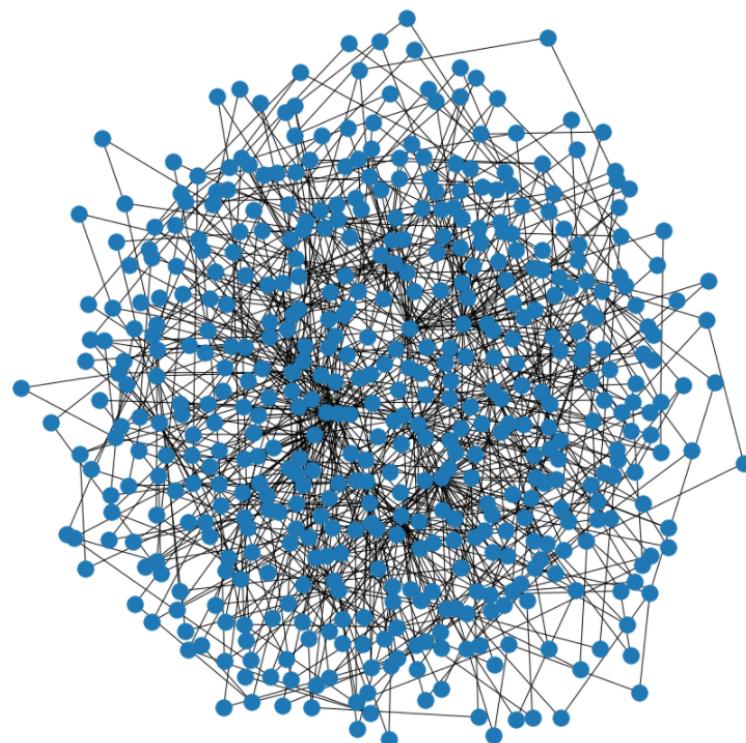


UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID
FACULTAD DE INFORMÁTICA
ANÁLISIS DE REDES SOCIALES



**ANÁLISIS DE MODELOS DE
REDES**
PRÁCTICA 2

Belén García Puente
Ela Katherine Shepherd Arévalo
Víctor Santamaría Gredilla

1. Introducción	3
2. Erdos-Renyi	4
2.1 Definición	4
2.2 Generación de redes	7
2.2.1 Red de 500 nodos, fase subcrítica	7
2.2.2 Red de 500 nodos, fase crítica	8
2.2.3 Red de 500 nodos, fase supercrítica	9
2.2.4 Red de 500 nodos, fase conectada	10
2.2.5 Red de 10000 nodos, fase subcrítica	11
2.2.6 Red de 10000 nodos, fase crítica	12
2.2.7 Red de 10000 nodos, fase supercrítica	13
2.2.8 Red de 10000 nodos, fase conectada	14
3. Barabasi-Albert	15
3.1 Definición	15
3.2 Generación de redes	17
3.2.1 Red de 500 nodos con $m = 2$	17
3.2.2 Red de 500 nodos con $m = 4$	18
3.2.3 Red de 10000 nodos con $m = 2$	19
3.2.4 Red de 10000 nodos con $m = 4$	20
4. Barabasi-Albert extendido (NetworkX)	21
4.1 Definición	21
Para este modelo hemos generado 8 redes aleatorias:	22
4.2 Generación de redes	23
4.2.1 Red de 500 nodos con $p = 0$ y $q = 0$	23
4.2.2 Red de 500 nodos con $p = 0.8$ y $q = 0.1$	24
4.2.3 Red de 500 nodos con $p = 0.1$ y $q = 0.8$	25
4.2.4 Red de 500 nodos con $p = 0.3$ y $q = 0.3$	26
4.2.5 Red de 10000 con $p = 0$ y $q = 0$	27
4.2.6 Red de 1500 nodos con $p = 0.1$ y $q = 0.8$	28
4.2.7 Red de 5000 nodos con $p = 0.3$ y $q = 0.3$	29
5. Comparación con la Práctica 1	30
6. Bibliografía	35

1. Introducción

El objetivo de esta práctica es comprender bien distintos modelos de redes aleatorias y ver si alguno de ellos se ajusta a la red analizada en la práctica 1.

Para ellos hemos utilizado NetworkX y Gephi. En NetworkX miraremos las medidas, tanto reales como teóricas, de todas las redes que debemos generar; y en Gephi, podremos visualizar ejemplos de redes.

Para cada modelo, deberemos generar redes tanto con 500 nodos como con 10000, una aproximación al número de nodos que tenía la red de Marvel que analizamos en la primera práctica.

A la hora de ver medidas de estas redes, ejecutaremos cada modelo 20 veces con los mismos parámetros y haremos una media de las medidas. La distribución de grado, en cambio, será producto de solo una de estas 20 ejecuciones.

2. Erdos-Renyi

2.1 Definición

El modelo Erdos-Renyi (variante $G(n, p)$) se construye en base a un número de nodos (n) y una probabilidad de que se conecten entre sí (p). Dicha probabilidad puede entenderse como un parámetro de peso, entre cero y uno, que determina cómo de probable es que dos nodos se conecten entre sí.

Crearemos redes en base a los regímenes de evolución de las redes aleatorias, tal que:

- Régimen Subcrítico $\rightarrow p < 1 / N$
- Punto Crítico $\rightarrow p = 1 / N$
- Régimen Supercrítico $\rightarrow p > 1 / N$
- Régimen Conectado $\rightarrow p > \ln(N) / N$

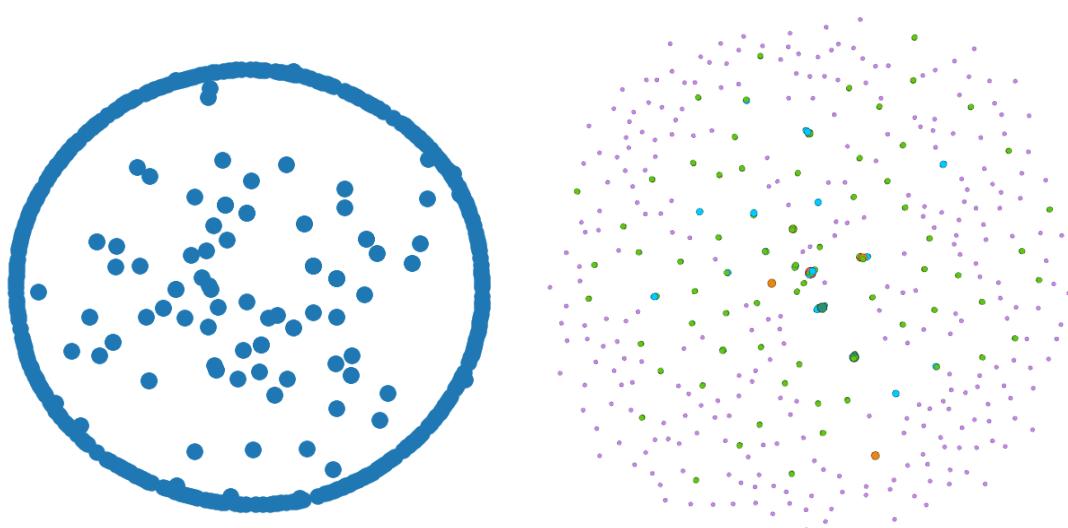


Fig 1: Visualizaciones en NetworkX (izquierda) y Gephi (derecha) de una red ER en fase subcrítica con 500 nodos

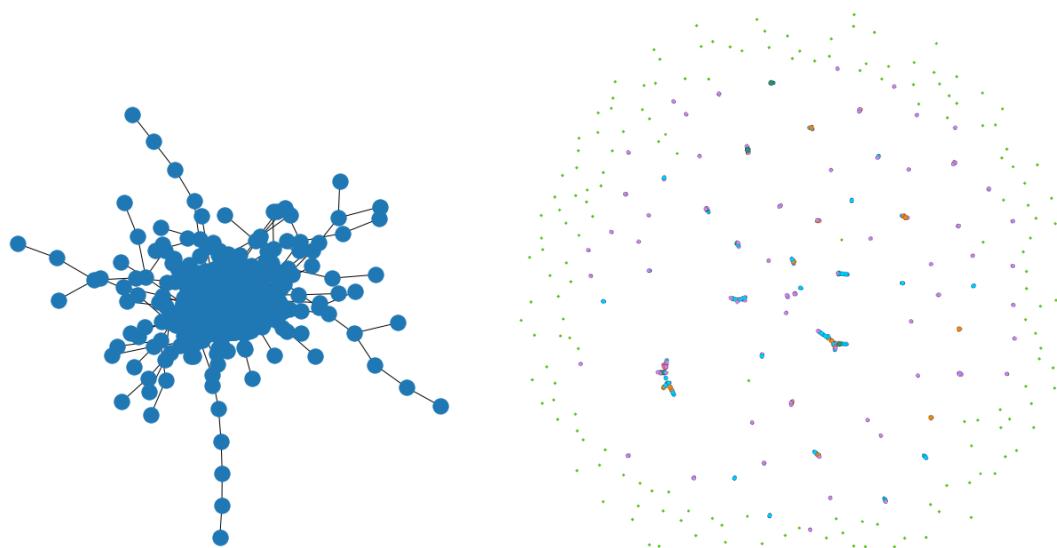


Fig 2: Visualizaciones en NetworkX (izquierda) y Gephi (derecha) de una red ER en fase crítica con 500 nodos

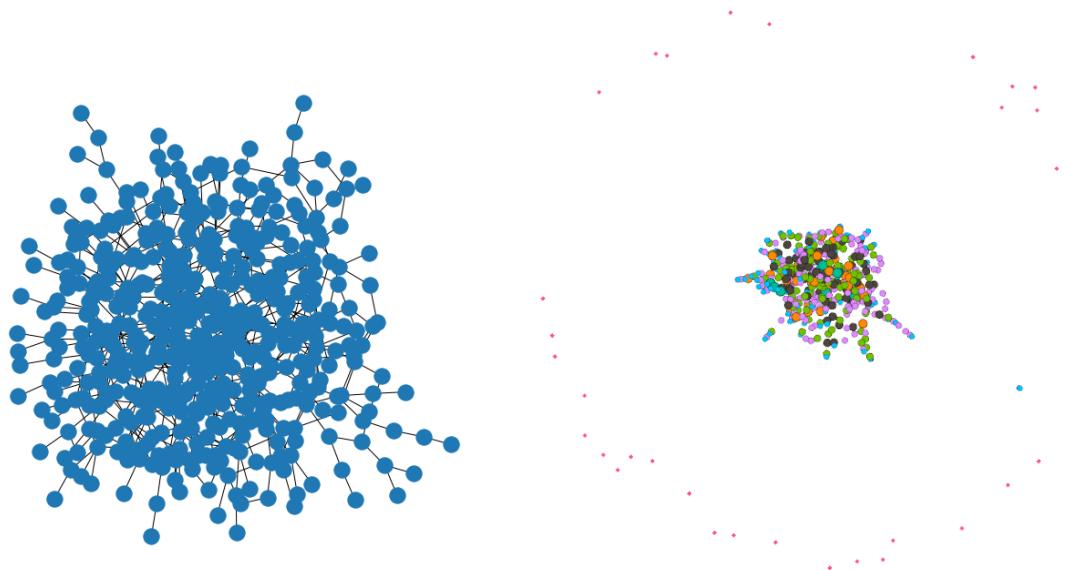


Fig 3: Visualizaciones en NetworkX (izquierda) y Gephi (derecha) de una red ER en fase supercrítica con 500 nodos

