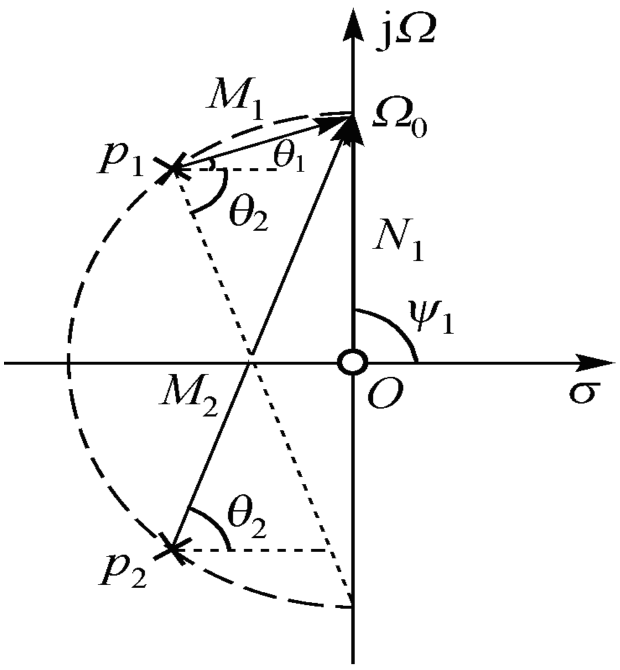
$$=\frac{1}{C}\cdot\frac{N_1}{M_1M_2}\cdot e^{j[\psi_1-(\theta_1+\theta_2)]}$$

$$=\left|H(j\Omega)\right|e^{j\varphi(\Omega)}$$



6.7.3 二阶系统的频响特性

	M_1	M_2	N_1	$\theta_1+\theta_2$	ψ_1	$\frac{1}{C}\frac{N_1}{M_1M_2}$	$\psi_1-(\theta_1+\theta_2)$
$\Omega\to 0$	Ω_0	Ω_0	0	$\theta_1+\theta_2=0$	90°	0	90°
$0<\Omega<\Omega_0$			>0	$0<\theta_1+\theta_2<90^\circ$	90°	$\nearrow$	$<90^\circ(>0)$
$\Omega=\Omega_0$			Ω_0	$\theta_1+\theta_2=90^\circ$	90°	$\frac{1}{G}$	0
$\Omega>\Omega_0$	$\nearrow$	$\nearrow$	$\nearrow$	$\theta_1+\theta_2>90^\circ$	90°	$\swarrow$	<0
$\Omega\to\infty$	∞	∞	∞	$\theta_1+\theta_2=180^\circ$	90°	0	-90°



证法 1： $\because \quad M_1M_2 = \alpha \cdot 2\Omega_0$

即： $M_1M_2 = \dfrac{G}{2C} \cdot 2N_1$

$$\therefore \quad \frac{1}{C} \cdot \frac{N_1}{M_1M_2} = \frac{1}{G}$$

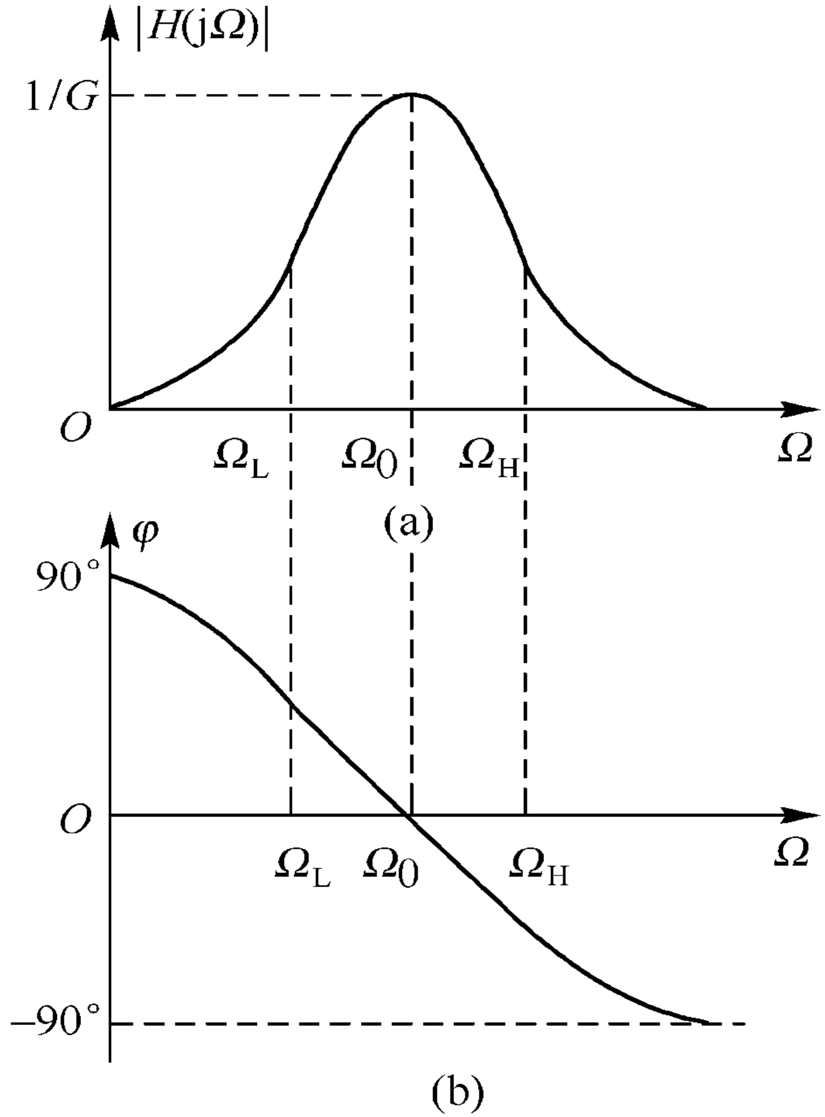
证法 2： $\because H(j\Omega) = \dfrac{1}{G + j\Omega C - j\dfrac{1}{\Omega L}}$

当 $\Omega = \Omega_0$ 时： $\because \Omega_0{}^2 = \dfrac{1}{LC} \quad \therefore \Omega_0 C = \dfrac{1}{\Omega_0 L}$

$$\therefore H(j\Omega_0) = \frac{1}{G + j\Omega_0 C - j\dfrac{1}{\Omega_0 L}} = \frac{1}{G}$$

证法 3： 令： $d\left|H(j\Omega)\right| \Big/ d\Omega = 0$

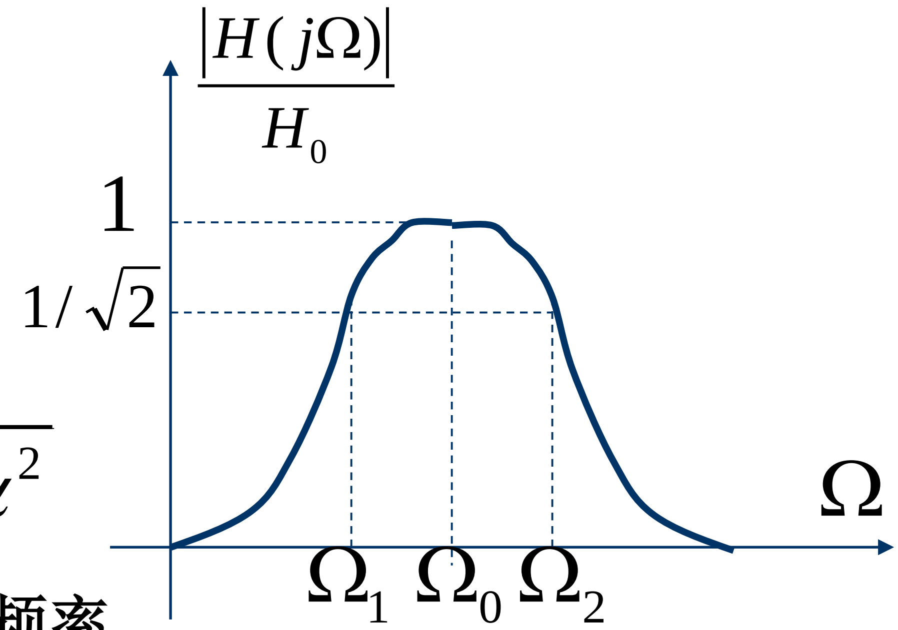
6.7.3 二阶系统的频响特性



6.7.3 二阶系统的频响特性

谐振电路的主要参数：

一、通频带：$B_\Omega = \Omega_2 - \Omega_1$



二、谐振频率：

$$\Omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad \Omega_d = \sqrt{\Omega_0^2 - \alpha^2}$$

---- 有阻尼谐振频率

三、品质因数：$Q = \frac{\Omega_0 C}{G}$

$$\because \alpha = \frac{G}{2C} \qquad \therefore Q = \frac{\Omega_0}{2\alpha} \qquad G\downarrow \to \alpha\downarrow \to Q\uparrow$$

6.7.3 二阶系统的频响特性

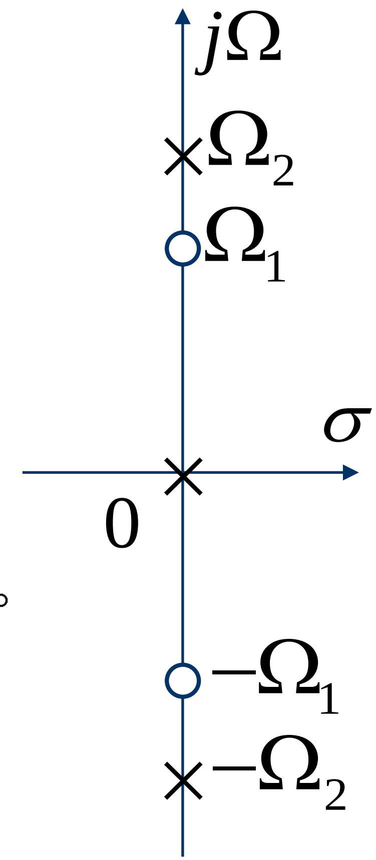
例6.7-6： 画出下列系统的幅频特性和相频特性曲线。

$$H(s)=\frac{1}{C_1}\cdot\frac{s^2+\Omega_1^2}{s(s^2+\Omega_2^2)}=\frac{1}{C_1}\cdot\frac{(s+j\Omega_1)(s-j\Omega_1)}{s(s+j\Omega_2)(s-j\Omega_2)}\quad(\Omega_1<\Omega_2)$$

解：

$$H(j\Omega)=\frac{1}{C_1}\cdot\frac{(j\Omega+j\Omega_1)(j\Omega-j\Omega_1)}{j\Omega(j\Omega+j\Omega_2)(j\Omega-j\Omega_2)}$$

$$=\frac{1}{C_1}\cdot\frac{N_1N_2}{M_1M_2M_3}e^{j[(\psi_1+\psi_2)-(\theta_1+\theta_2+\theta_3)]}$$



$\Omega\to 0,\ |H(j\Omega)|\to\infty,\qquad 0<\Omega<\Omega_1,\ \varphi(\Omega)=-90^\circ$

$\Omega=\Omega_1,\ |H(j\Omega)|=0,\qquad \Omega_1<\Omega<\Omega_2,\ \varphi(\Omega)=90^\circ$

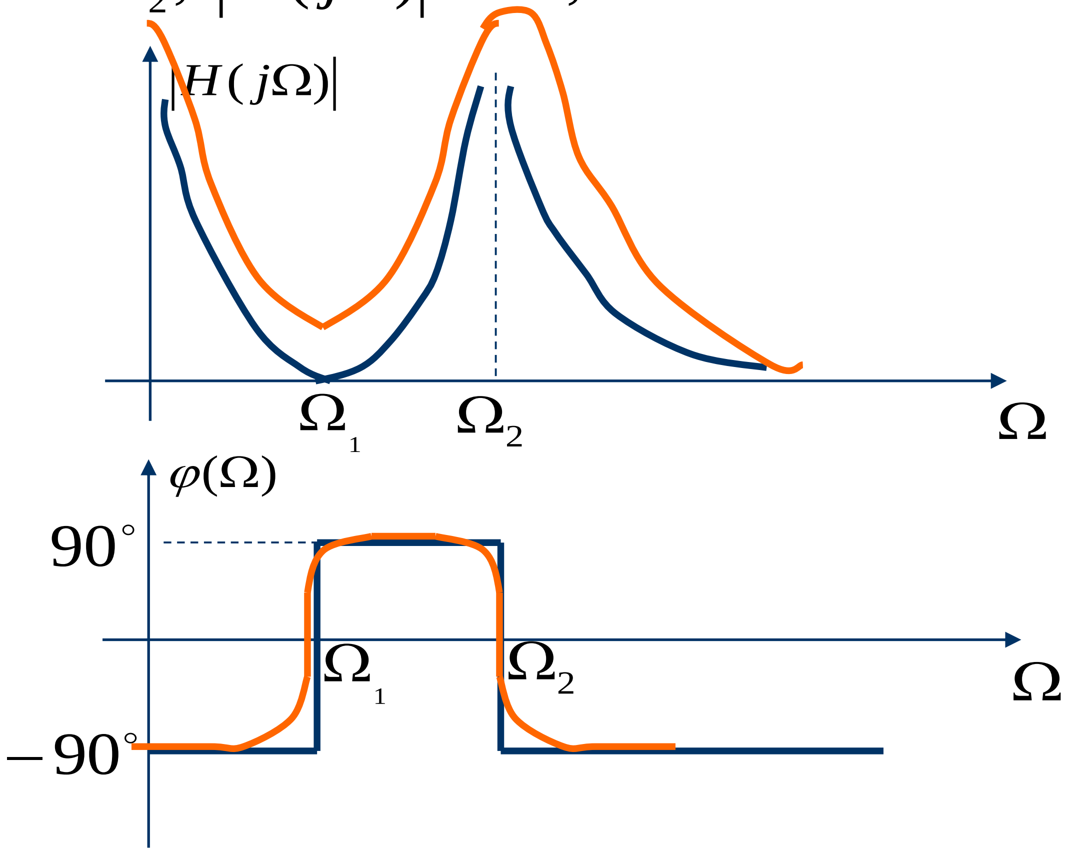
$\Omega=\Omega_2,\ |H(j\Omega)|\to\infty,\qquad \Omega>\Omega_2,\ \varphi(\Omega)=-90^\circ$

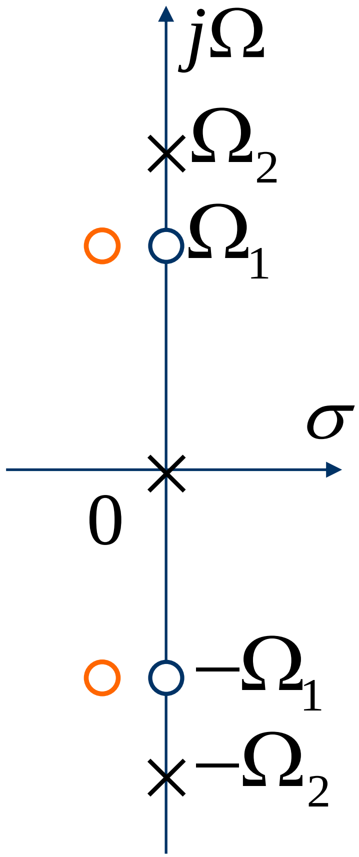
6.7.3 二阶系统的频响特性

$\Omega \to 0,\ |H(j\Omega)| \to \infty,\quad 0<\Omega<\Omega_1,\ \varphi(\Omega)=-90^\circ$

$\Omega = \Omega_1,\ |H(j\Omega)| = 0,\quad \Omega_1<\Omega<\Omega_2,\ \varphi(\Omega)=90^\circ$

$\Omega = \Omega_2,\ |H(j\Omega)| \to \infty,\quad \Omega>\Omega_2,\ \varphi(\Omega)=-90^\circ$





6.7.3 二阶系统的频响特性

一般结论：

- 极点靠近 $j\Omega$ 轴 $\longrightarrow$ 幅频特性出现峰点，相频特性迅速减小。
- 极点在 $j\Omega$ 轴上 $\longrightarrow$ 幅频特性趋于 ∞，相频特性出现 -180° 跳变。
- 零点靠近 $j\Omega$ 轴 $\longrightarrow$ 幅频特性出现谷点，相频特性迅速上升。
- 零点在 $j\Omega$ 轴上 $\longrightarrow$ 幅频特性趋于 0，相频特性出现 180° 跳变。
- 零、极点离 $j\Omega$ 轴远 $\longrightarrow$ 零、极点影响很小。

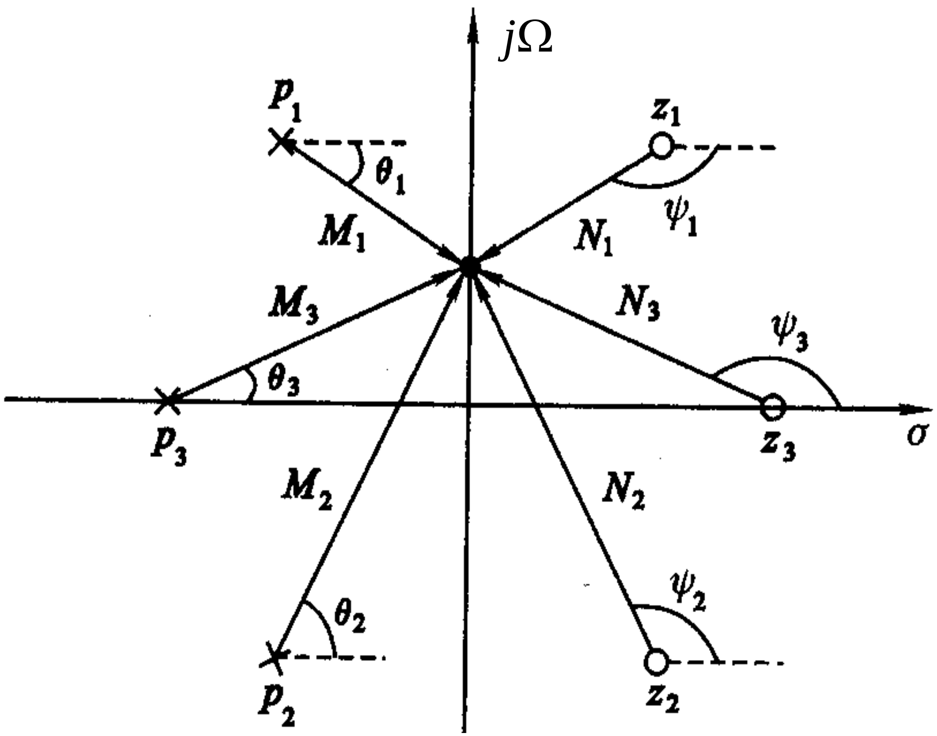
6.8 全通系统和最小相位系统

1 全通系统

H(s)的极点位于左半**s**平面

H(s)的零点位于右半**s**平面

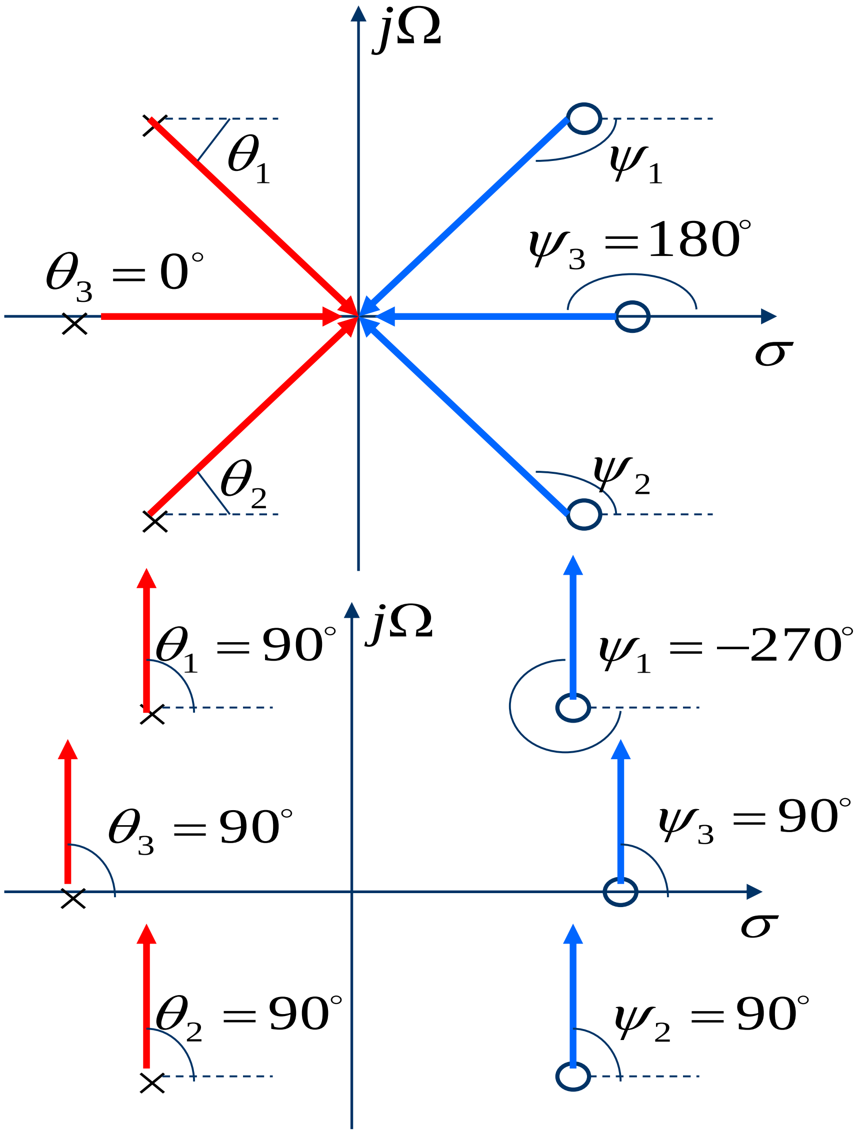
零、极点对于***j Ω***轴互为镜像。

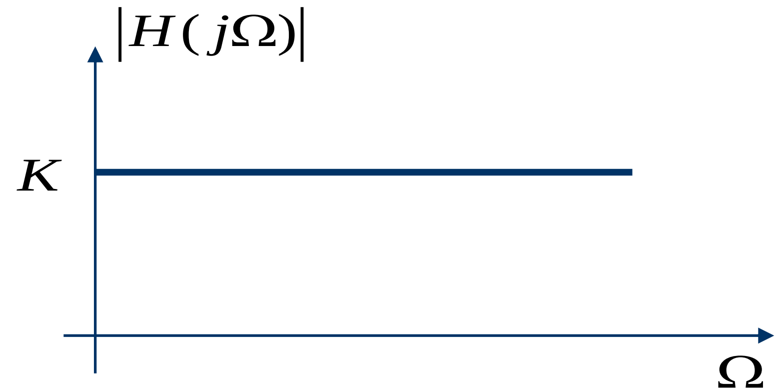


$$H(j\Omega) = K\frac{N_1N_2N_3}{M_1M_2M_3}e^{j[(\psi_1+\psi_2+\psi_3)-(\theta_1+\theta_2+\theta_3)]}$$

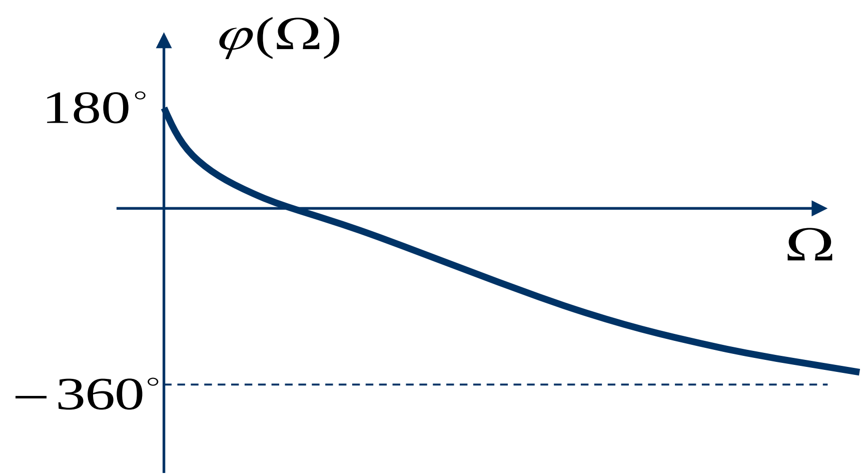
$$\boxed{|H(j\Omega)| = K}$$

6.8 全通系统和最小相位系统





$$\psi_1 = -\psi_2,\ \theta_1 = -\theta_2,\ \varphi(\Omega)\big|_{\Omega=0} = 180^\circ$$

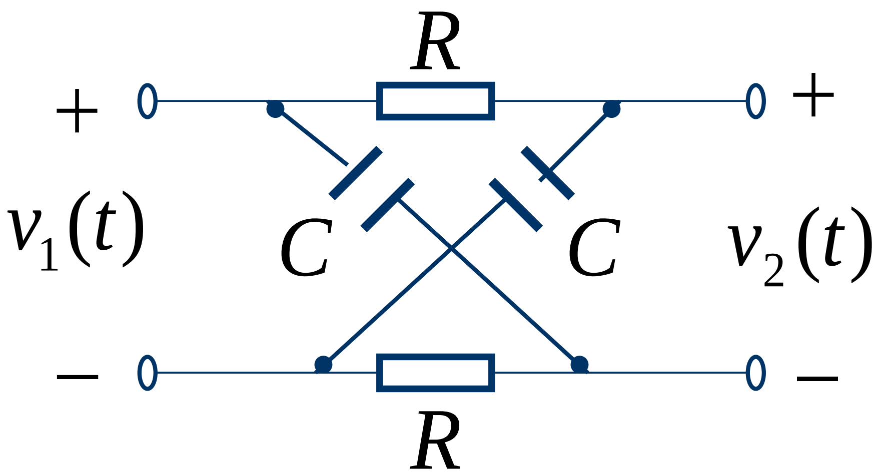


$$\varphi(\Omega)\big|_{\Omega\to\infty} = -360^\circ$$

6.8 全通系统和最小相位系统

用途：用来对系统进行相位校正

例： 下图所示的网络，写出网络传输函数$H(s)=V_2(s)/V_1(s)$，判别它是否为全通网络。

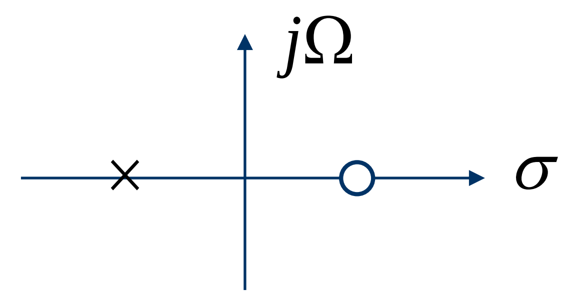


$$H(s)=\frac{V_2(s)}{V_1(s)}=\frac{\frac{1}{sC}}{R+\frac{1}{sC}}-\frac{R}{R+\frac{1}{sC}}$$

$$=-\frac{s-1/RC}{s+1/RC}$$

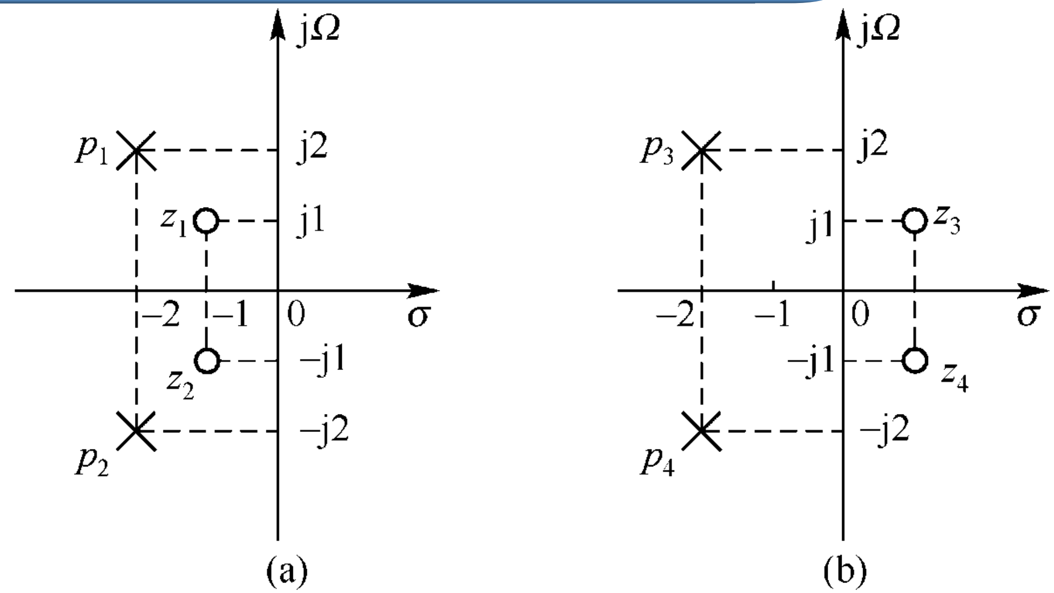
$$H(j\Omega)=-\frac{j\Omega-\frac{1}{RC}}{j\Omega+\frac{1}{RC}}$$