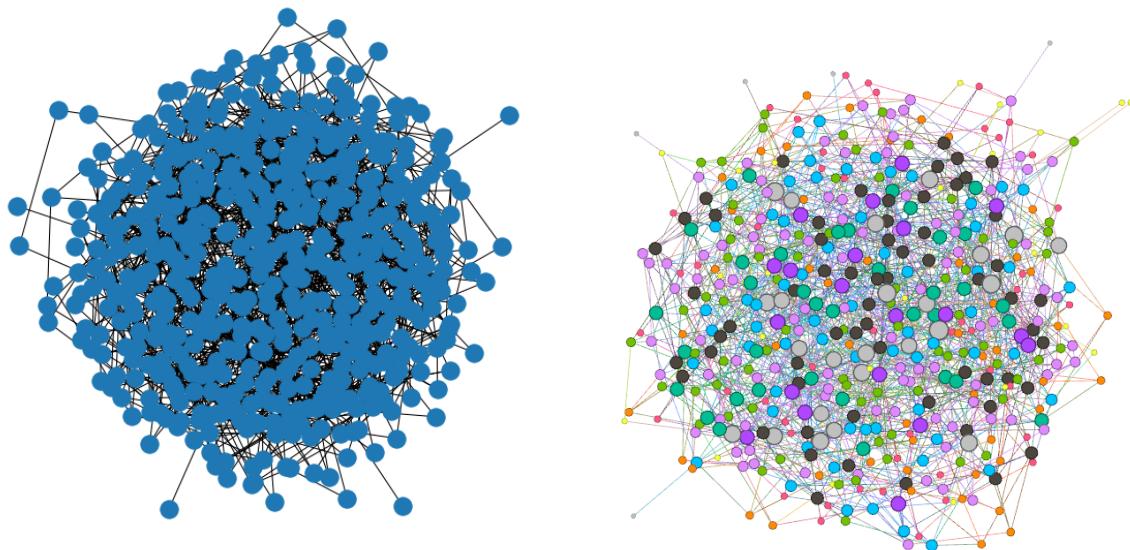


Fig 4: Visualizaciones en NetworkX (izquierda) y Gephi (derecha) de una red ER en fase conectada con 500 nodos

A continuación generamos distintas redes en NetworkX, para ver la evolución de las medidas y la distribución de grado.

A pesar de haber una manera de calcular el camino más corto de una red ER, no podemos ver el valor real ya que estas redes, sobre todo las redes en fases subcrítica, crítica y supercrítica, no están conectadas al tener varias componentes conexas.

2.2 Generación de redes

2.2.1 Red de 500 nodos, fase subcrítica

Nodos = 500

p = 0.001

FASE SUBCRÍTICA

MEDIDAS REALES

Grado medio = 0.4916000000000004

Nº enlaces = 122.9

Grado de clustering = 0.0

Componentes conexas = 377.1

MEDIDAS TEÓRICAS

Grado medio = 0.499

Nº enlaces = 124.75

Grado de clustering = 0.000998

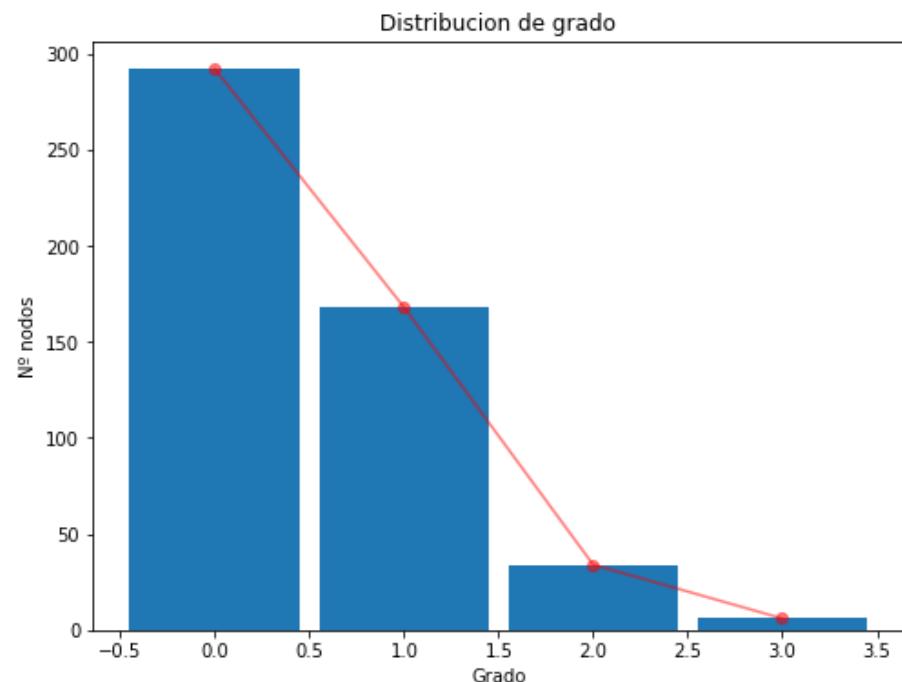


Fig 5: Medidas reales y teóricas y la distribución de grado de una red ER en fase subcrítica con 500 nodos

2.2.2 Red de 500 nodos, fase crítica

Nodos = 500

p = 0.002

FASE CRÍTICA

MEDIDAS REALES

Grado medio = 0.9974000000000001

Nº enlaces = 249.35

Grado de clustering = 0.0005433333333333334

Componentes conexas = 251.5

MEDIDAS TEÓRICAS

Grado medio = 0.998

Nº enlaces = 249.5

Grado de clustering = 0.001996

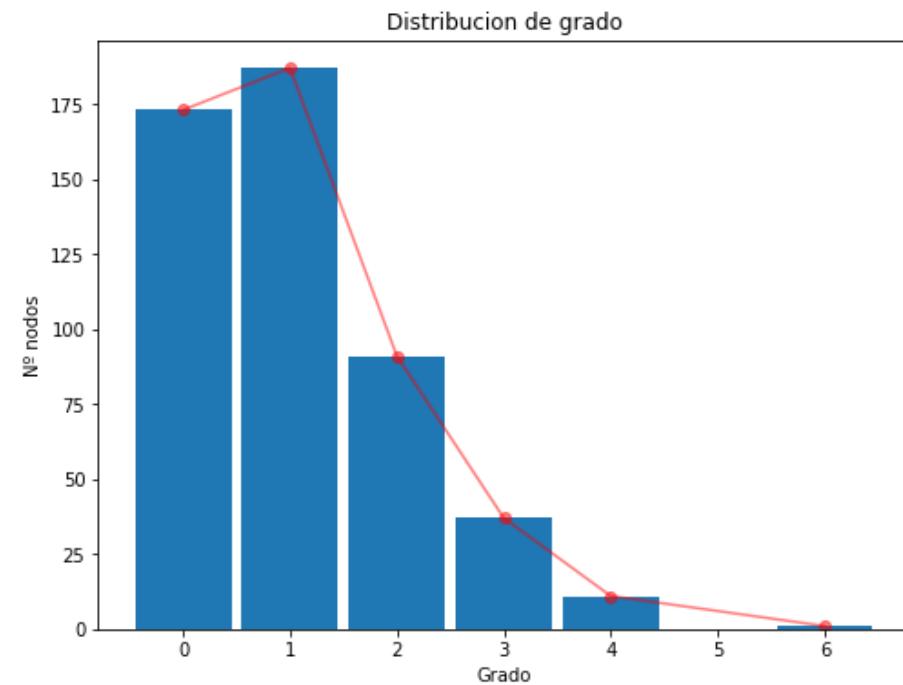


Fig 6: Medidas reales y teóricas y la distribución de grado de una red ER en fase crítica con 500 nodos

2.2.3 Red de 500 nodos, fase supercrítica

Nodos = 500

p = 0.005

FASE SUPERCRÍTICA

MEDIDAS REALES

Grado medio = 2.5134000000000003

Nº enlaces = 628.35

Grado de clustering = 0.0025123809523809526

Componentes conexas = 45.3

MEDIDAS TEÓRICAS

Grado medio = 2.495

Nº enlaces = 623.75

Grado de clustering = 0.004990000000000005

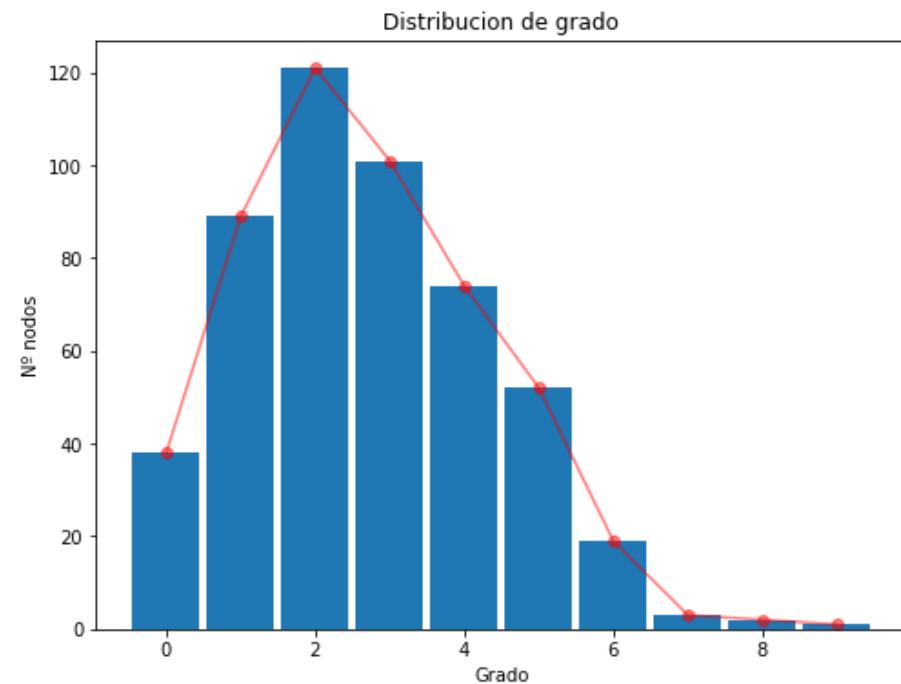


Fig 7: Medidas reales y teóricas y la distribución de grado de una red ER en fase supercrítica con 500 nodos

2.2.4 Red de 500 nodos, fase conectada

Nodos = 500

p = 0.012

FASE CONECTADA

MEDIDAS REALES

Grado medio = 5.9868

Nº enlaces = 1496.7

Grado de clustering = 0.012507978965478955

Componentes conexas = 2.2

MEDIDAS TEÓRICAS

Grado medio = 5.988

Nº enlaces = 1497.0

Grado de clustering = 0.011976

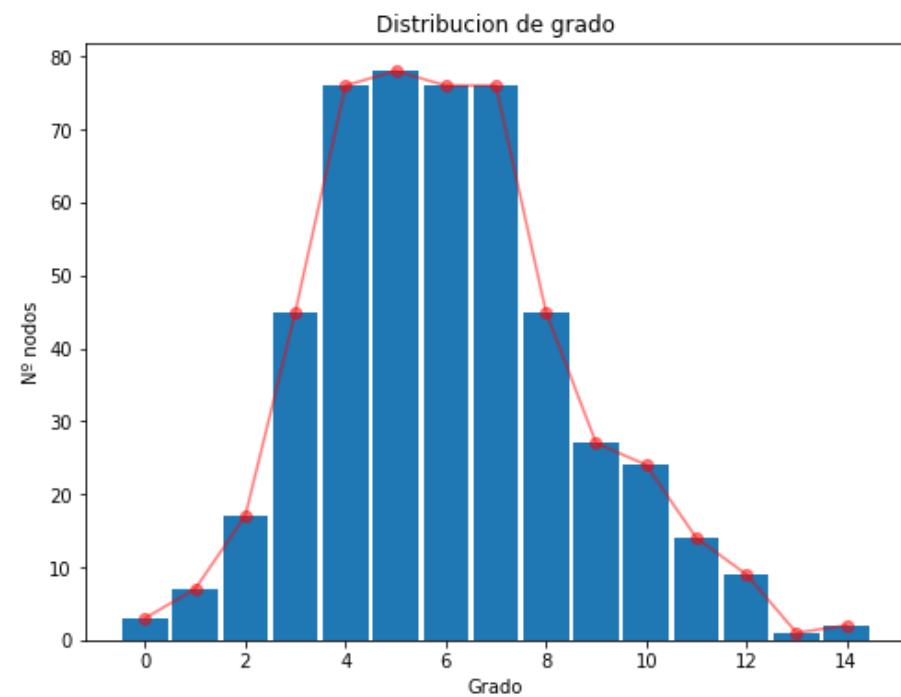


Fig 8: Medidas reales y teóricas y la distribución de grado de una red ER en fase conectada con 500 nodos

2.2.5 Red de 10000 nodos, fase subcrítica

Nodos = 10000

p = 8.5e-05

FASE SUBCRÍTICA

MEDIDAS REALES

Grado medio = 0.8519

Nº enlaces = 4259.5

Grado de clustering = 3.05e-05

Componentes conexas = 5740.8

MEDIDAS TEÓRICAS

Grado medio = 0.8499150000000001

Nº enlaces = 4249.575000000001

Grado de clustering = 8.499150000000001e-05

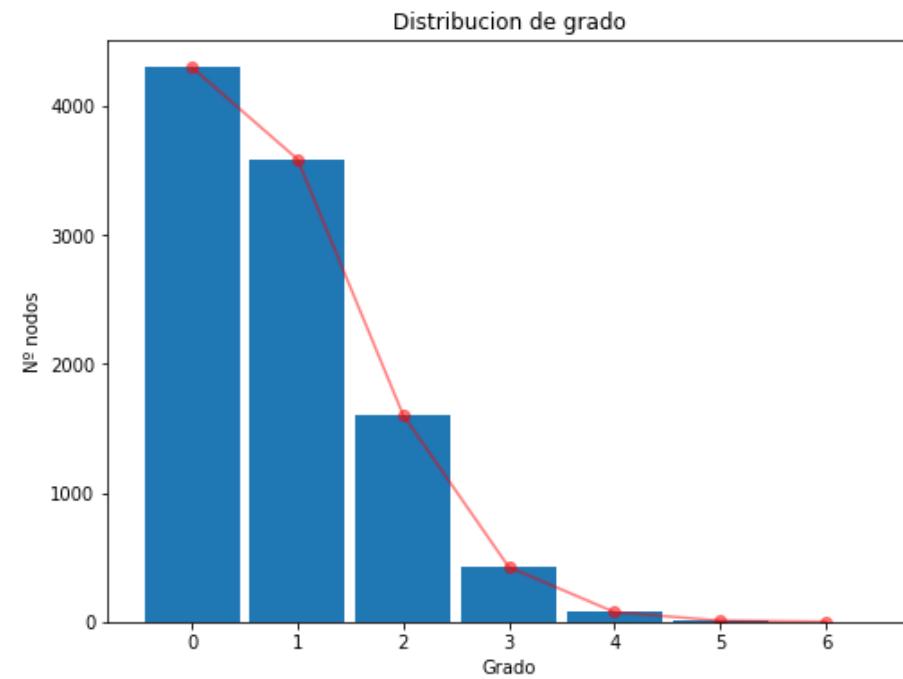


Fig 9: Medidas reales y teóricas y la distribución de grado de una red ER en fase subcrítica con 10000 nodos

2.2.6 Red de 10000 nodos, fase crítica

Nodos = 10000

p = 0.0001

FASE CRÍTICA

MEDIDAS REALES

Grado medio = 0.9984000000000002

Nº enlaces = 4992.0

Grado de clustering = 5.666666666666667e-05

Componentes conexas = 5009.0

MEDIDAS TEÓRICAS

Grado medio = 0.9999

Nº enlaces = 4999.5

Grado de clustering = 9.999e-05

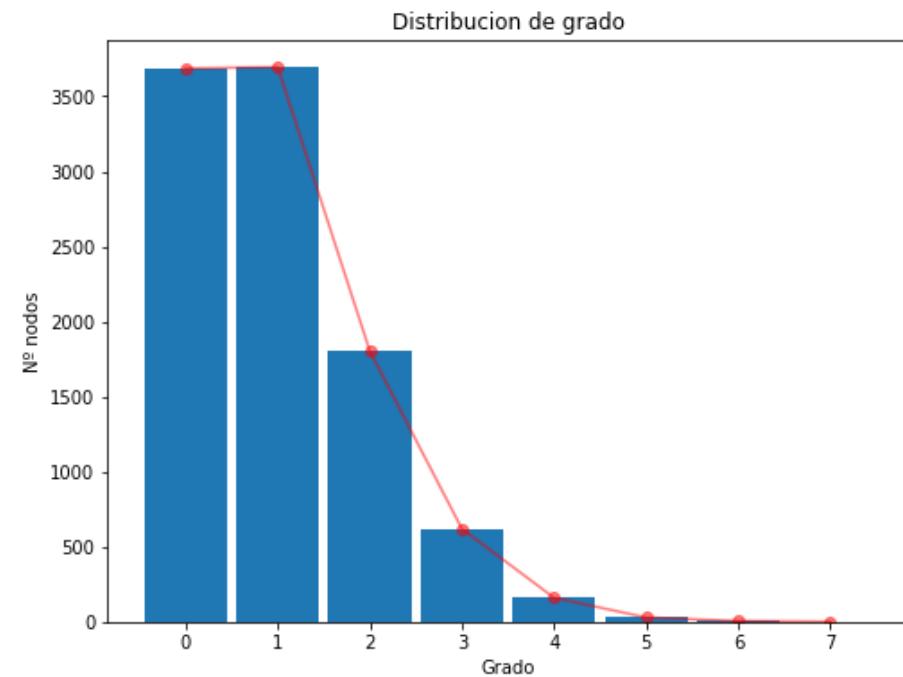


Fig 10: Medidas reales y teóricas y la distribución de grado de una red ER en fase crítica con 10000 nodos

2.2.7 Red de 10000 nodos, fase supercrítica

Nodos = 10000

p = 0.0005

FASE SUPERCRÍTICA

MEDIDAS REALES

Grado medio = 4.98807

Nº enlaces = 24940.35

Grado de clustering = 0.0005422035839977014

Componentes conexas = 71.9

MEDIDAS TEÓRICAS

Grado medio = 4.9995

Nº enlaces = 24997.5

Grado de clustering = 0.00049995

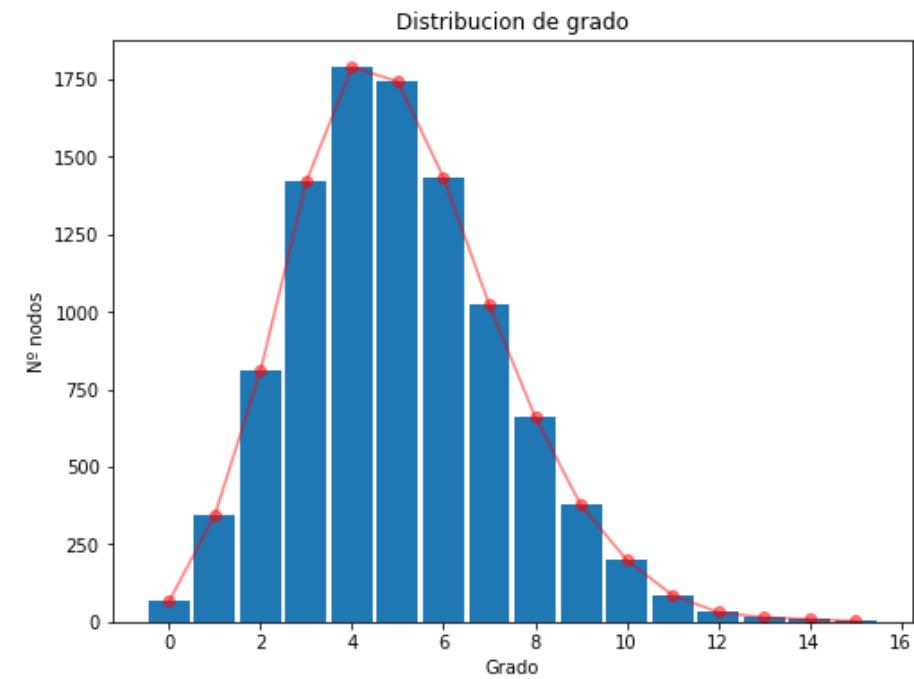


Fig 11: Medidas reales y teóricas y la distribución de grado de una red ER en fase supercrítica con 10000 nodos

2.2.8 Red de 10000 nodos, fase conectada

Nodos = 10000

p = 0.001

FASE CONECTADA

MEDIDAS REALES

Grado medio = 10.00664

Nº enlaces = 50033.2

Grado de clustering = 0.001013657963877332

Componentes conexas = 1.5

MEDIDAS TEÓRICAS

Grado medio = 9.999

Nº enlaces = 49995.0

Grado de clustering = 0.0009999

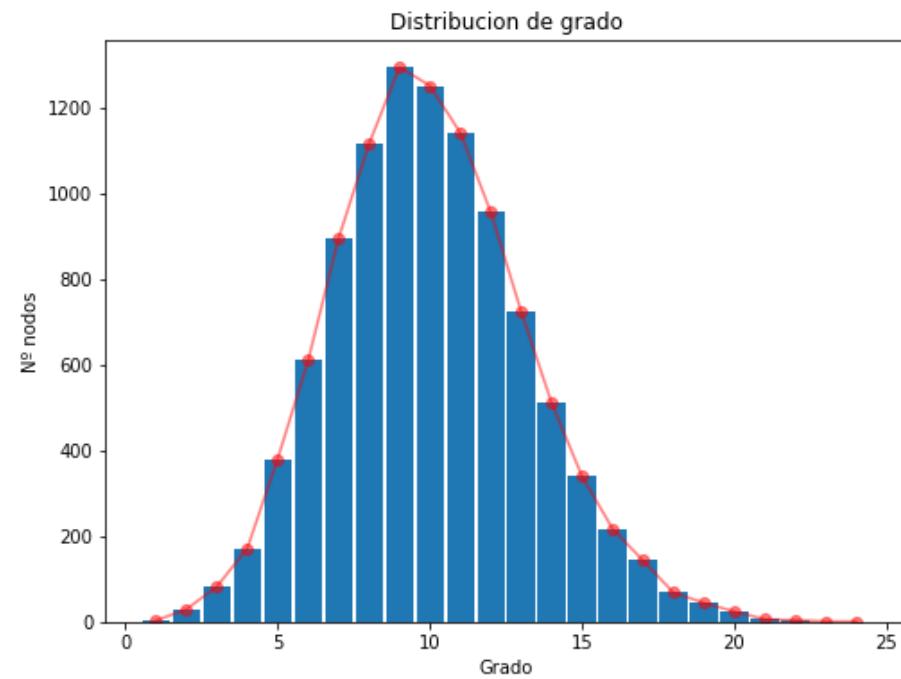


Fig 12: Medidas reales y teóricas y la distribución de grado de una red ER en fase conectada con 10000 nodos

Las medidas teóricas encajan casi perfectamente con las reales, sobre todo con el grado medio y el nº de enlaces. Aún así, la desviación del grado de clustering no es demasiado grande.