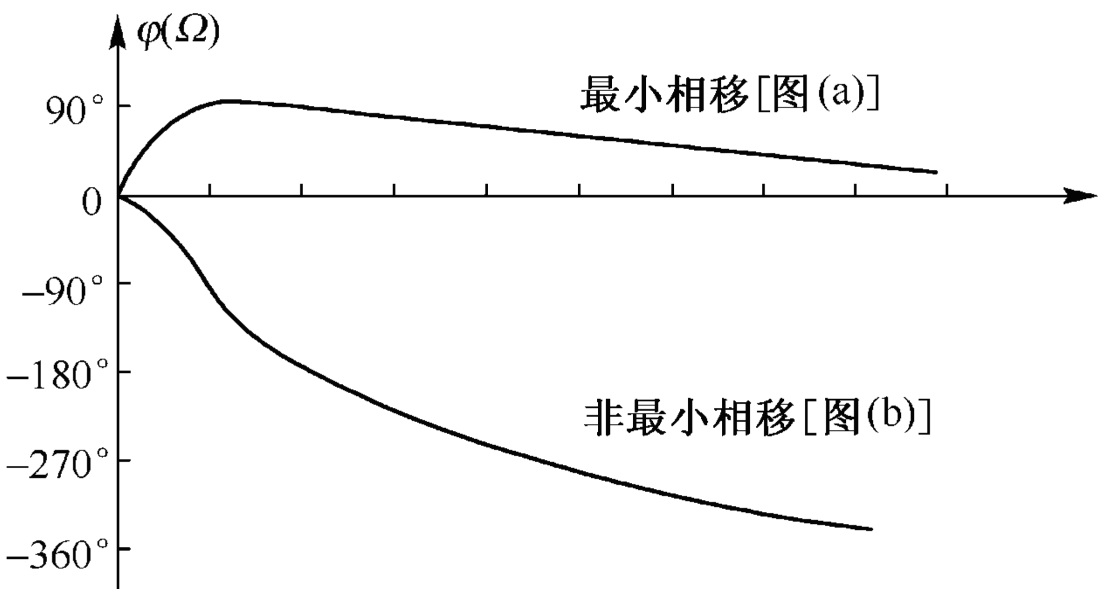
$$\left|H(j\Omega)\right|=1$$



6.8 全通系统和最小相位系统

2 最小相位函数



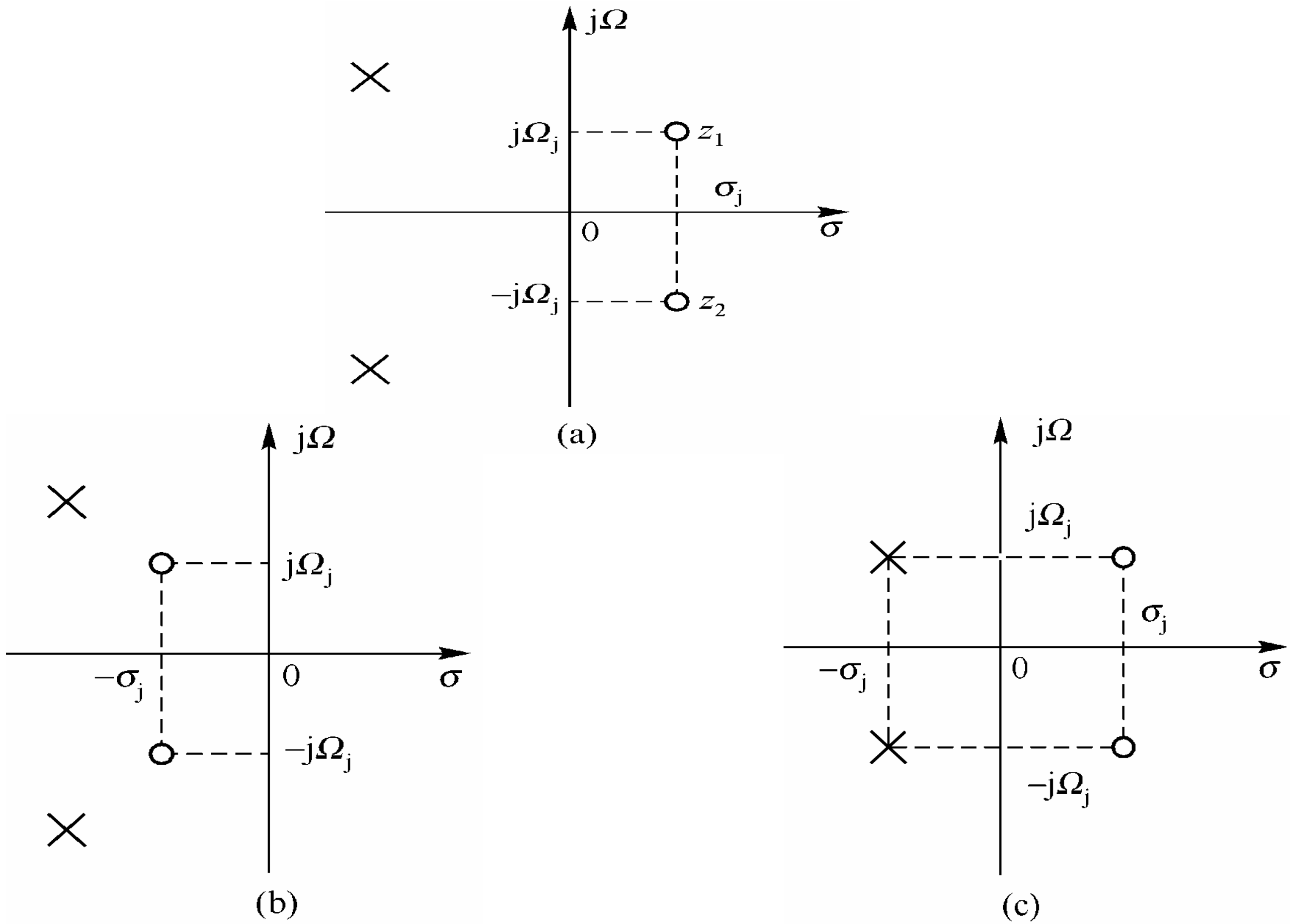


6.8 全通系统和最小相位系统

零点仅位于左半**s**平面或 $\mathrm{j}\Omega$轴上的系统函数称为最小相位函数。对应的系统称为最小相位系统（**minimum-phase system**）。反之，如果系统函数有一个或多个零点在右半***s***平面，则称该系统为非最小相位系统。

可以证明：非最小相位函数可以表示为最小相位函数与全通函数的乘积。

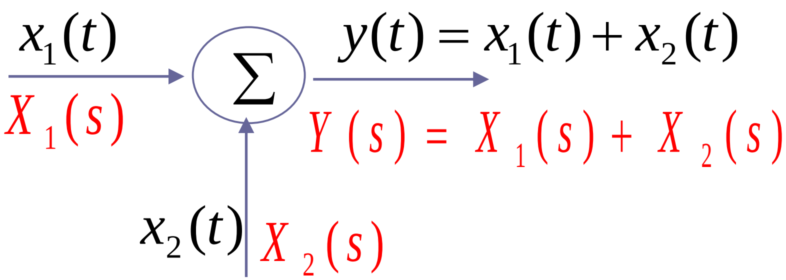
6.8 全通系统和最小相位系统



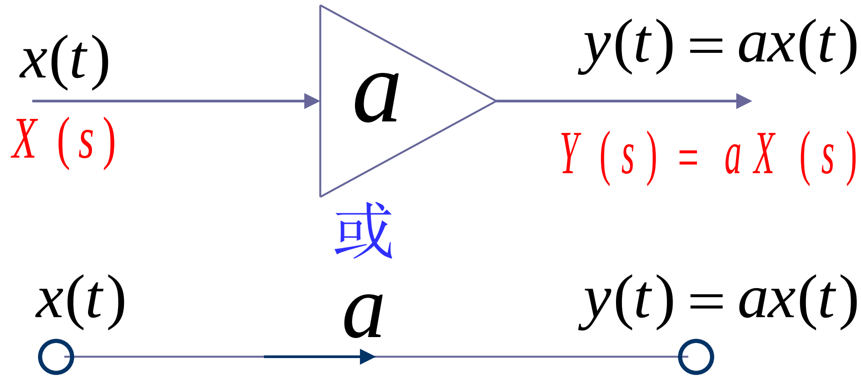
6.9 系统模拟及信号流图

6.9.1 系统的框图

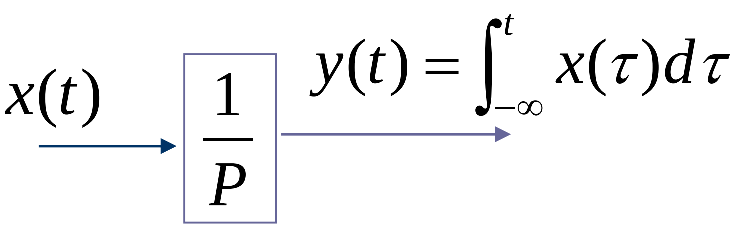
三种基本单元的方框图及运算功能



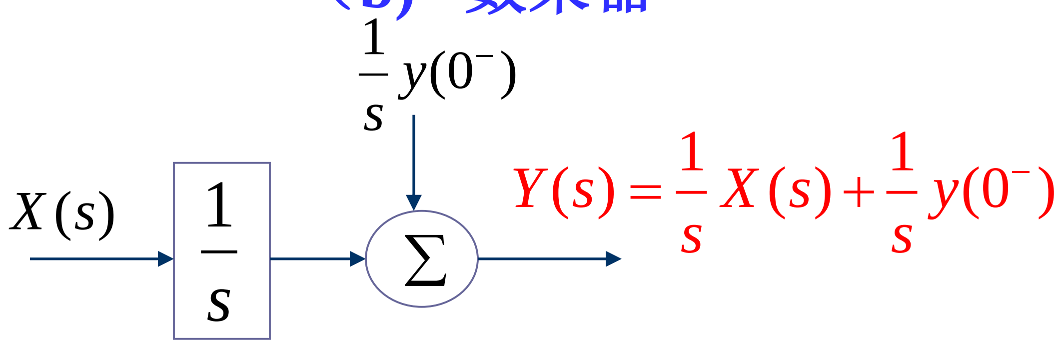
（a） 加法器



（b） 数乘器



(c) 积分器（时域表示）

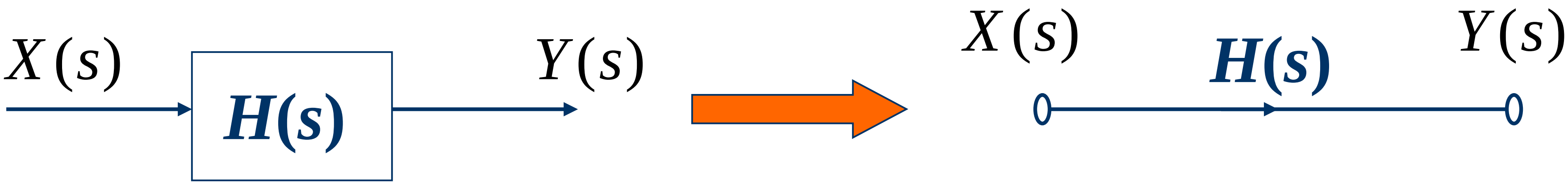


积分器（s域表示）

6.9.2 信号流图

（1） 信号流图的获得

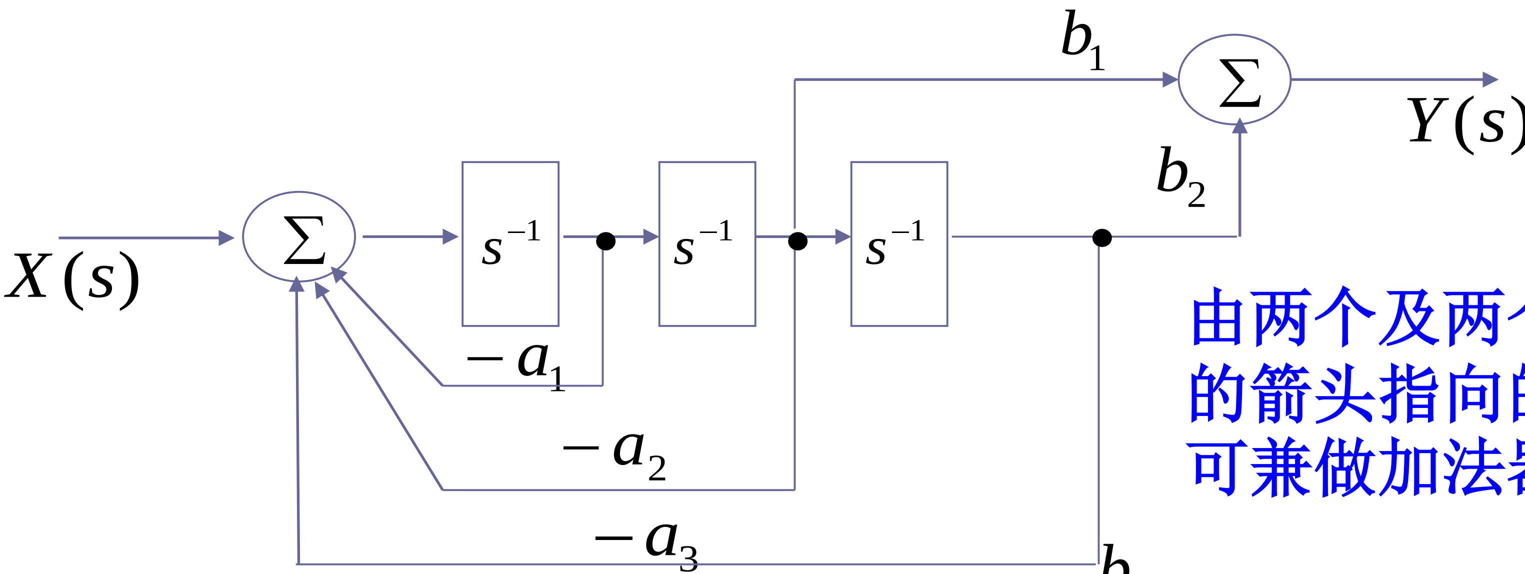
系统的信号流图，就是用一些点和线段来表示系统。



$$Y(s) = H(s)X(s)$$

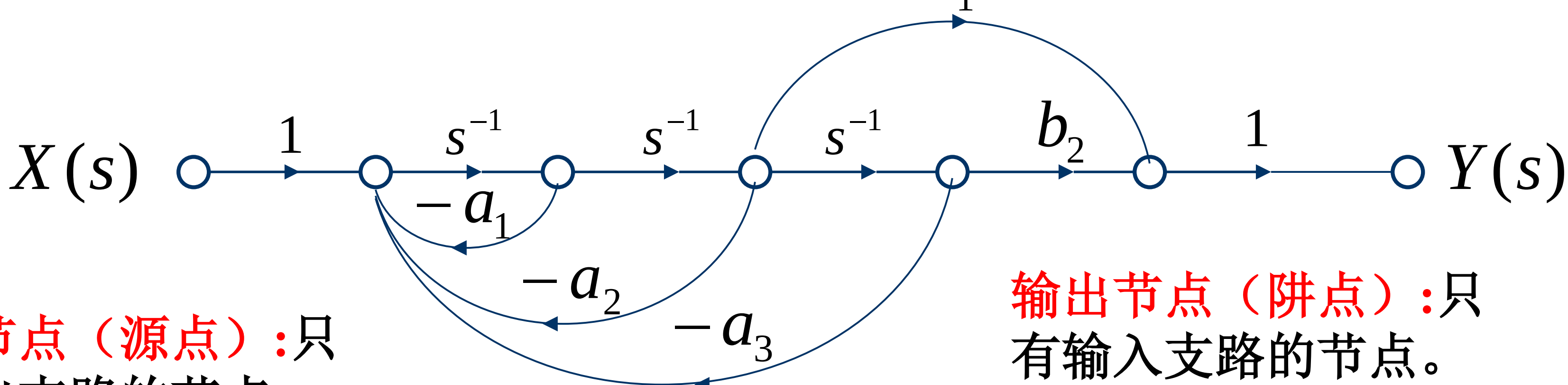
6.9.2 信号流图

例： 将下图所示系统的方框图转化成信号流图。



由两个及两个以上的箭头指向的节点可兼做加法器。

解：



输入节点（源点）:只有输出支路的节点。

输出节点（阱点）:只有输入支路的节点。

6.9.2 信号流图

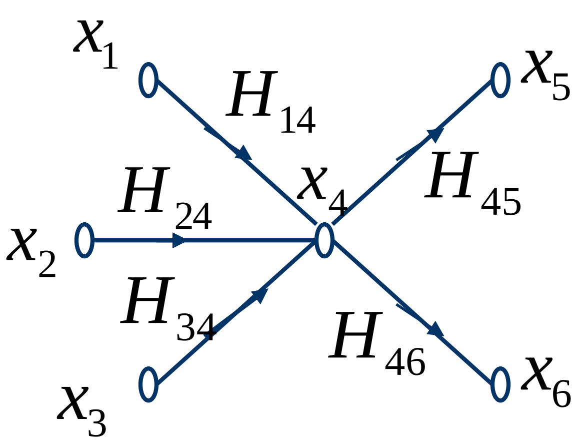
（2） 信号流图的性质

1.信号只能沿支路箭头方向传输，支路的输出是该支路输入与支路增益的乘积。

如：

$$Y(s)=H(s)X(s)$$

2.当节点有几个输入时，节点将所有输入支路的信号相加，并将其和传送给与该节点相连的输出节点。



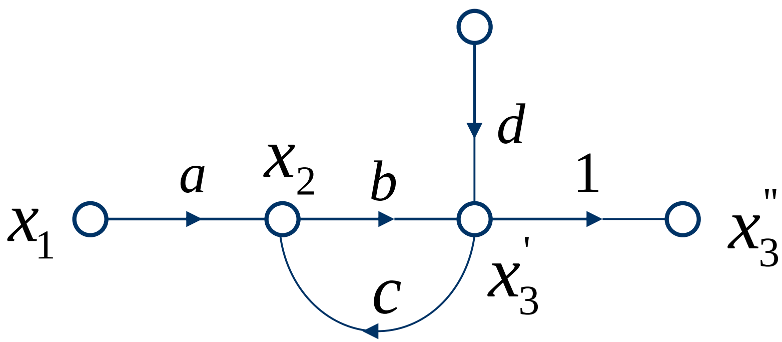
$$x_4=H_{14}x_1+H_{24}x_2+H_{34}x_3$$

$$x_5=H_{45}x_4$$

$$x_6=H_{46}x_4$$

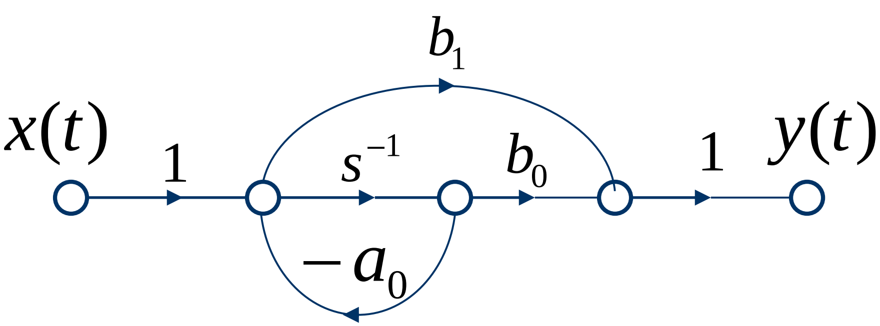
6.9.2 信号流图

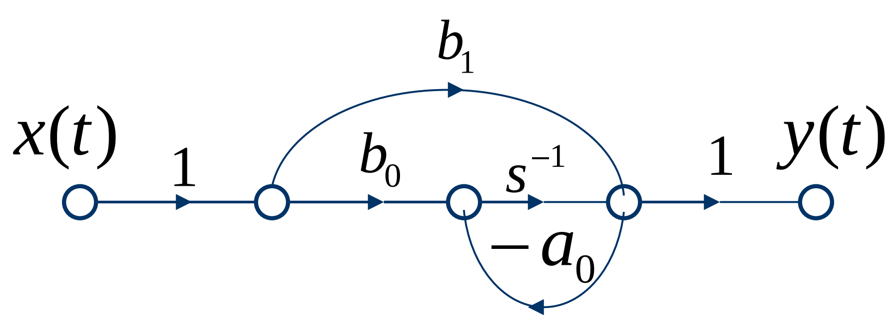
3.具有输入和输出支路的混合节点，通过增加一个具有单位传输增益的支路，可以将它变成输出节点。



4.给定系统，信号流图并不唯一。

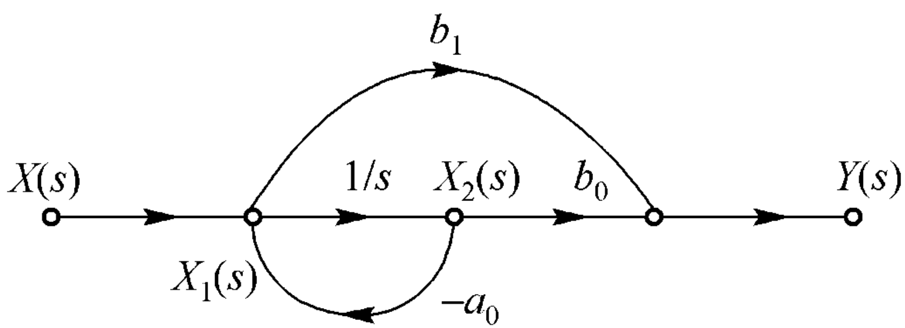
$$\frac{dy(t)}{dt}+a_0 y(t)=b_1\frac{dx(t)}{dt}+b_0 x(t)$$



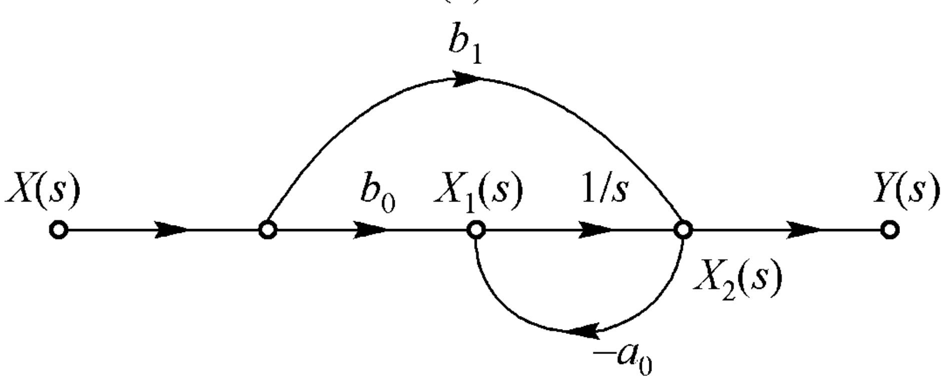


6.9.2 信号流图

5. 流图转置以后，其转移函数保持不变。



(a)



(b)

转移函数都是

$$H(s) = \frac{b_1 s + b_0}{s + a_0}$$

6.9.2 信号流图

（3）信号流图的梅森公式

梅森公式：
$$\boxed{H=\frac{1}{\Delta}\sum_{K}G_K\Delta_K \qquad (6.9-1)}$$

$$\Delta=1-\sum_{a}L_a+\sum_{b,c}L_bL_c-\sum_{d,e,f}L_dL_eL_f+\cdots$$ ----- 信号流图的特征行列式

$\sum_{a}L_a$ ----- 所有不同环路的增益之和；

$\sum_{b,c}L_bL_c$ ----- 所有两两互不接触环路的增益乘积之和；

$\sum_{d,e,f}L_dL_eL_f$ ----- 所有三个都互不接触环路的增益乘积之和

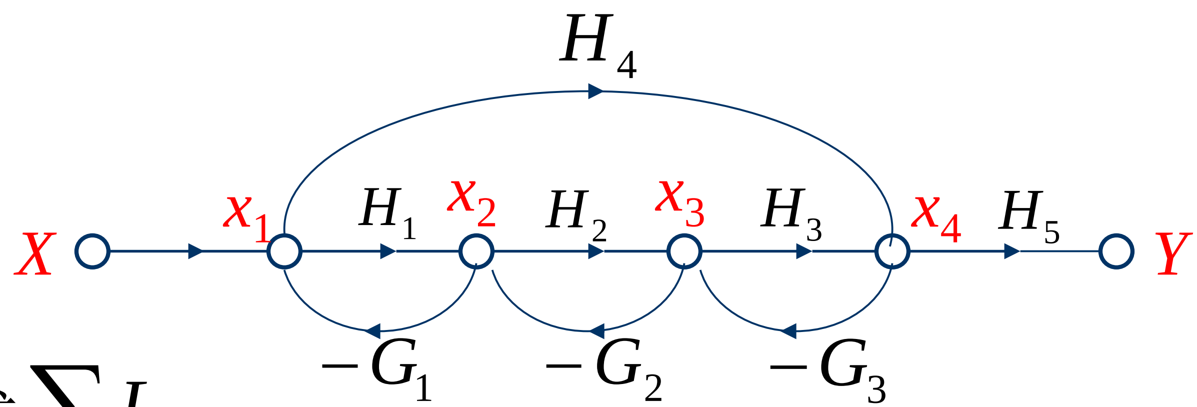
K ---- 由源点到阱点之间的第K条前向通路的标号；

G_K ----- 由源点到阱点之间的第K条前向通路的增益；

Δ_K ----- 第K条前向通路特征行列式的余因子，表示将第K条前向通路去掉以后，所剩流图的特征行列式。

6.9.2 信号流图

例6.9-1： 求下图所示流图的系统函数。



解： 求 $\sum_a L_a$

$$x_1 \to x_2 \to x_1 \text{ 环路：} L_1 = -G_1H_1$$

$$x_2 \to x_3 \to x_2 \text{ 环路：} L_2 = -G_2H_2$$

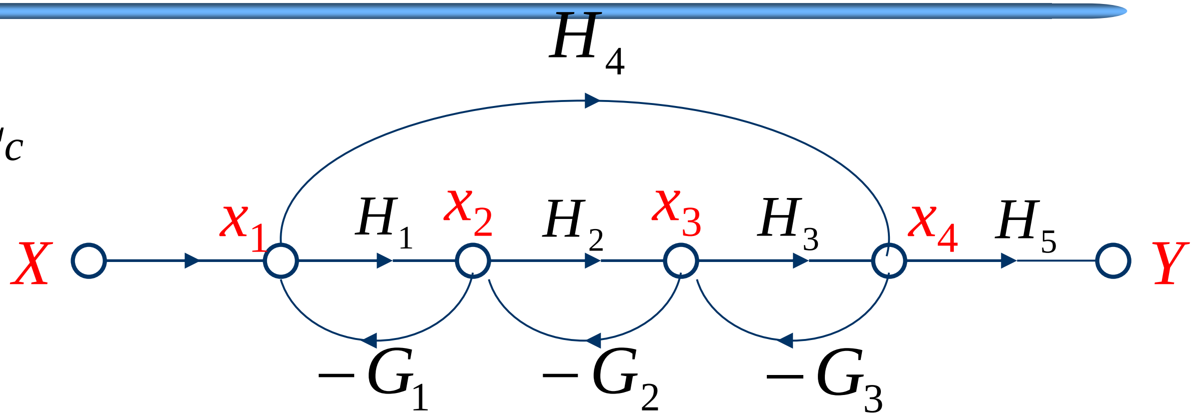
$$x_3 \to x_4 \to x_3 \text{ 环路：} L_3 = -G_3H_3$$

$$x_1 \to x_4 \to x_3 \to x_2 \to x_1 \text{ 环路：} L_4 = -G_1G_2G_3H_4$$

$$\sum_a L_a = -(G_1H_1 + G_2H_2 + G_3H_3 + G_1G_2G_3H_4)$$

6.9.2 信号流图

求 $\sum_{b,c} L_b L_c$



只有一对两两互不接触的环路: $x_1 \to x_2 \to x_1$ 与 $x_3 \to x_4 \to x_3$

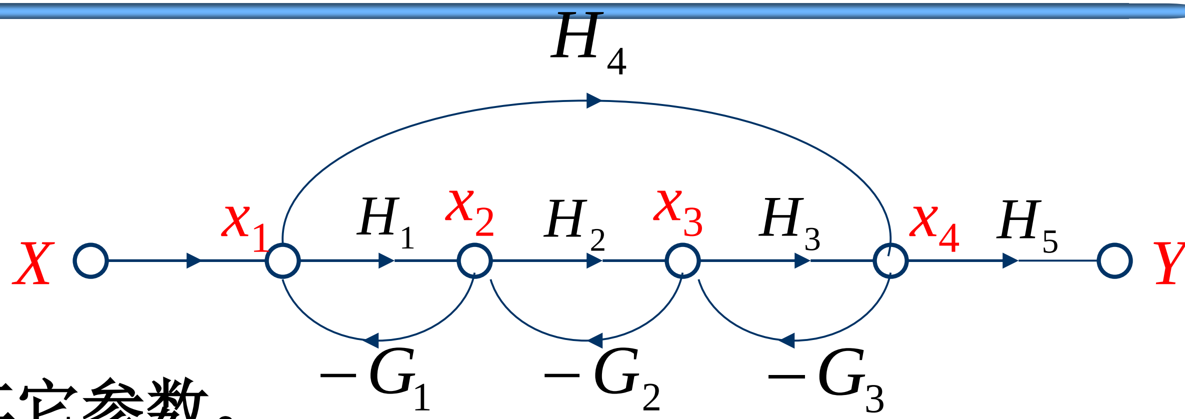
$L_1 L_3 = G_1 G_3 H_1 H_3$, 即 $\sum_{b,c} L_b L_c = G_1 G_3 H_1 H_3$