Hemos podido observar que en ambos casos ($n = 500$ y $n = 10000$) a medida que nos íbamos acercando a la fase conectada, la distribución de grado real aparentaba más y más una distribución de Poisson; aunque podemos ver que en el caso de la red de 500 nodos, al tener una n más pequeña, la distribución de grado se aleja más de la distribución de Poisson a la vez que mantiene una distribución binomial.

3. Barabasi-Albert

3.1 Definición

El modelo Barabasi-Albert se construye a partir de dos conceptos fundamentales: “growth” o crecimiento y “preferential attachment” o conexión preferencial. El primero hace referencia a que la red crece en el tiempo, es decir, nuevos nodos van apareciendo progresivamente en la red. El segundo se encarga de definir el comportamiento de las conexiones de los nuevos nodos mencionados.

En el modelo Barabasi-Albert, los nodos tendrán, en base a una aleatoriedad, una probabilidad de obtener nuevos enlaces en función de cuán conectados se encuentren ya.

Ilustremos con un ejemplo de la vida cotidiana el modelo para comprenderlo mejor: Si a un pueblo llega un nuevo vecino, la probabilidad de que éste conozca otros vecinos irá ligada a cómo de “populares” sean los vecinos con los que establezca una conexión. Si por ejemplo dicho nuevo vecino conoce al cartero del pueblo, que a su vez conoce a todos los habitantes, es más probable que acabe obteniendo un mayor número de enlaces. Si por el contrario el nuevo vecino al llegar sólo conoce a alguien que reside en el pueblo en vacaciones, el número de conexiones posibles se reducirá notablemente.

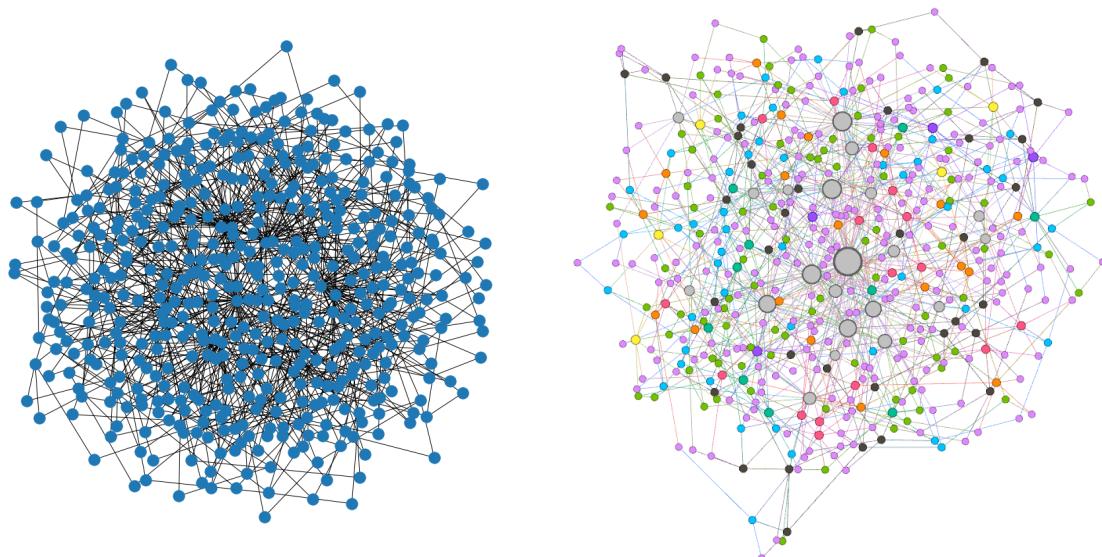


Fig 13: Visualizaciones en NetworkX (izquierda) y Gephi (derecha) de una red BA con 500 nodos y $m = 2$

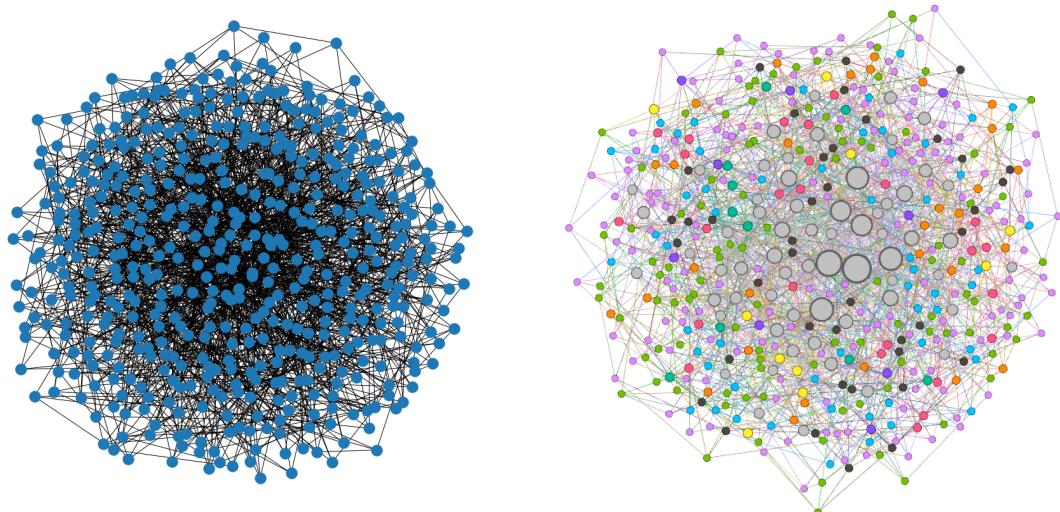


Fig 14: Visualizaciones en NetworkX (izquierda) y Gephi (derecha) de una red BA con 500 nodos y $m = 4$

3.2 Generación de redes

3.2.1 Red de 500 nodos con $m = 2$

Nodos = 500

$m = 2$

MEDIDAS REALES

Grado medio = 3.9840000000000004

Nº enlaces = 996.0

Camino más corto = 3.741835270541082

Grado de clustering = 0.044253144260273145

Componentes conexas = 1.0

MEDIDAS TEÓRICAS

Grado medio = 4

Nº enlaces = 1000

Camino más corto = 3.401718228036341

Grado de clustering = 0.07724270763394936

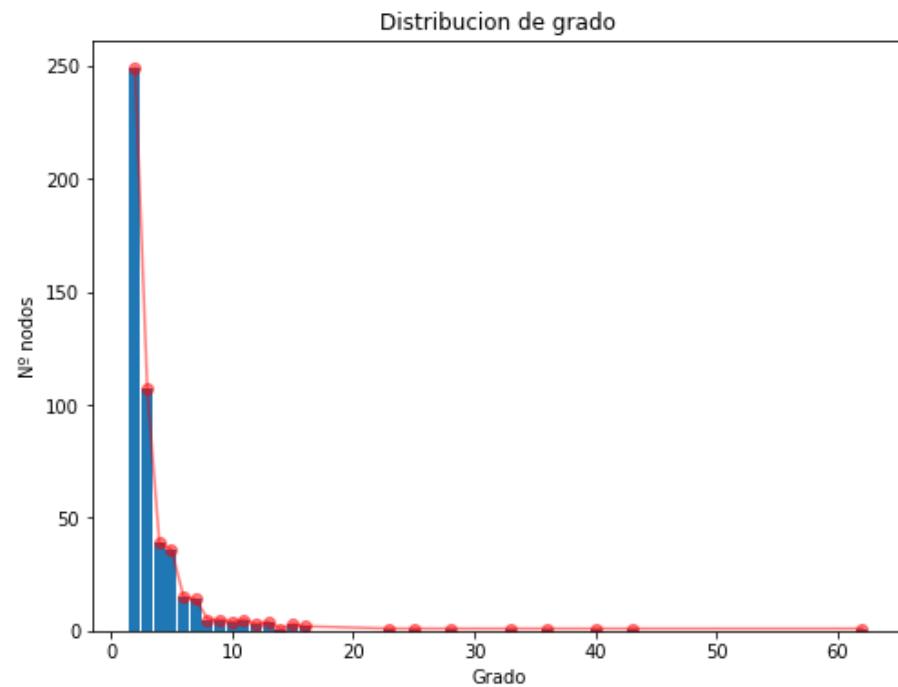


Fig 15: Medidas reales y teóricas y la distribución de grado de una red BA con 500 nodos y $m = 2$