没有三个及三个以上都不接触的 环路，所以，

$$\Delta = 1 - \sum_a L_a + \sum_{b,c} L_b L_c$$

$$= 1 + (G_1 H_1 + G_2 H_2 + G_3 H_3 + G_1 G_2 G_3 H_4) + G_1 G_3 H_1 H_3$$

6.9.2 信号流图



再求其它参数。

第一条前向通路：$X \to x_1 \to x_2 \to x_3 \to x_4 \to Y$

$G_1 = H_1 H_2 H_3 H_5$，由于各环路都与该前向通路都接触，所以 $\Delta_1 = 1$

第二条前向通路：$X \to x_1 \to x_4 \to Y$

$G_2 = H_4 H_5$，　由于环路 $x_2 \to x_3 \to x_2$ 与该前向通路不接触，所以

$$\Delta_2 = 1 - \sum_a L_a = 1 + G_2 H_2$$

6.9.2 信号流图

$$\Delta = 1 + (G_1H_1 + G_2H_2 + G_3H_3 + G_1G_2G_3H_4) + G_1G_3H_1H_3$$

$$G_1 = H_1H_2H_3H_5, \qquad \Delta_1 = 1$$

$$G_2 = H_4H_5, \qquad \Delta_2 = 1 - \sum_a L_a = 1 + G_2H_2$$

$$\therefore\ H = \frac{1}{\Delta}\sum_K G_K\Delta_K = \frac{1}{\Delta}(G_1\Delta_1 + G_2\Delta_2)$$

$$= \frac{H_1H_2H_3H_5 + H_4H_5(1+G_2H_2)}{1 + G_1H_1 + G_2H_2 + G_3H_3 + G_1G_2G_3H_4 + G_1G_3H_1H_3}$$

6.9.3 系统模拟

1. 直接形式

设 $$\frac{d^2y(t)}{dt^2}+a_1\frac{dy(t)}{dt}+a_0y(t)=b_2\frac{d^2x(t)}{dt^2}+b_1\frac{dx(t)}{dt}+b_0x(t)$$

则系统函数为 $$H(s)=\frac{Y(s)}{X(s)}=\frac{b_2s^2+b_1s+b_0}{s^2+a_1s+a_0}=\frac{b_2+b_1s^{-1}+b_0s^{-2}}{1+a_1s^{-1}+a_0s^{-2}}$$

$$H(s)=\frac{Y(s)}{X(s)}=\frac{W(s)}{X(s)}\cdot\frac{Y(s)}{W(s)}=H_1(s)H_2(s)$$

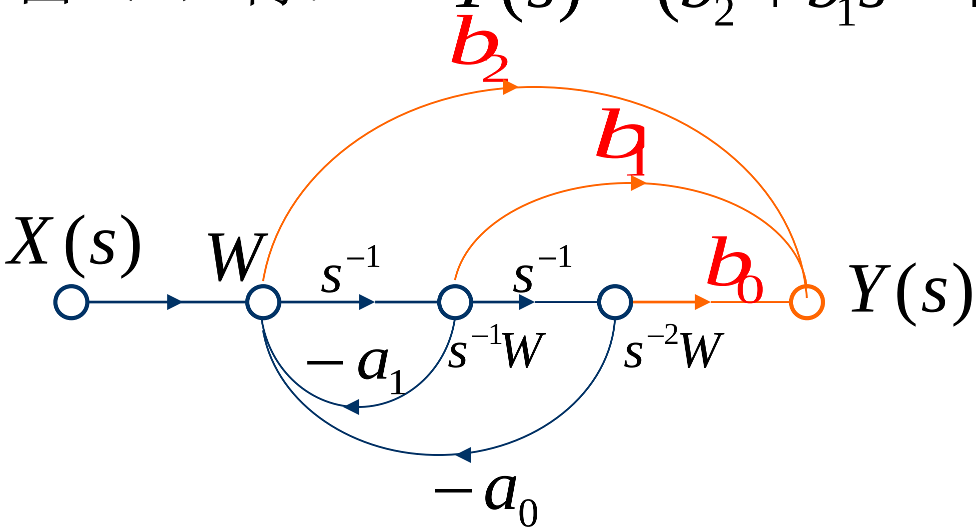
6.9.3 系统模拟

其中：$H_1(s)=\dfrac{W(s)}{X(s)}=\dfrac{1}{1+a_1s^{-1}+a_0s^{-2}}$ (1) ------ 取分母部分

$H_2(s)=\dfrac{Y(s)}{W(s)}=b_2+b_1s^{-1}+b_0s^{-2}$ (2) ------ 取分子部分

由（1）得： $W(s)=X(s)-a_1s^{-1}W(s)-a_0s^{-2}W(s)$ (3)

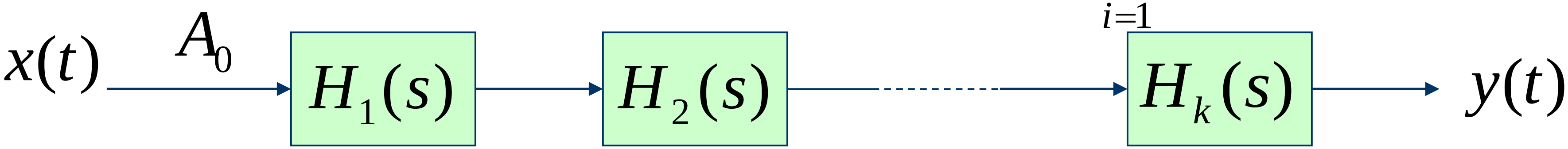
由（2）得： $Y(s)=(b_2+b_1s^{-1}+b_0s^{-2})W(s)$ (4)



$H(s)=\dfrac{b_2+b_1s^{-1}+b_0s^{-2}}{1+a_1s^{-1}+a_0s^{-2}}$

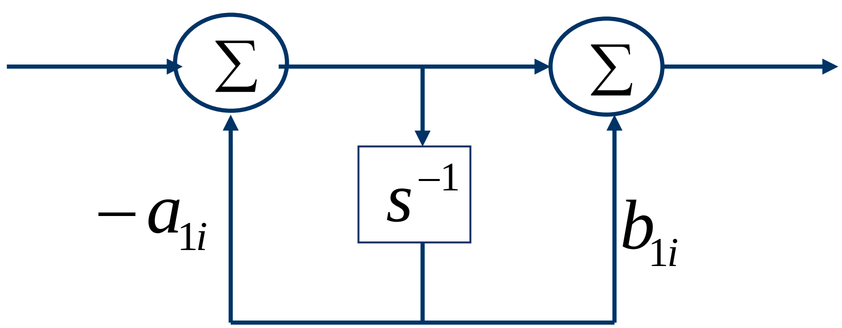
2. 级联形式（串联形式）

$$H(s)=A_0H_1(s)H_2(s)\cdots H_k(s)=A_0\prod_{i=1}^{k}H_i(s)$$

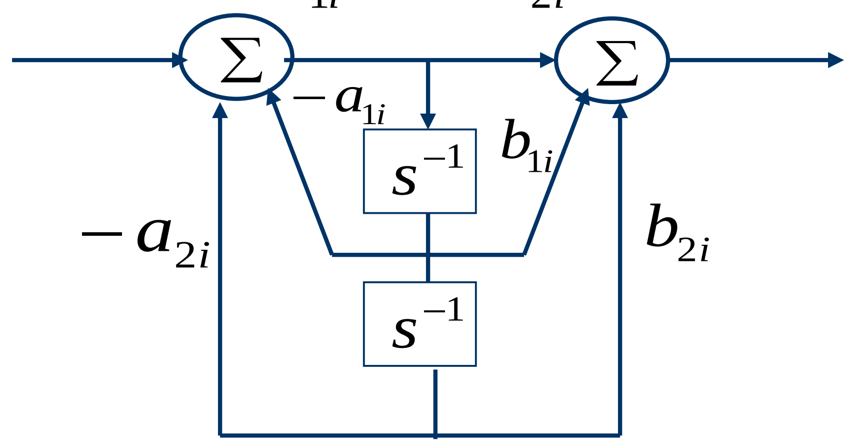


$$H_i(s)=\frac{1+b_{1i}s^{-1}}{1+a_{1i}s^{-1}}$$ 一阶节

$$H_i(s)=\frac{1+b_{1i}s^{-1}+b_{2i}s^{-2}}{1+a_{1i}s^{-1}+a_{2i}s^{-2}}$$ 二阶节



（一阶节）

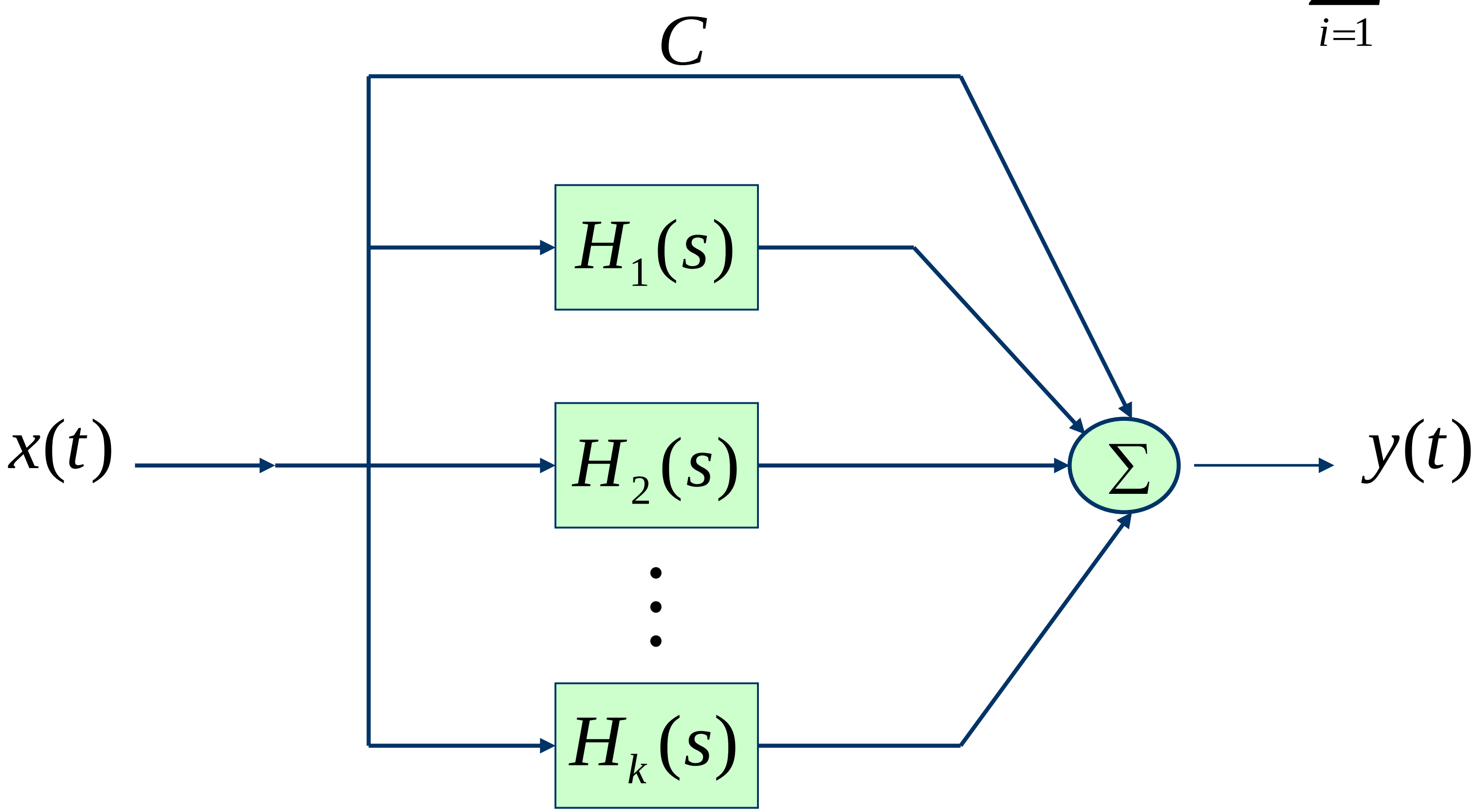


（二阶节）

6.9.3 系统模拟

3. 并联形式

$$H(s)=C+H_1(s)+H_2(s)+\cdots+H_k(s)=C+\sum_{i=1}^{k}H_i(s)$$

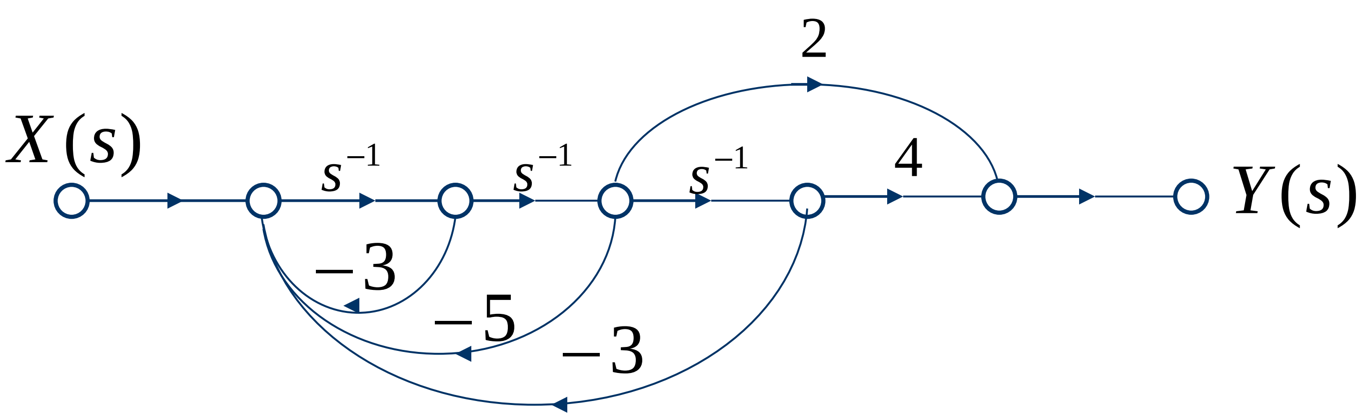


6.9.3 系统模拟

例6.9-2： 已知 $H(s)=\dfrac{2s+4}{s^3+3s^2+5s+3}$ 试分别用直接形式、级联形式和并联形式模拟此系统。

解：（1）直接形式

$$H(s)=\frac{2s^{-2}+4s^{-3}}{1+3s^{-1}+5s^{-2}+3s^{-3}}$$



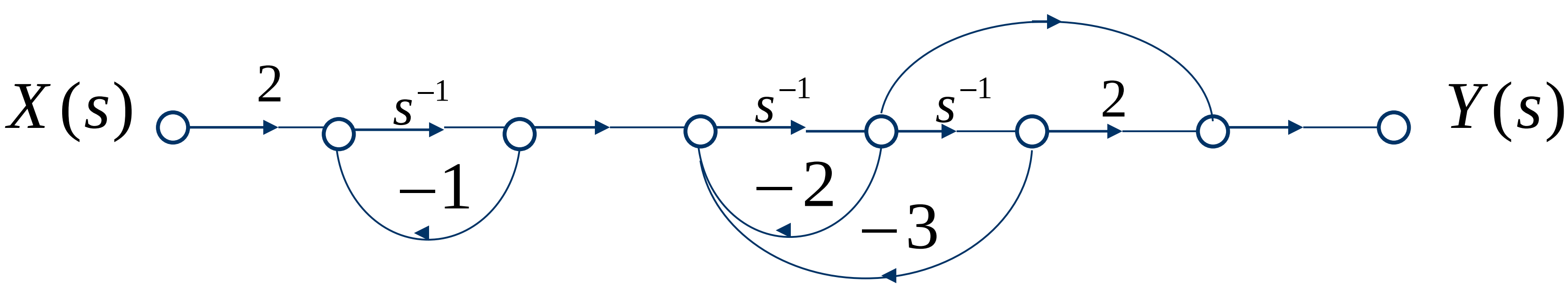
6.9.3 系统模拟

（2）级联形式

$$H(s)=\frac{2s+4}{s^3+3s^2+5s+3}=\frac{2(s+2)}{(s+1)(s^2+2s+3)}$$

$$H_1(s)=\frac{2}{s+1}=\frac{2s^{-1}}{1+s^{-1}}$$

$$H_2(s)=\frac{s+2}{s^2+2s+3}=\frac{s^{-1}+2s^{-2}}{1+2s^{-1}+3s^{-2}}$$

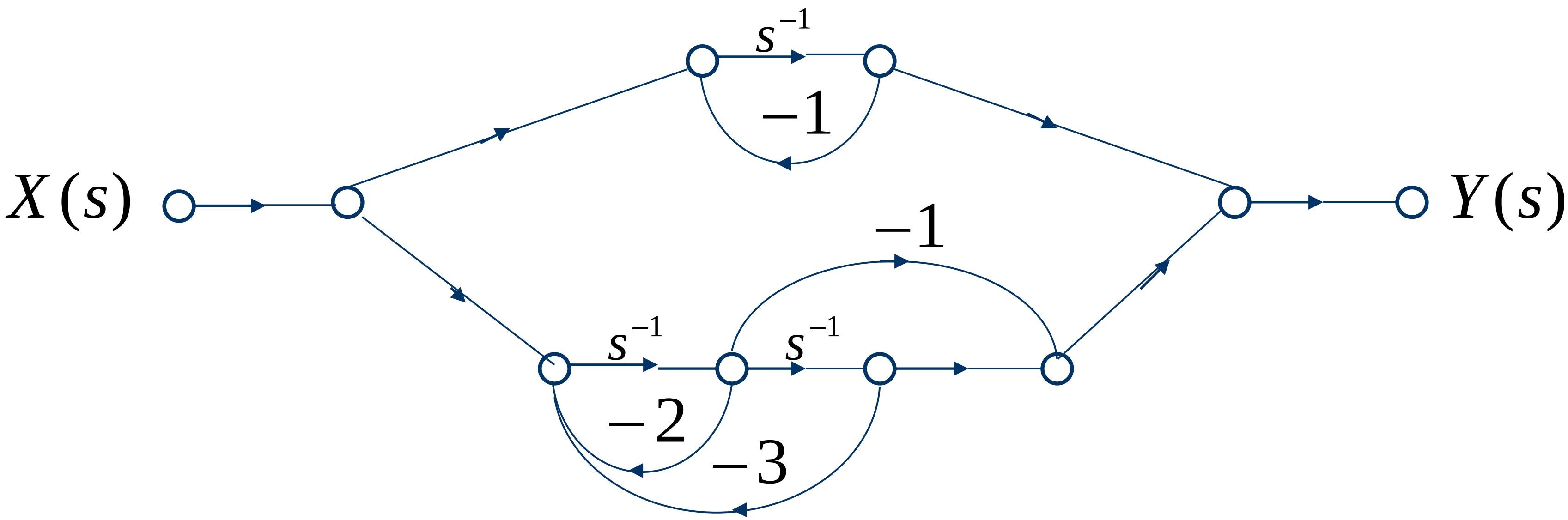


6.9.3 系统模拟

（3）并联形式

$$H(s)=\frac{2s+4}{(s+1)(s^2+2s+3)}=\frac{1}{s+1}+\frac{-s+1}{s^2+2s+3}$$

$$H_1(s)=\frac{1}{s+1}=\frac{s^{-1}}{1+s^{-1}},\qquad H_2(s)=\frac{-s+1}{s^2+2s+3}=\frac{-s^{-1}+s^{-2}}{1+2s^{-1}+3s^{-2}}$$



6.9.3 系统模拟

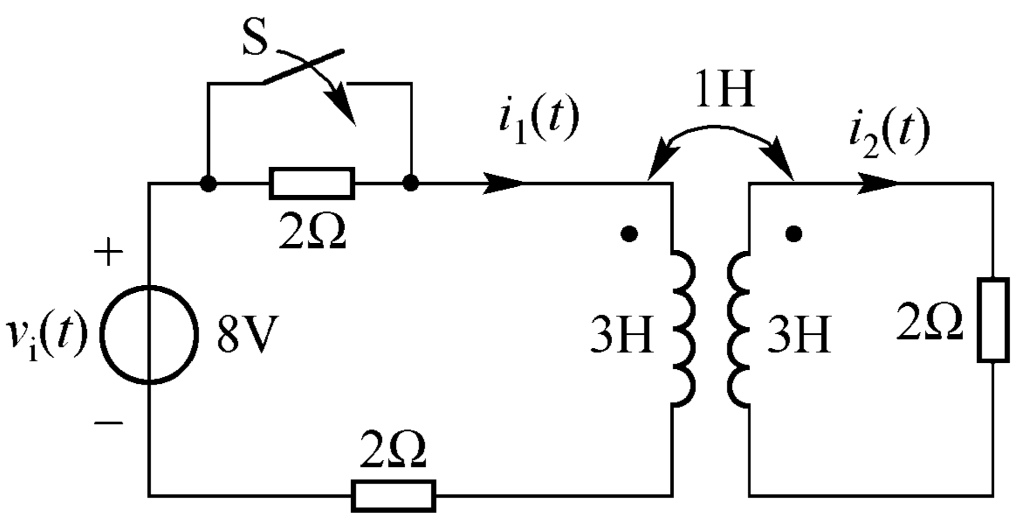
例6.9-3 电路如下图所示，当$t<0$时，S打开，电路已达稳定。当$t=0$时，闭合S。当$t>0$后，求：

（1）电流 $i_2(t)$ 的零输入响应和零状态响应；

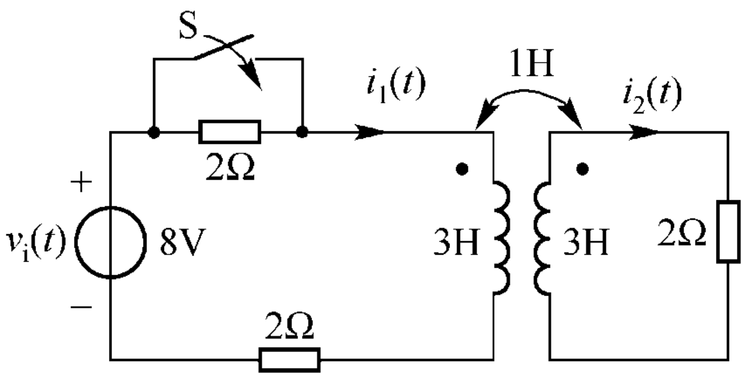
（2）系统函数 $H(s)=I_2(s)/V_i(s)$

（3）画出系统零极点图和幅频特性曲线；

（4）画出系统并联结构的方框图或信号流图。

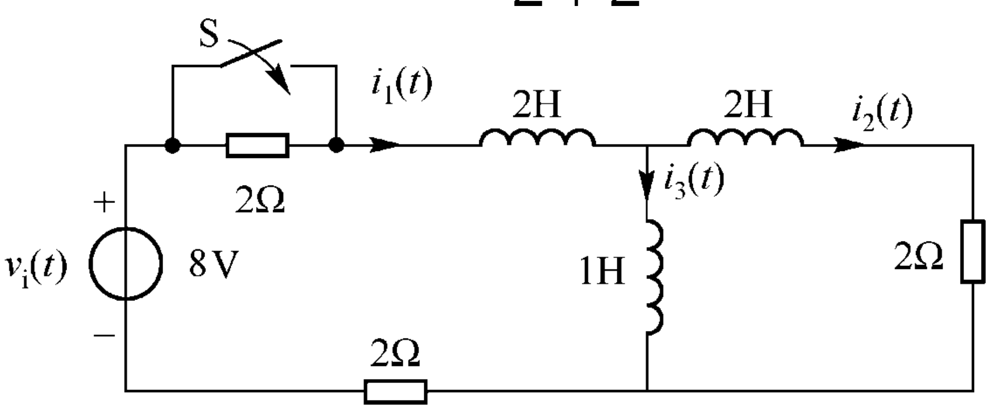


6.9.3 系统模拟

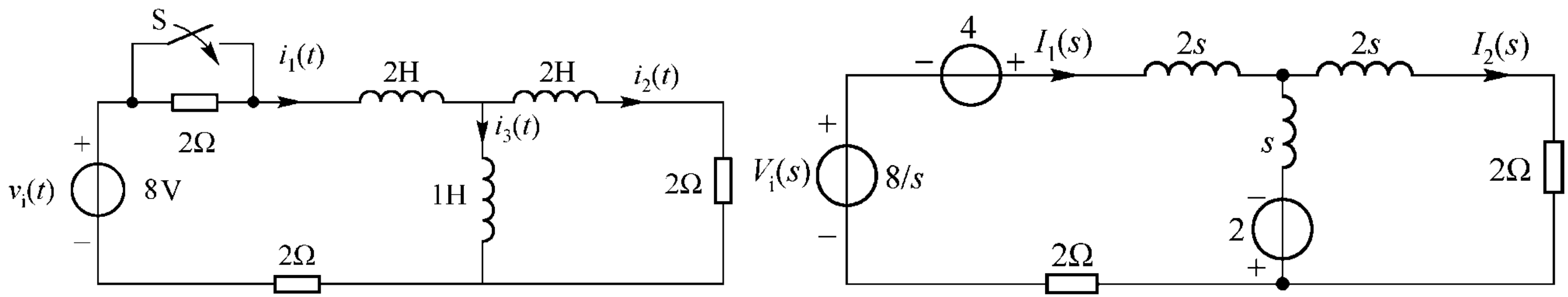


解：（1）图示电路的去耦等效电路如下所示。当$t<0$时，电路已达稳定，则各电流的起始值为

$$i_1(0^-)=i_3(0^-)=\frac{8}{2+2}=2\text{A} \qquad i_2(0^-)=0$$



6.9.3 系统模拟



根据电路的s域模型，可以得到下列方程组

$$\begin{cases}(3s+2)I_1(s)-sI_2(s)=V_i(s)+4+2\\ -sI_1(s)+(3s+2)I_2(s)=-2\end{cases}$$

$$I_2(s)=\frac{\begin{vmatrix}3s+2 & V_i(s)+6\\ -s & -2\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}3s+2 & -s\\ -s & 3s+2\end{vmatrix}}=\frac{sV_i(s)-4}{8s^2+12s+4}$$

6.9.3 系统模拟

$$I_2(s)=\frac{sV_{\mathrm{i}}(s)-4}{8s^2+12s+4}$$

$$I_{2\mathrm{zi}}(s)=\frac{-4}{8s^2+12s+4}=\frac{-1}{(2s+1)(s+1)}=\frac{1}{s+1}-\frac{1}{s+0.5}$$

$$i_{2\mathrm{zi}}(t)=\mathrm{e}^{-t}-\mathrm{e}^{-0.5t}\qquad t\geq 0$$

$$I_{2\mathrm{zs}}(s)=\frac{sV_{\mathrm{i}}(s)}{8s^2+12s+4}=\frac{8}{4(2s+1)(s+1)}=\frac{-2}{s+1}+\frac{2}{s+0.5}$$

$$i_{2\mathrm{zs}}(t)=2\mathrm{e}^{-0.5t}-2\mathrm{e}^{-t}\qquad t\geq 0$$

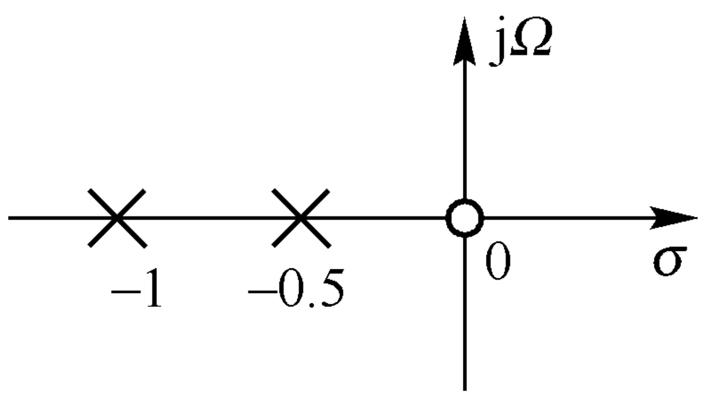
6.9.3 系统模拟

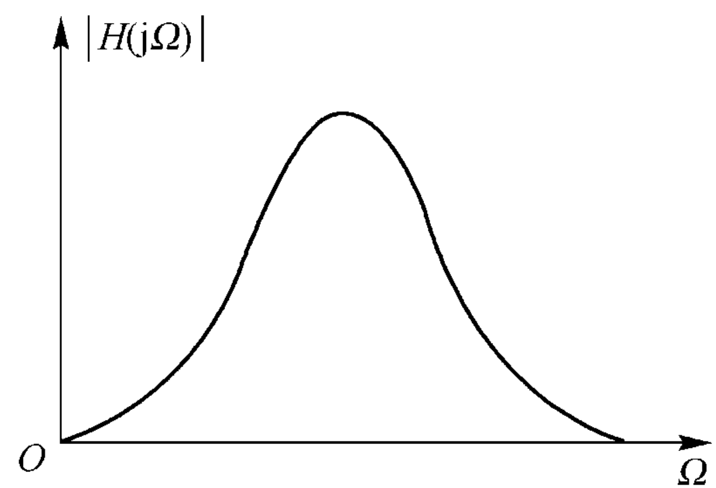
$$I_2(s)=\frac{sV_{\mathrm{i}}(s)-4}{8s^2+12s+4}$$