3.2.2 Red de 500 nodos con $m = 4$

Nodos = 500

$m = 4$

MEDIDAS REALES

Grado medio = 7.936000000000004

Nº enlaces = 1984.0

Camino más corto = 2.951399599198397

Grado de clustering = 0.05648926718736837

Componentes conexas = 1.0

MEDIDAS TEÓRICAS

Grado medio = 8

Nº enlaces = 2000

Camino más corto = 3.401718228036341

Grado de clustering = 0.07724270763394936

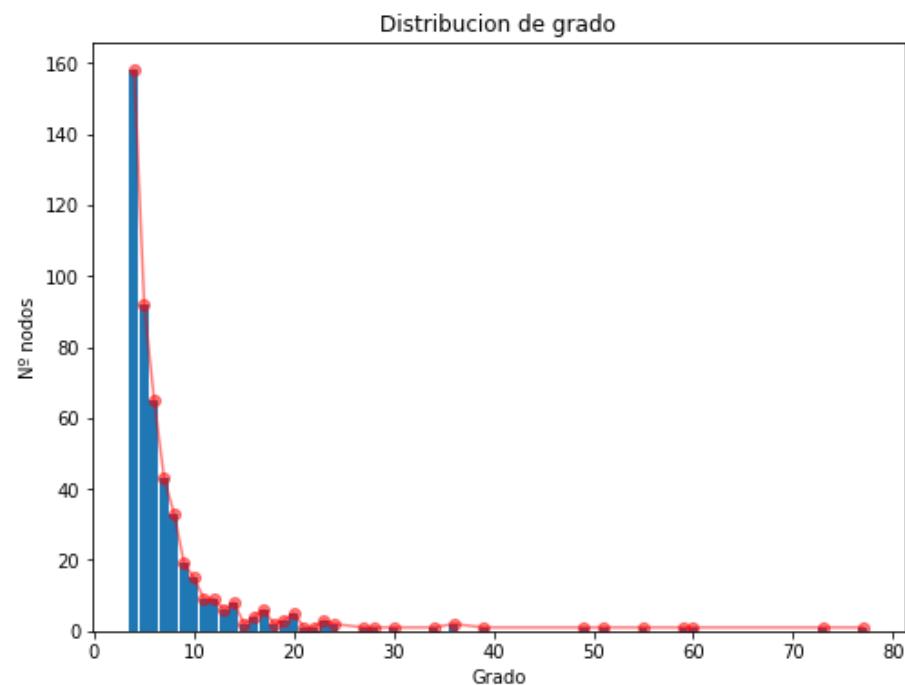


Fig 16: Medidas reales y teóricas y la distribución de grado de una red BA con 500 nodos y $m = 4$

3.2.3 Red de 10000 nodos con m = 2

Nodos = 10000

m = 2

MEDIDAS REALES

Grado medio = 3.999200000000001

Nº enlaces = 19996.0

Camino más corto = 5.0277419081908175

Grado de clustering = 0.004608146843737958

Componentes conexas = 1.0

MEDIDAS TEÓRICAS

Grado medio = 4

Nº enlaces = 20000

Camino más corto = 4.148191313801706

Grado de clustering = 0.008483036976765439

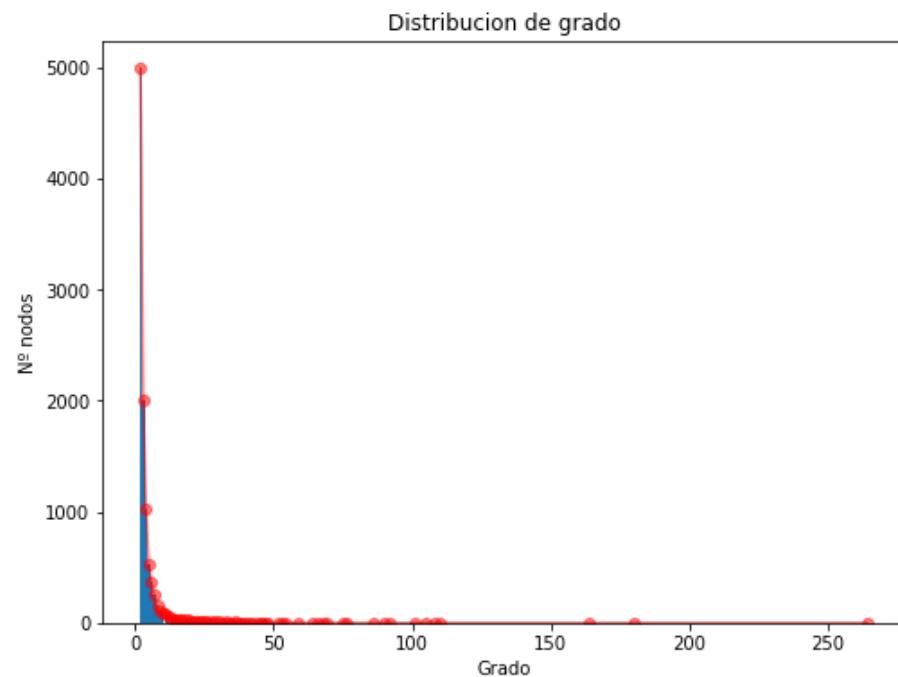


Fig 17: Medidas reales y teóricas y la distribución de grado de una red BA con 10000 nodos y m = 2

3.2.4 Red de 10000 nodos con $m = 4$

Nodos = 10000

$m = 4$

MEDIDAS REALES

Grado medio = 7.996800000000005

Nº enlaces = 39984.0

Camino más corto = 3.905324047404741

Grado de clustering = 0.006144310473498419

Componentes conexas = 1.0

MEDIDAS TEÓRICAS

Grado medio = 8

Nº enlaces = 40000

Camino más corto = 4.148191313801706

Grado de clustering = 0.008483036976765439

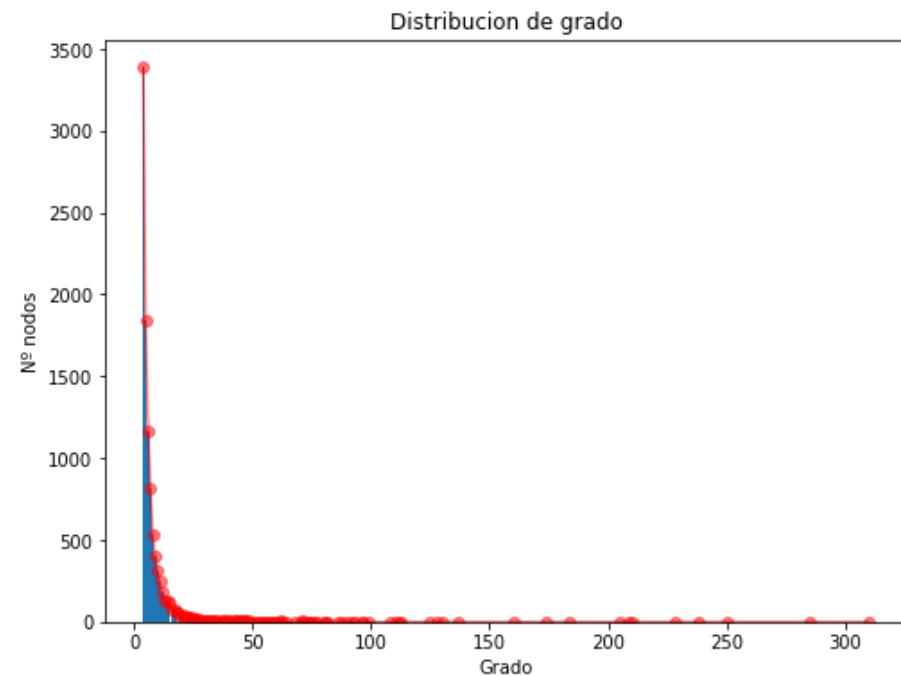


Fig 18: Medidas reales y teóricas y la distribución de grado de una red BA con 10000 nodos y $m = 4$

4. Barabasi-Albert extendido (NetworkX)

4.1 Definición

El modelo de red de Barabasi-Albert extendido se diferencia del original en la probabilidad de que aparezca un nuevo nodo enlazado. Ésta se rige por los parámetros p y q . Por tanto, si empleando este modelo seleccionamos el valor 0 para p y q entonces obtendremos el modelo base de Barabasi-Albert.

Definimos los parámetros:

- El número de nodos n
- El parámetro por el que se rige el enlazado m
- La probabilidad p de añadir m enlaces entre nodos que ya existen, tal que $p + q < 1$
- La probabilidad q de cambiar m enlaces entre nodos que ya existen, tal que $p + q < 1$

El proceso se realiza en tres pasos y es el siguiente:

- (i) Se añade, en base a p , un número m de enlaces a un nodo aleatorio. Este enlace dará preferencia a la conexión a nodos populares. El proceso se repite m veces.
- (ii) Se reconectan, en base a q , un número m de enlaces. Tras seleccionar un nodo aleatorio y una de sus conexiones también de manera aleatoria, se elimina dicho enlace y se produce uno nuevo a otro nodo. El proceso se repite m veces.
- (iii) En base a la probabilidad $\text{prob} = 1 - p - q$ se añade un nuevo nodo con m nuevos enlaces.

Todo este proceso propicia la evolución de la red hacia un modelo de conexiones mucho más denso, aumentando la cantidad de enlaces de los hubs con cada iteración y la posibilidad adición de nodos no pertenecientes al hub a éstos con cada reconexión de enlaces propicia el crecimiento de dichos hubs.

Para este modelo hemos generado 7 redes aleatorias:

- 4 redes de 500 nodos con:
 - $p = 0$ y $q = 0$
 - $p = 0.8$ y $q = 0.1$
 - $p = 0.1$ y $q = 0.8$
 - $p = 0.3$ y $q = 0.3$
- 1 red de 10000 nodos con:
 - $p = 0$ y $q = 0$
- 1 red de 5000 nodos con:
 - $p = 0.3$ y $q = 0.3$
- 1 red de 1500 nodos con:
 - $p = 0.1$ y $q = 0.8$

En todos los casos el valor de m será 3. Las redes con ambos parámetros a 0 no tendrán ninguna diferencia con el modelo BA normal; lo usaremos para comparar los valores con las otras redes. Veremos en qué afecta un gran valor p , un gran valor q , y una red con ambos parámetros en un valor intermedio. Compararemos las medidas reales de cada red con los valores teóricos del Barabasi-Albert estándar para ver cómo lo modifican p y q .

La razón por la que no se han hecho redes con valores de p y q distintos a 0 de 10000 nodos es porque al tratar de ejecutarlo, tardaba demasiado e incluso surgían errores. Logramos ejecutar una red de 5000 nodos para una p y $q = 0.3$ y otra de 1500 para $p = 0.1$ y $q = 0.8$; pero no pudimos generar una red grande con un gran valor p . Creemos que esto ocurre porque, si tenemos un gran valor p , se añaden muchos más enlaces, y esto puede hacer que tarde demasiado tiempo en generarse.



Fig 19: Error de Google Colab que salió al tratar de ejecutar BA-extendido con 10000 nodos

4.2 Generación de redes

4.2.1 Red de 500 nodos con $p = 0$ y $q = 0$

Nodos = 500

$m = 3$

Parametros = $p: 0$ $q: 0$

MEDIDAS REALES

Grado medio = 5.9639999999999995

Nº enlaces = 1491.0

Camino más corto = 3.3197771543086168

Grado de clustering = 0.03877911543223749

Componentes conexas = 1.0

MEDIDAS TEÓRICAS - MODELO BA ESTÁNDAR

Grado medio = 6

Nº enlaces = 1500

Camino más corto = 3.401718228036341

Grado de clustering = 0.07724270763394936

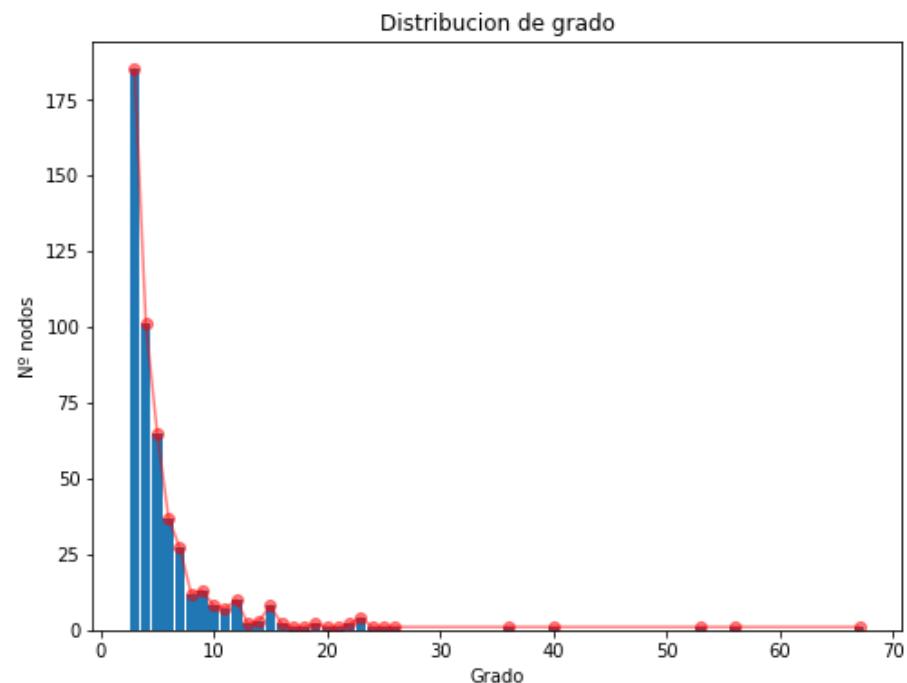


Fig 20: Medidas reales y teóricas y la distribución de grado de una red BA extendida con 500 nodos, $m = 3$, $p = 0$ y $q = 0$ (modelo BA estándar)

4.2.2 Red de 500 nodos con $p = 0.8$ y $q = 0.1$

Nodos = 500

m = 3

Parametros = p: 0.8 q: 0.1

MEDIDAS REALES

Grado medio = 52.0686

Nº enlaces = 13017.15

Camino más corto = 2.0812801603206412

Grado de clustering = 0.4537537296920092

Componentes conexas = 1.0

MEDIDAS TEÓRICAS - MODELO BA ESTÁNDAR

Grado medio = 6

Nº enlaces = 1500

Camino más corto = 3.401718228036341

Grado de clustering = 0.07724270763394936

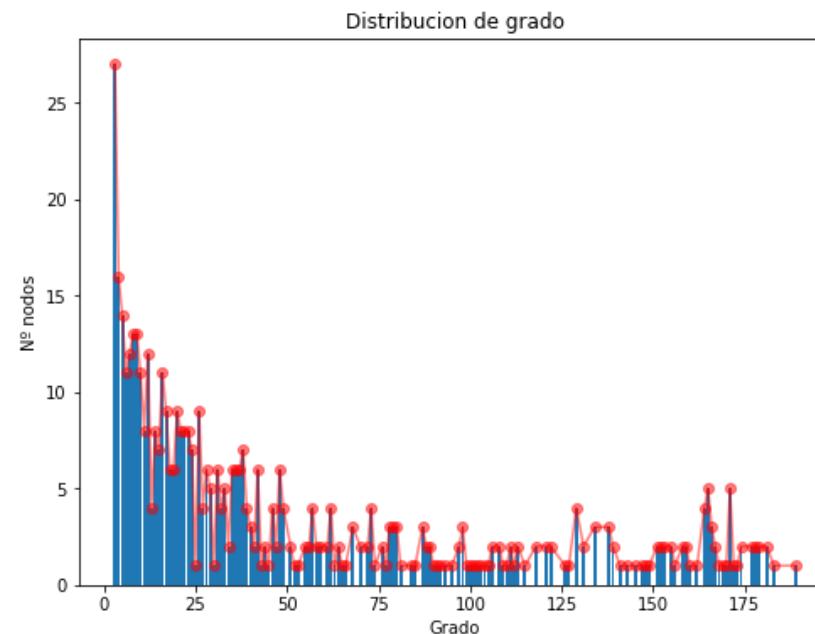


Fig 21: Medidas reales y teóricas y la distribución de grado de una red BA extendida con 500 nodos, m = 3, p = 0.8 y q = 0.1

Como hemos especificado antes, cuanto mayor p , más probabilidad hay de añadir m enlaces entre nodos que ya existen, por tanto es natural que el grado medio y el nº de enlaces aumente tantísimo en comparación con las medidas teóricas. Podemos ver que la gráfica sigue una distribución parecida a la del BA estándar, pero con mayor grado en general. Además hay más picos y valles ya que la elección de dónde salen los nuevos enlaces es aleatoria.

4.2.3 Red de 500 nodos con $p = 0.1$ y $q = 0.8$

Nodos = 500

$m = 3$

Parametros = p: 0.1 q: 0.8

MEDIDAS REALES

Grado medio = 12.1242

Nº enlaces = 3031.05

Grafo NO conectado - NO existe camino más corto

Grado de clustering = 0.0871378585163867

Componentes conexas = 4.15

MEDIDAS TEÓRICAS - MODELO BA ESTÁNDAR

Grado medio = 6

Nº enlaces = 1500

Camino más corto = 3.401718228036341

Grado de clustering = 0.07724270763394936

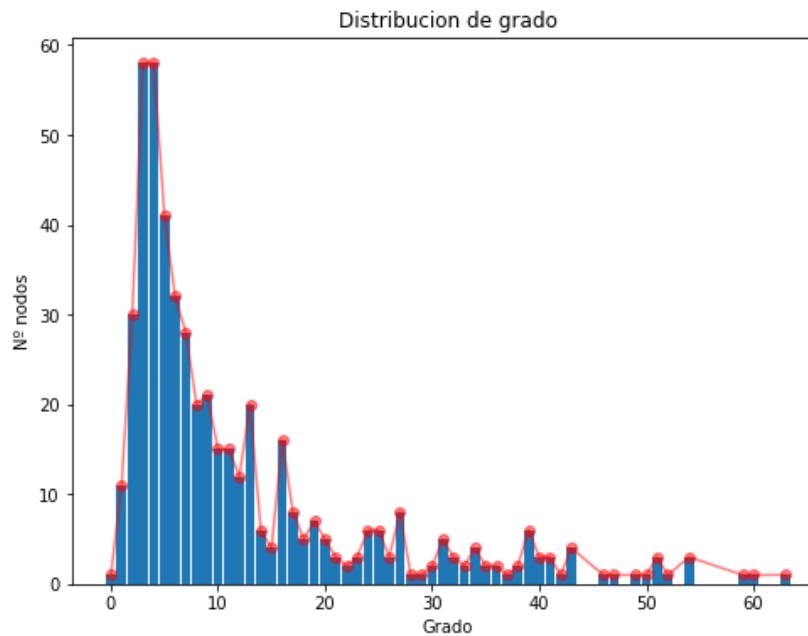


Fig 22: Medidas reales y teóricas y la distribución de grado de una red BA extendida con 500 nodos, $m = 3$, $p = 0.1$ y $q = 0.8$

Un alto valor q significa que hay más probabilidad de que se cambien m enlaces entre nodos que ya existen. Al cambiar estos enlaces, deja de existir la conexión preferencial que caracteriza al modelo Barabasi-Albert, y comenzamos a ver cierta semejanza a una distribución binomial, donde el tipo mayoritario de nodo es uno con un grado ni muy alto, ni muy bajo.

4.2.4 Red de 500 nodos con $p = 0.3$ y $q = 0.3$

Nodos = 500

m = 3

Parametros = p: 0.3 q: 0.3

MEDIDAS REALES

Grado medio = 10.422

Nº enlaces = 2605.5

Camino más corto = 2.7909975951903814

Grado de clustering = 0.09690924798709519

Componentes conexas = 1.0

MEDIDAS TEÓRICAS - MODELO BA ESTÁNDAR

Grado medio = 6

Nº enlaces = 1500

Camino más corto = 3.401718228036341

Grado de clustering = 0.07724270763394936

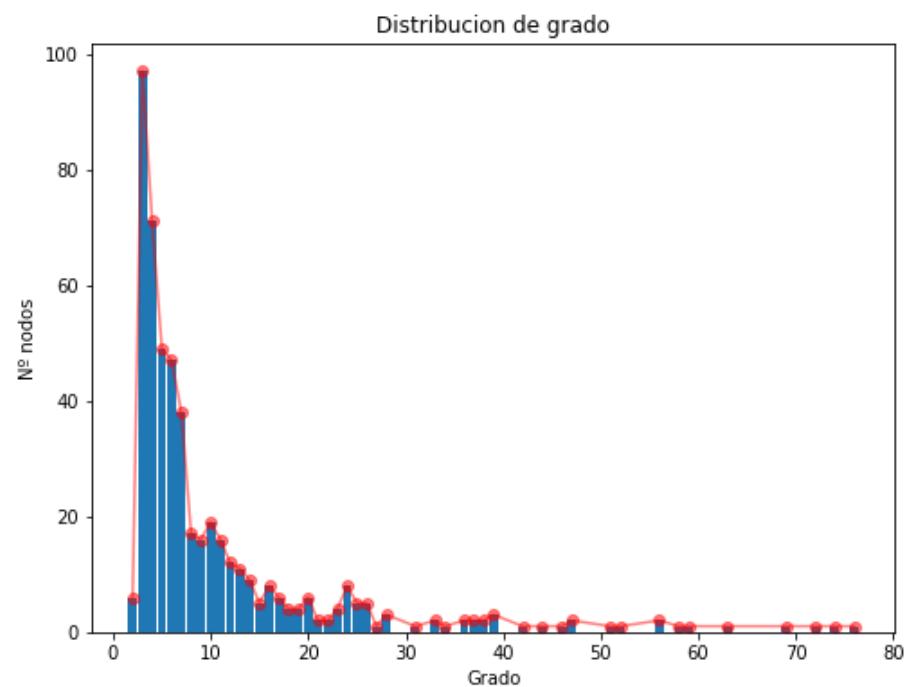


Fig 23: Medidas reales y teóricas y la distribución de grado de una red BA extendida con 500 nodos, $m = 3$, $p = 0.3$ y $q = 0.3$