（2）系统函数

$$H(s)=\frac{I_{2\mathrm{zs}}(s)}{V_{\mathrm{i}}(s)}=\frac{s}{8s^2+12s+4}=\frac{s}{8(s+1)(s+0.5)}$$

（3）系统函数的零、极点分布图和幅频特性



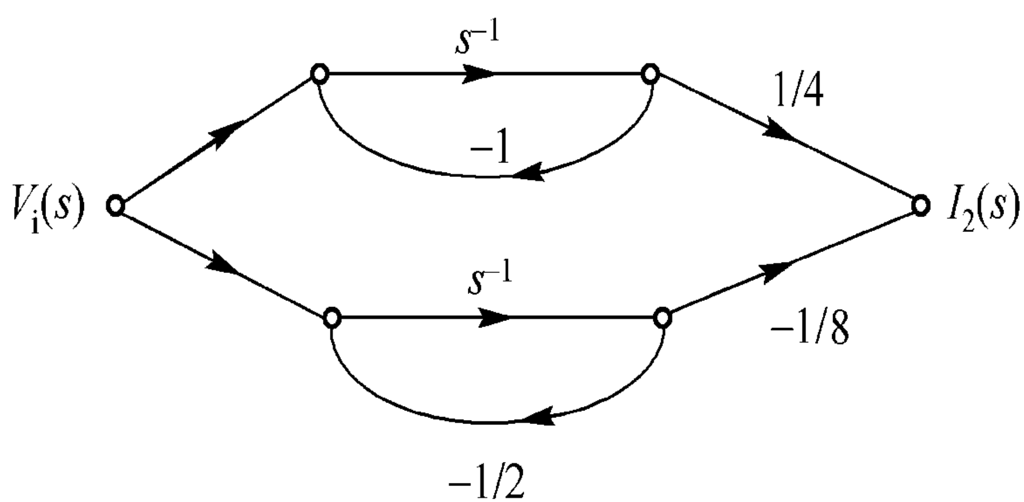


6.9.3 系统模拟

（4）

$$H(s)=\frac{s}{8(s+1)\left(s+\frac{1}{2}\right)}=\frac{1}{4(s+1)}-\frac{1}{8\left(s+\frac{1}{2}\right)}=\frac{s^{-1}}{4(1+s^{-1})}-\frac{s^{-1}}{8\left(1+\frac{1}{2}s^{-1}\right)}$$

系统并联结构的信号流图如图所示。



6.10 系统的稳定性

6.10.1 稳定系统的定义

对于有界激励信号产生有界响应的系统称为稳定系统。

即：对于$|x(t)| \le M_x$，则$|y(t)| \le M_y$，其中，M_x，M_y均为有限正数。

6.10.2 系统稳定的条件

1. 时域的稳定的条件

$$\boxed{\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)| dt \le M}$$

M：有限正数

或：$\lim\limits_{t\to\infty} h(t) = 0$，且 $|h(t)| < \infty \quad 0 < t < \infty$

2. *s*域的稳定的条件--------*H*(*s*)的全部极点都落于左半*s*平面。

6.10.2 系统稳定的条件

从稳定性考虑，系统可划分为下述三类系统：

（1）稳定系统 -------- $H(s)$的全部极点在左半s平面。

（2）不稳定系统 -------- $H(s)$有极点在右半s平面，或在虚轴上具有二阶或二阶以上的极点。

（3）边界稳定系统 -------- $H(s)$有一阶极点在s平面的虚轴上，其它极点都在左半s平面。

为使分类简化，可以把边界稳定系统也归为稳定系统。

判断$H(s)$的极点是否全部位于左半s平面，可以利用劳斯准则（参见附录D）。

6.10.2 系统稳定的条件

对于一阶、二阶系统，系统稳定的充要条件为：

$H(s)$分母多项式$A(s)$的系数 a_i 满足

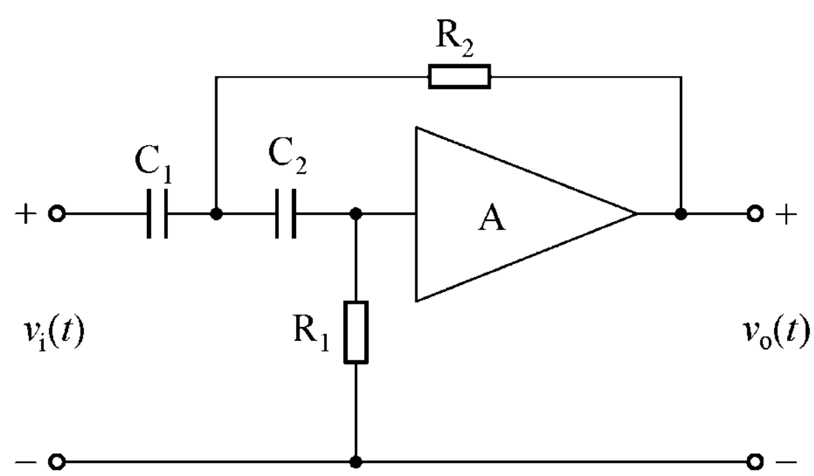
$$\boxed{a_i \geq 0, \quad i = 0,1,2}$$

（取等号表示边界稳定）

例6.10-1 已知图示的运算放大器的电压传输系数为*A*，假定其输入阻抗等于无限大，输出阻抗等于零。

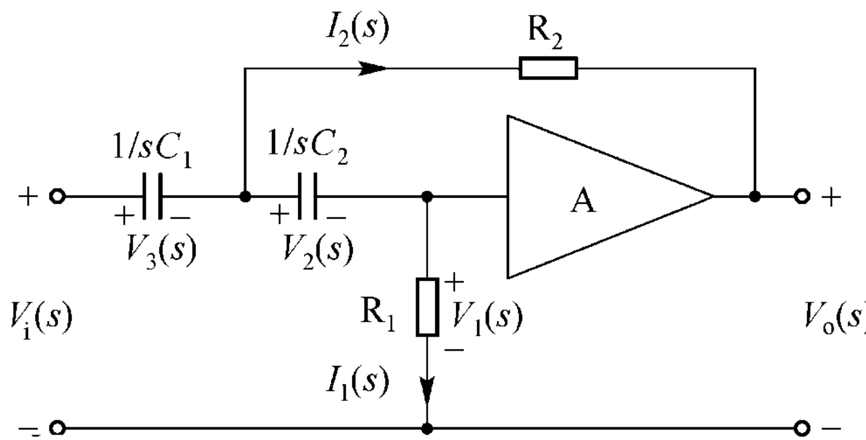
（1）求系统函数 $H(s) = \dfrac{V_o(s)}{V_i(s)}$

（2）要使系统稳定，则电压传输系数*A*应满足怎样的条件？



6.10.2 系统稳定的条件

解: (1)画出该电路的s域模型



$$V_1(s)=\frac{V_0(s)}{A}\qquad I_1(s)=\frac{V_o(s)}{AR_1}$$

电容C_2两端的电压的像函数为:

$$V_2(s)=\frac{1}{sC_2}I_1(s)=\frac{V_o(s)}{AsR_1C_2}$$

流过电阻R_2的电流的像函数为:

$$I_2(s)=\frac{V_1(s)+V_2(s)-V_o(s)}{R_2}=\frac{V_o(s)}{AsR_1R_2C_2}[(1-A)sR_1C_2+1]$$

电容C_1两端的电压的像函数为:

$$V_3(s)=\frac{1}{sC_1}[I_1(s)+I_2(s)]=\frac{V_o(s)}{As^2R_1R_2C_1C_2}[sR_2C_2+(1-A)sR_1C_2+1]$$

6.10.2 系统稳定的条件

因为 $V_1(s)+V_2(s)+V_3(s)=V_i(s)$

$$\frac{V_o(s)}{A}+\frac{V_o(s)}{AsR_1C_2}+\frac{V_o(s)}{As^2R_1R_2C_1C_2}[sR_2C_2+(1-A)sR_1C_2+1]=V_i(s)$$

$$H(s)=\frac{V_o(s)}{V_i(s)}=\frac{As^2}{s^2+\left[\frac{C_1+C_2}{R_1C_1C_2}+\frac{1-A}{R_2C_1}\right]s+\frac{1}{R_1R_2C_1C_2}}$$

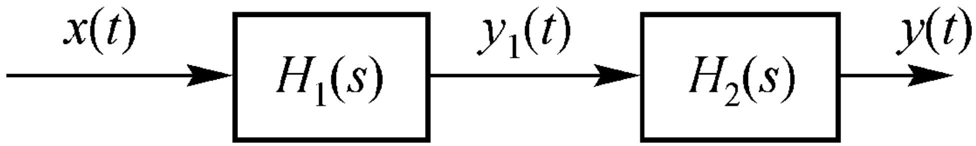
（2）为使此系统稳定，***H*(*s*)**的极点应落于左半**s**平面，

$$\frac{C_1+C_2}{R_1C_1C_2}+\frac{1-A}{R_2C_1}\geq 0$$ （取等号为边界稳定）

$$A\leq 1+\frac{R_2}{R_1}+\frac{R_2C_1}{R_1C_2}$$ 系统稳定

6.10.2 系统稳定的条件

例6.10-2 已知连续系统由两个子系统级联而成，如图所示，若描述两个子系统的微分方程分别为



$$\frac{\mathrm{d}y_1(t)}{\mathrm{d}t}+y_1(t)=\frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t}-2x(t)$$

$$\frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t}+2y(t)=y_1(t)$$

（1）求每个子系统的系统函数$H_1(s)$, $H_2(s)$及整个系统的单位冲激响应h(t)；

（2）画出系统的零极点图，判断系统的稳定性，并粗略画出总系统H(s)的幅频特性曲线；

（3）画出整个系统的直接型信号流图。

6.10.2 系统稳定的条件

解：（1）分别对两个子系统的微分方程的两边求拉氏变换（设系统起始条件为零）。

$$sY_1(s)+Y_1(s)=sX(s)-2X(s)$$

$$sY(s)+2Y(s)=Y_1(s)$$

$$H_1(s)=\frac{Y_1(s)}{X(s)}=\frac{s-2}{s+1} \qquad H_2(s)=\frac{Y(s)}{Y_1(s)}=\frac{1}{s+2}$$

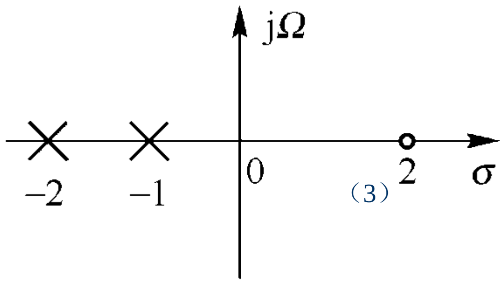
总系统的系统函数为:

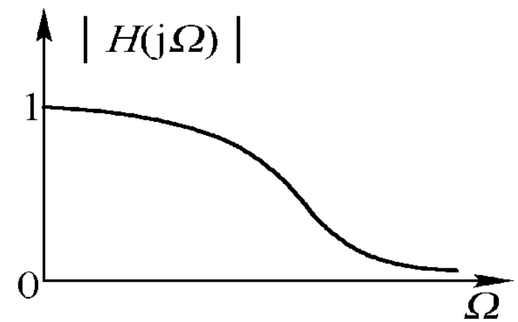
$$H(s)=H_1(s)H_2(s)=\frac{s-2}{(s+1)(s+2)}=\frac{4}{s+2}-\frac{3}{s+1}$$

单位冲激响应为： $h(t)=4\mathrm{e}^{-2t}-3\mathrm{e}^{-t} \quad t\geq 0$

6.10.2 系统稳定的条件

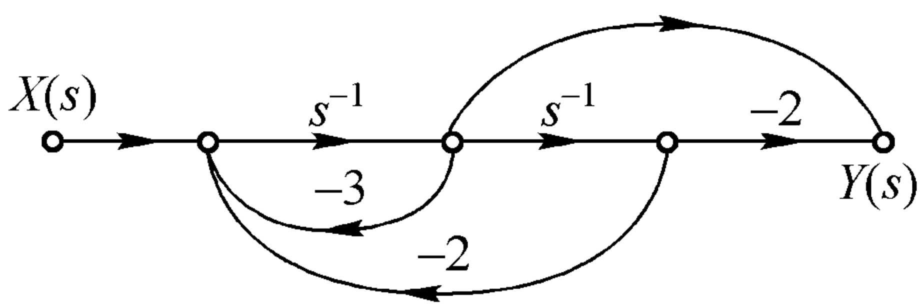
（2）系统的零、极点分别为 $z_1 = 2,\quad p_1 = -1,\quad p_2 = -2$ 如图所示。幅频特性曲线如图所示。





（3） $$H(s) = \frac{s-2}{(s+1)(s+2)} = \frac{s-2}{s^2+3s+2} = \frac{s^{-1}-2s^{-2}}{1+3s^{-1}+2s^{-2}}$$