4.2.5 Red de 10000 con $p = 0$ y $q = 0$

Nodos = 10000

m = 3

Parametros = p: 0 q: 0

MEDIDAS REALES

Grado medio = 5.99819999999998

Nº enlaces = 29991.0

Camino más corto = 4.478420823082308

Grado de clustering = 0.0030675338872421408

Componentes conexas = 1.0

MEDIDAS TEÓRICAS - MODELO BA ESTÁNDAR

Grado medio = 6

Nº enlaces = 30000

Camino más corto = 4.148191313801706

Grado de clustering = 0.008483036976765439

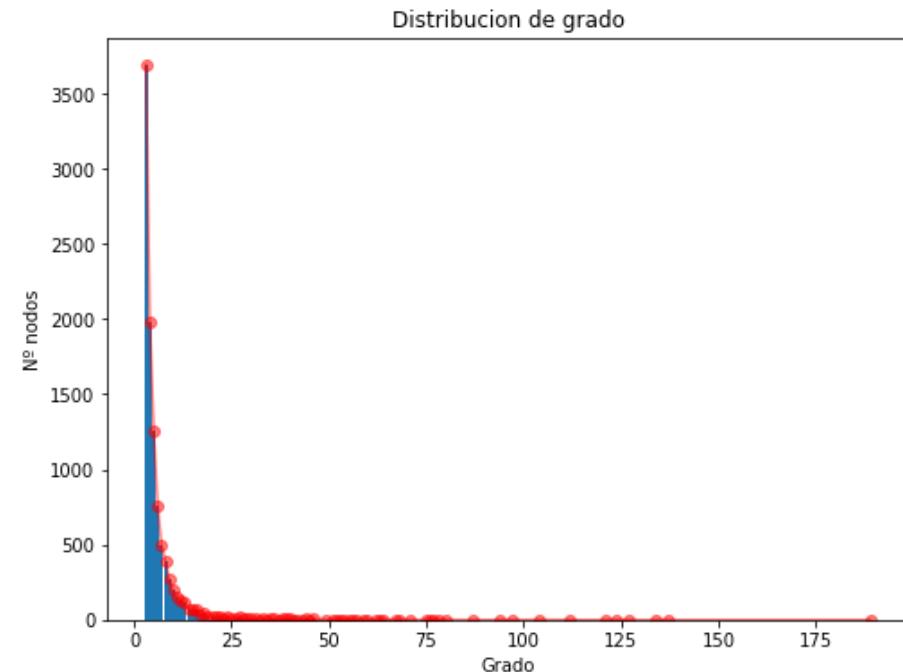


Fig 24: Medidas reales y teóricas y la distribución de grado de una red BA extendida con 10000 nodos, $m = 3$, $p = 0$ y $q = 0$

4.2.6 Red de 1500 nodos con $p = 0.1$ y $q = 0.8$

Nodos = 1500

m = 3

Parametros = p: 0.1 q: 0.8

MEDIDAS REALES

Grado medio = 11.994

Nº enlaces = 8995.5

Grafo NO conectado - NO existe camino más corto

Grado de clustering = 0.03983421187415529

Componentes conexas = 9.7

MEDIDAS TEÓRICAS - MODELO BA ESTÁNDAR

Grado medio = 6

Nº enlaces = 4500

Camino más corto = 3.675569290519661

Grado de clustering = 0.03565546162010214

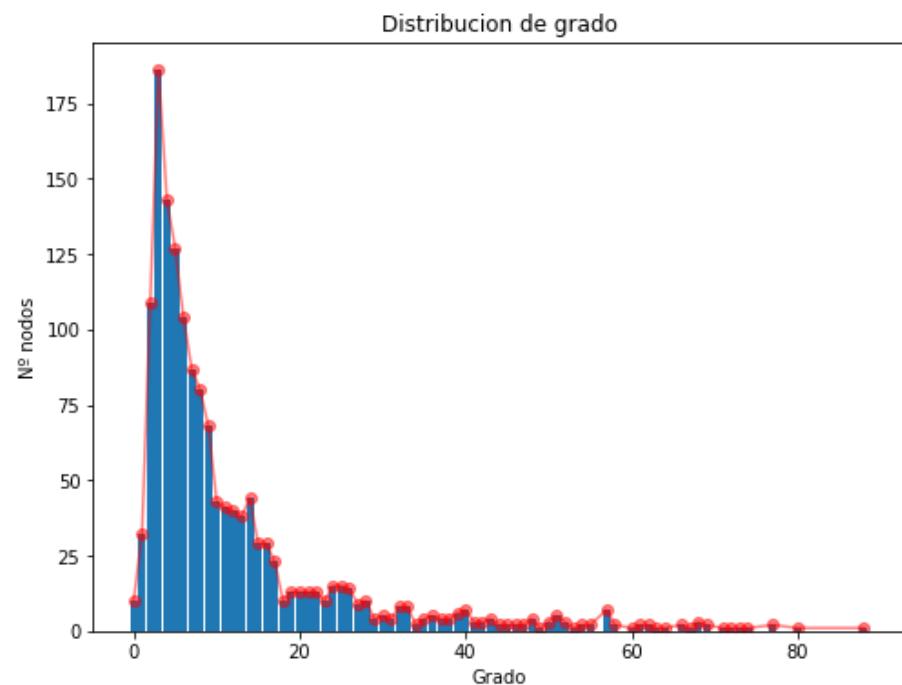


Fig 25: Medidas reales y teóricas y la distribución de grado de una red BA extendida con 1500 nodos, m = 3, p = 0.1 y q = 0.8

4.2.7 Red de 5000 nodos con $p = 0.3$ y $q = 0.3$

Nodos = 5000

m = 3

Parametros = p: 0.3 q: 0.3

MEDIDAS REALES

Grado medio = 10.503240000000002

Nº enlaces = 26258.1

Grafo NO conectado - NO existe camino más corto

Grado de clustering = 0.01893573465218599

Componentes conexas = 1.2

MEDIDAS TEÓRICAS - MODELO BA ESTÁNDAR

Grado medio = 6

Nº enlaces = 15000

Camino más corto = 3.976119453625683

Grado de clustering = 0.014508515971981424

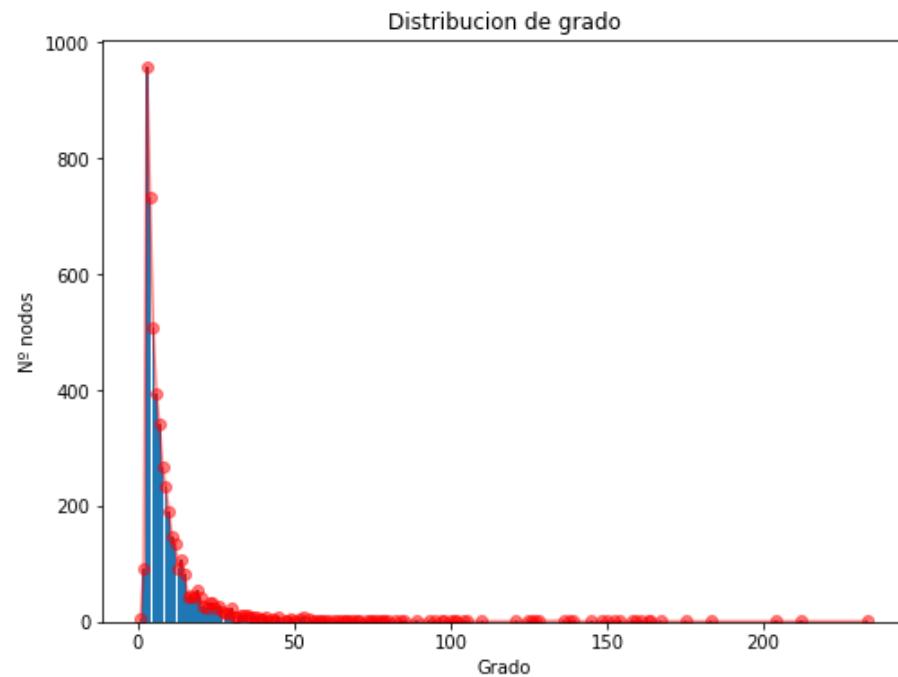


Fig 26: Medidas reales y teóricas y la distribución de grado de una red BA extendida con 5000 nodos, $m = 3$, $p = 0.3$ y $q = 0.3$

5. Comparación con la Práctica 1

La red analizada en la Práctica 1 fue la Marvel Social Network de [Gephi databases](#).

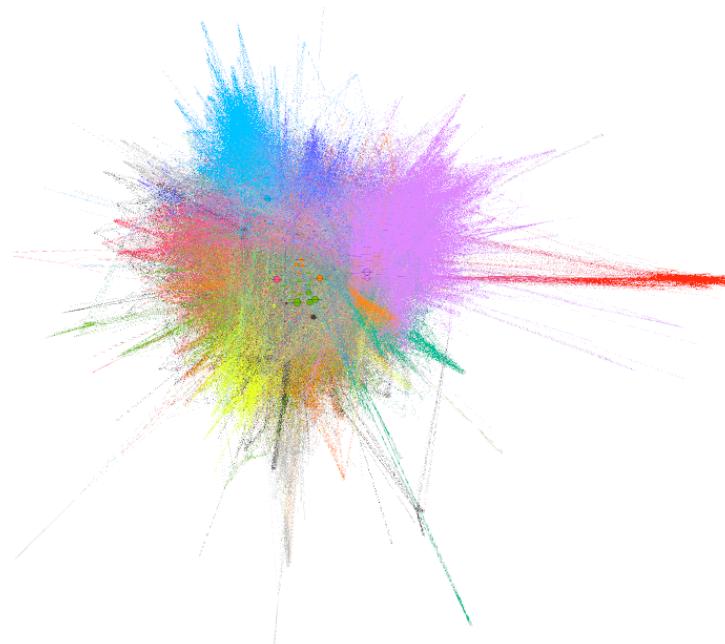


Fig 27 : Visualización en Gephi de la red de Marvel

Estas eran sus propiedades:

- Nodos: 10469
- Aristas: 178115
- Grado medio: 34.027
- Componentes conexas: 8
- Camino más corto: 2.889382460959889
- Distribución de grado:

Results:

Average Degree: 34,027

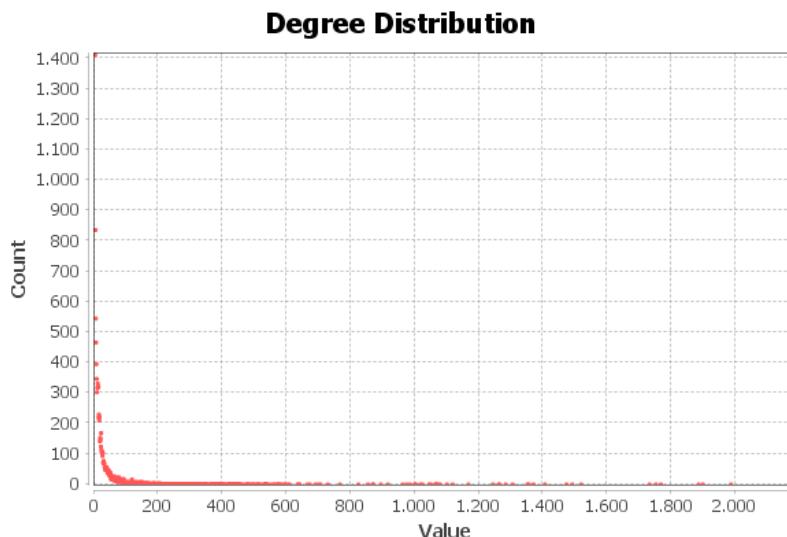


Fig 28: Distribución de grado de la red de Marvel

Viendo la gráfica de distribución de grado, es claro que se asimila mucho al modelo de Barabasi-Albert. Teniendo las propiedades en cuenta, podemos ajustar el valor de m para que se parezca a nuestra red de Marvel.

Podemos despejar m en cada ecuación de las medidas teóricas del modelo:

- Aristas: $n^o \text{ nodos} * m \rightarrow m = N^o \text{ aristas}/n^o \text{ nodos} = 178115/10469 = 17.0135638552$
- Grado medio: $2*m \rightarrow m = \text{Grado medio}/2 = 34.027/2 = 17.0135$

Parece que en ambos casos la $m \approx 17$, así que vamos a ver las medidas de una red barabasi-Albert con 10469 nodos y $m = 17$:

```

Nodos = 10469
m = 17

MEDIDAS REALES
Grado medio = 33.9447893781641
Nº enlaces = 177684.0
Camino más corto = 2.816792051559104
Grado de clustering = 0.015294523927207676
Componentes conexas = 1.0

MEDIDAS TEÓRICAS
Grado medio = 34
Nº enlaces = 177973
Camino más corto = 4.159534534533008
Grado de clustering = 0.0081838526315379

```

Fig 29: Medidas reales y teóricas de una red BA con 10469 nodos y $m = 17$

Tanto como para determinar como en la comparación de las medidas reales y medidas teóricas, nuestra red de Marvel parece encajar perfectamente con el modelo Barabasi-Albert. Parece que ni nos hace falta utilizar el modelo extendido. La razón por la que ocurre esto es porque en la red de Marvel hay muy pocos nodos con un grado muy alto, esos nodos siendo los personajes más importantes de la red (Iron man, Wolverine, Capitán América...). El resto de nodos están conectados a pocos personajes, ya que cuanto menos relevante sea un personaje, menos apariciones tiene en los cómics, y por tanto también tiene menos interacciones con otros personajes. Además, en estos cómics existen muchos personajes secundarios y pocos principales, para poder enfocar la atención a los protagonistas. Todo esto encaja con la premisa del enlace preferencial de Barabasi-Albert y su distribución exponencial.

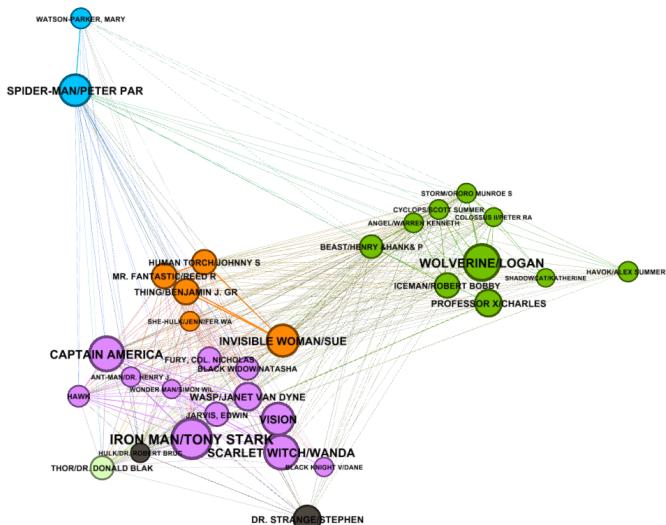


Fig 30: Nodos con un grado igual o mayor que 1000 en la red de Marvel

```
aux = sorted(G.degree, key=lambda x: x[1], reverse=True)[0:10]
for x in aux:
    print(G.nodes[x[0]]["label"], " = ", x[1], " nodos")
```

```
IRON MAN/TONY STARK = 2189 nodos
WOLVERINE/LOGAN = 1984 nodos
CAPTAIN AMERICA = 1896 nodos
SCARLET WITCH/WANDA = 1883 nodos
VISION = 1765 nodos
INVISIBLE WOMAN/SUE = 1750 nodos
SPIDER-MAN/PETER PAR = 1730 nodos
WASP/JANET VAN DYNE = 1517 nodos
DR. STRANGE/STEPHEN = 1489 nodos
PROFESSOR X/CHARLES = 1471 nodos
```

Fig 31: Nodos con mayor grado en la red de Marvel

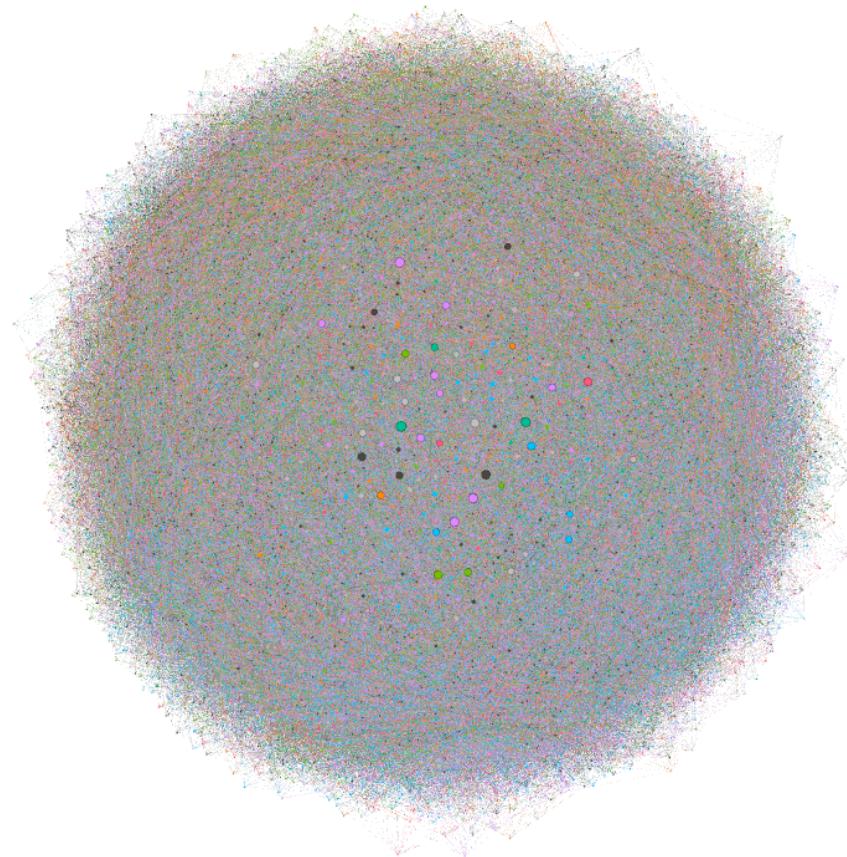
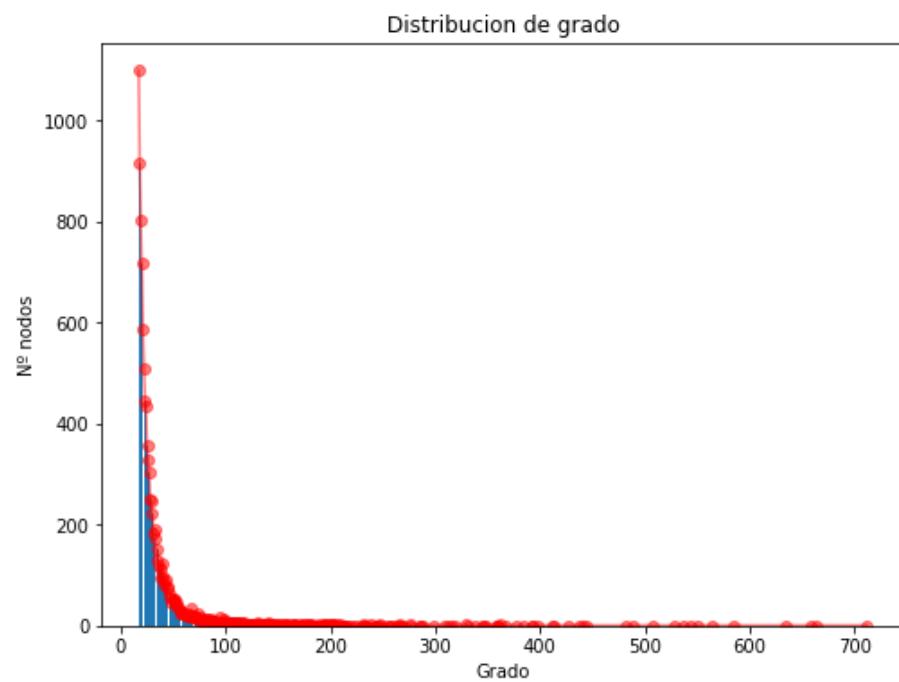


Fig 32 y 33: Distribución de grado y visualización en Gephi de la red BA con 10469 nodos y $m = 1$

Parece que está claro que esta red no encaja con el modelo Erdos-Renyi por descarte, pero aún así vamos a probar a generar una red ER con las medidas de la red de Marvel. Para ello tenemos que elegir el valor del parámetro p :

- Aristas: $p*((N*(N-1)/2)) \rightarrow p = \text{Aristas}/(\text{nº nodos} * (\text{nº nodos} - 1)/2) = 178115/(10469 * (10469 - 1)/2) = 0.00325$
- Grado medio: $p*(\text{nº nodos} - 1) \rightarrow p = \text{Grado medio}/\text{nº nodos} - 1 = 0.00325$

p tendrá valor 0.00325, por tanto esta red estará en la fase conectada ($\ln(N) / N = 0.00088415071$)

Nodos = 10469
 $p = 0.00325$
 FASE CONECTADA

MEDIDAS REALES
 Grado medio = 33.88594899226287
 Nº enlaces = 177376.0
 Grado de clustering = 0.003253773892418
 Componentes conexas = 1.0

MEDIDAS TEÓRICAS
 Grado medio = 34.021
 Nº enlaces = 178082.9245
 Grado de clustering = 0.0032496895596523068

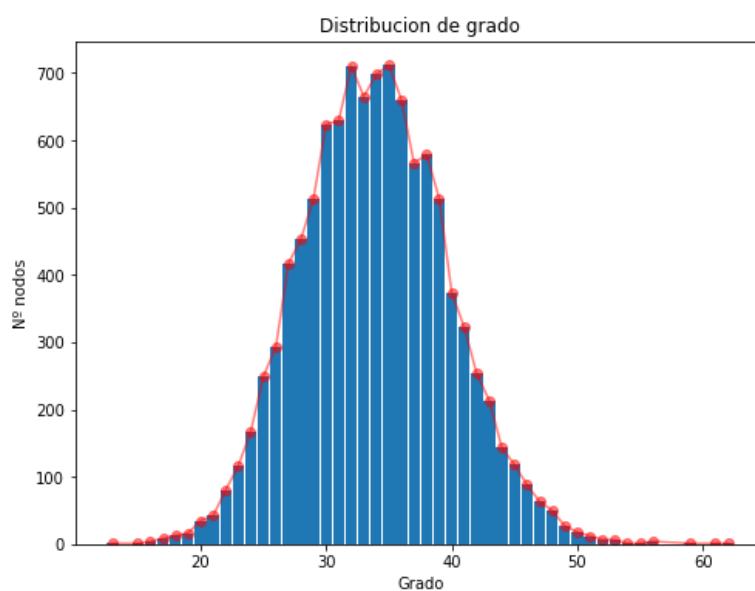


Fig 34 y 35: Medidas teóricas y reales y la distribución de grados de una red ER con 10469 nodos y $p = 0.00325$

Viendo la distribución de grado de esta red podemos concluir que este modelo definitivamente no encaja con nuestra red.

6. Bibliografía

- Apuntes de la asignatura de Análisis de Redes Sociales
- Topology of Evolving Networks: Local Events and Universality - Réka Albert y Albert-László Barabási