根据上式可画出系统直接型信号流图，如图所示。



6.11 MATLAB在连续系统复频域分析中的应用

例6.11-1 已知连续时间系统的系统函数为：

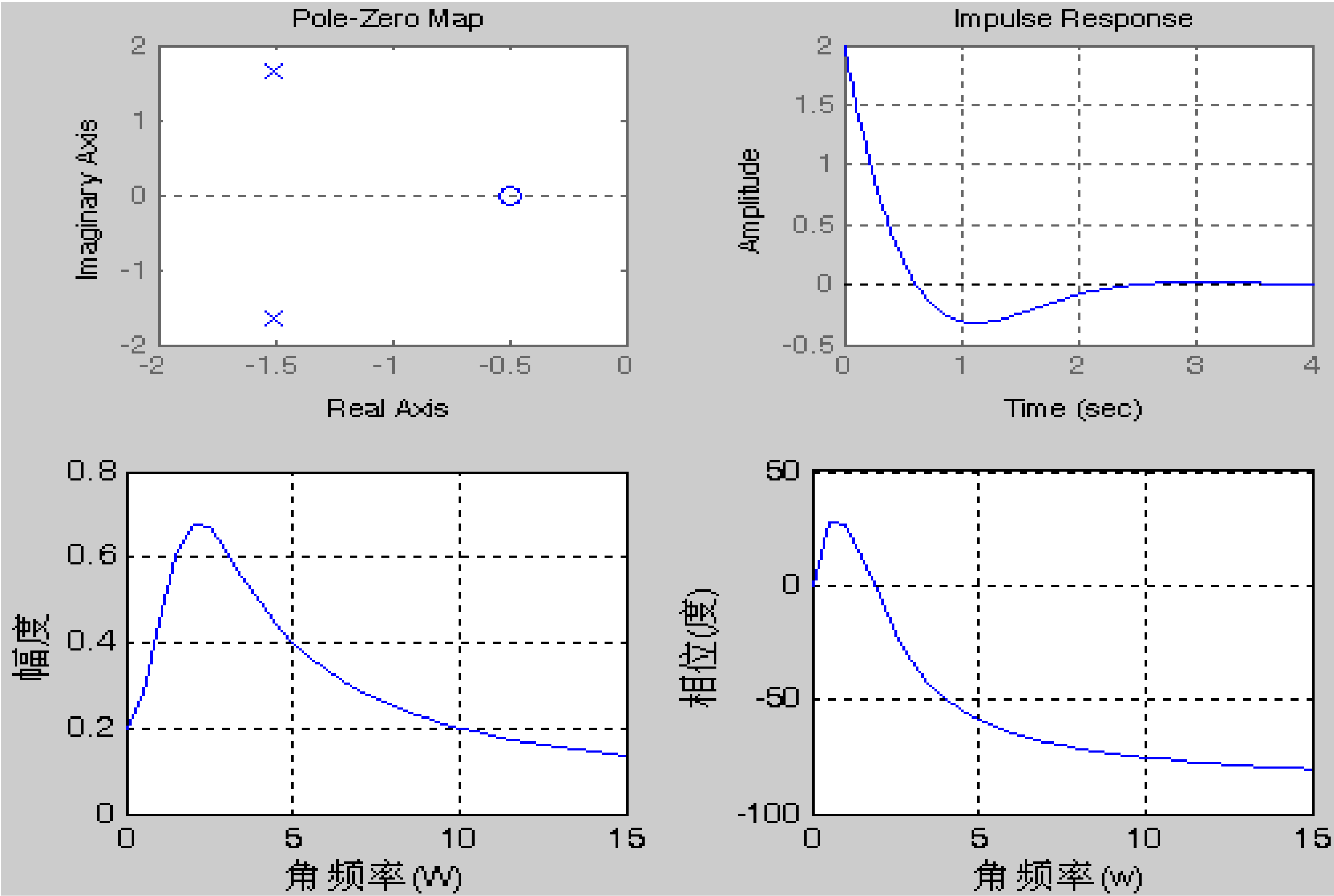
$$H(s)=\frac{2s+1}{s^2+3s+5}$$

用MATLAB绘制其零、极点图，对应的冲激响应h(t)的波形，以及系统的幅频特性和相频特性曲线。

解：

```
num=[2 1];den=[1 3 5];                %系统函数的分子与分母多项式
sys=tf(num,den);w=0:0.5:15;           %w=0:0.5:15，系统频响特性的频率范
subplot(2,2,1);pzmap(sys);            %绘制零极点图
subplot(2,2,2);impulse(sys);grid;      %绘制冲激响应波形
[h,w]=freqs(num,den,w);               %求系统响应函数H(jw)
h1=abs(h);  h2=angle(h);              %求幅频特性和相频特性
subplot(2,2,3);plot(w,h1);grid; xlabel('角频率(W)');ylabel('幅度');
subplot(2,2,4);plot(w,h2*180/pi);grid; xlabel('角频率(w)');ylabel('相位(度)');
```

6.11 MATLAB在连续系统复频域分析中的应用



6.11 MATLAB在连续系统复频域分析中的应用

例 6.11-3　已知连续系统的极点位置为 $p_1=-2+\mathrm{j}3$， $p_2=-2-\mathrm{j}3$，四个不同的零点位置如下所示：

（1） $z_1=1$， $z_2=-2$　　　（2） $z_1=-1$， $z_2=-2$

（3） $z_1=-1$， $z_2=2$　　　（4） $z_1=1$， $z_2=2$

绘制不同系统的相频特性，观察不同系统的相频特性，可以得出什么结论？

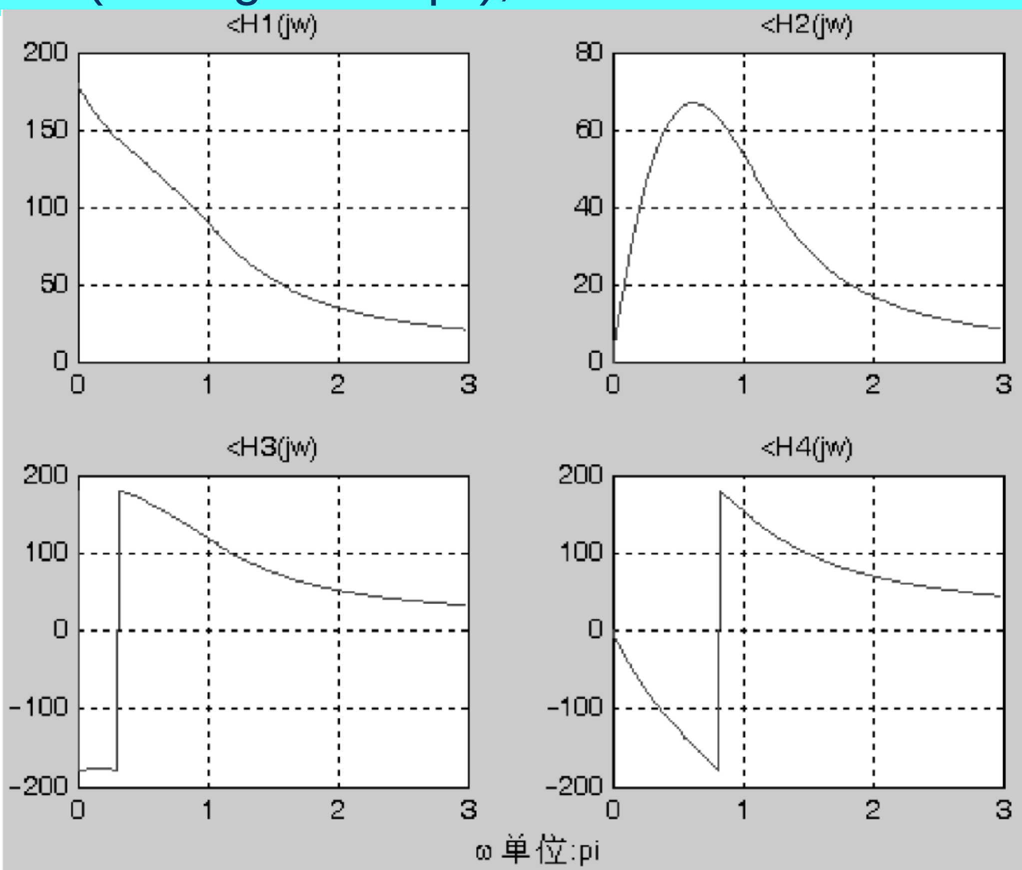
解：根据系统的零极点位置，可以得到四个系统的系统函数如下：

$$H_1(s)=\frac{s^2+s-2}{s^2+4s+13} \qquad H_2(s)=\frac{s^2+3s+2}{s^2+4s+13}$$

$$H_3(s)=\frac{s^2-s-2}{s^2+4s+13} \qquad H_4(s)=\frac{s^2-3s+2}{s^2+4s+13}$$

6.11 MATLAB在连续系统复频域分析中的应用

```
den=[1 4 13];num1=[1 1 -2];num2=[1 3 2]; num3=[1 -1 -2];
num4=[1 -3 2];w=0:0.05:3*pi;
[h1,w]=freqs(num1,den,w); subplot(2,2,1);
plot(w/pi,angle(h1)*180/pi);grid;title('<H1(jw)');
xlabel('\omega 单位:pi');
```



观察系统的相频特性可以得出：系统$H_2(s)$的相位差最小，其原因是系统$H_2(s)$的零极点均在s左半平面，这样的系统是最小相位系统。

6.11 MATLAB在连续系统复频域分析中的应用

例6.11-4 用MATLAB绘制矩形脉冲 $f(t)=u(t)-u(t-2)$ 的拉普拉斯变换的幅度曲面图，以及该信号的傅里叶变换的幅度谱曲线。

解：上述信号的拉普拉斯变换和傅里叶变换为

$$F(s)=(1-\mathrm{e}^{-2s})/s,\quad F(\mathrm{j}\Omega)=2\mathrm{Sa}(\Omega)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\Omega}$$

为了观察和分析信号的拉普拉斯变换随复变量s的变化关系，可以将写成模和辐角的形式，

$$|F(s)|\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi(s)}$$

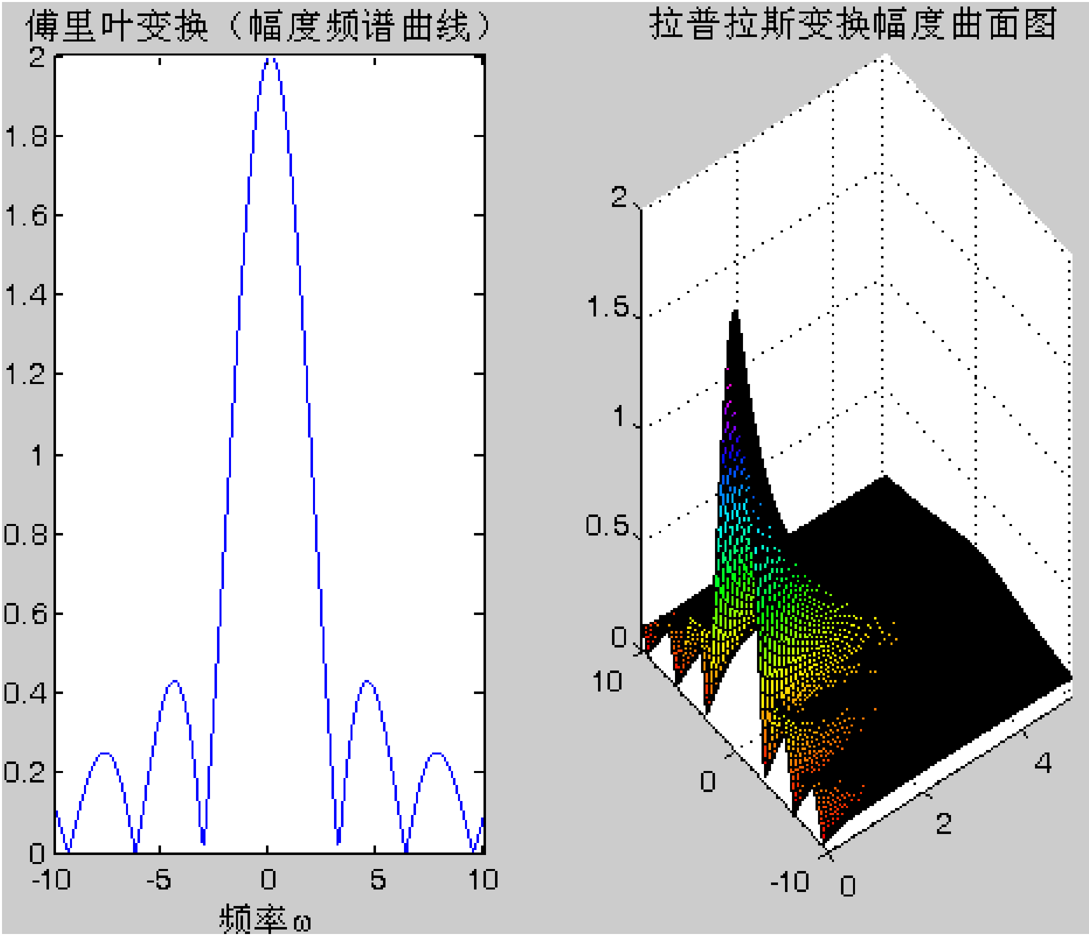
$|F(s)|$ 随复变量s变化的曲面图称为幅度曲面图，

$\varphi(s)$ 随复变量s变化的曲面图称为相位曲面图。

6.11 MATLAB在连续系统复频域分析中的应用

```
%绘制矩形时间信号傅里叶变换曲线
w=-10:0.03:10;Fw=(2*sin(w).*exp(i*w))./w;     %确定频率范围,计算傅里叶变换
subplot(121);plot(w,abs(Fw));xlabel('频率\omega'); %绘制信号幅度频谱曲线
title('傅里叶变换(幅度频谱曲线)');
%绘制单边矩形脉冲信号拉普拉斯变换幅度曲面图
x=-0:0.07:5;y=-10:0.07:10;         %定义绘制曲面图的横坐标和纵坐标范围
[x,y]=meshgrid(x,y);               %产生等间隔取样点
z=x+i*y;                           %确定绘图区域
z=abs((1-exp(-2*z))./z);           %求拉普拉斯变换的幅度
subplot(122);mesh(x,y,z);          %绘制曲面图
surf(x,y,z);                       %绘制三维阴影曲面
axis([-0,5, -10,10,0,2]);title('拉普拉斯变换幅度曲面图');
```

6.11 MATLAB在连续系统复频域分析中的应用



傅里叶变换的幅度谱曲线就是拉普拉斯变换幅度曲面图在 $\sigma = 0$ 的切面。

本章小结

1. 连续信号的拉氏变换：意义，性质

   及其与傅氏变换的关系

2. 拉氏逆变换的求解

3. 系统函数的意义、求解及应用，

   系统零极点的意义

4. 系统频响特性的意义，

   根据系统的零极点图判断系统的频响特性

5. 系统框图及系统模拟（信号流图）

6. 系统的稳定性