

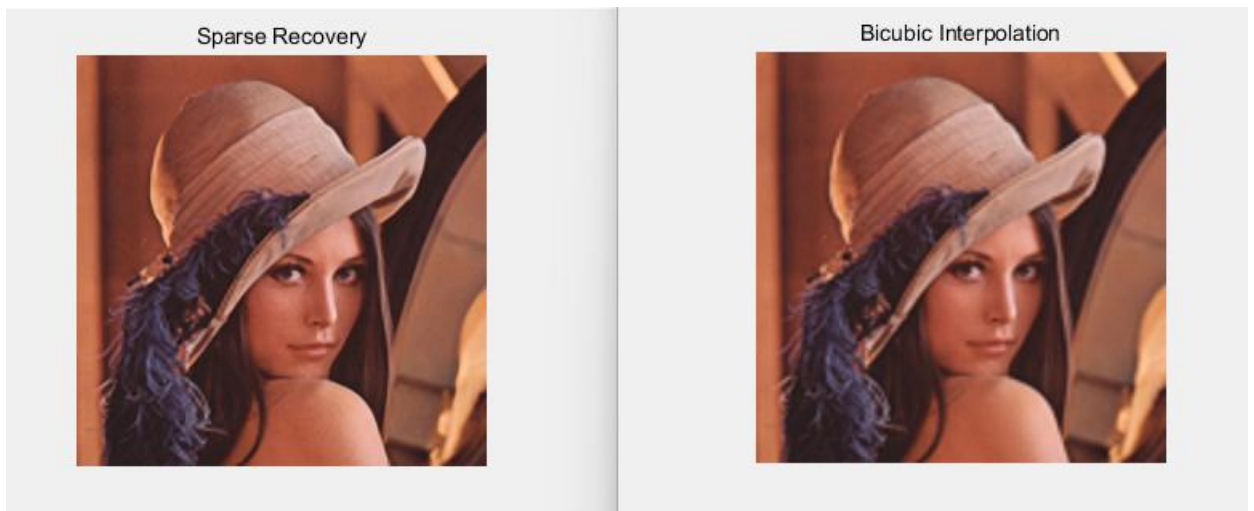
实验手册 7 超分辨率重建

任务目标：完成图片的放大后分辨率的重建

实验任务：1 完成常用的插值方法 bilinear、bicubic、nearest 的复现

2 完成基于字典的超分辨重建方法

效果对比：



左为本次实验的重建效果，右图为双三次插值法。

实验原理：

1. 最邻近插值法 (nearest)

定义：目标各像素点的灰度值代替原图中与其最邻近的像素灰度值

公式：XY 均为坐标点

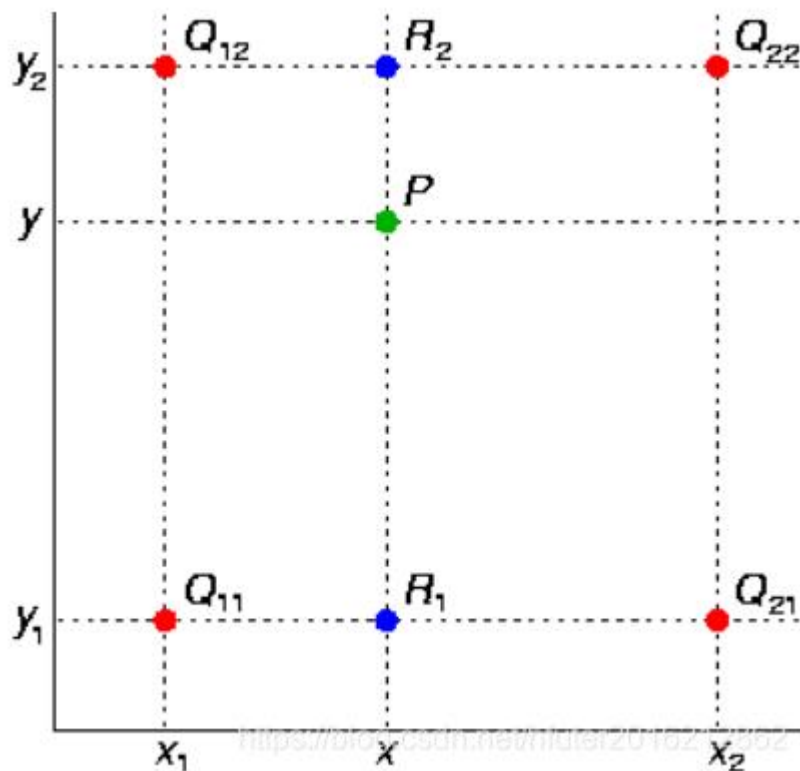
$$\text{srcX} = \text{dstX} * (\text{srcWidth} / \text{dstWidth})$$

$$\text{srcY} = \text{dstY} * (\text{srcHeight} / \text{dstHeight})$$

2. 双线性插值法 (bilinear)

定义：根据点相邻最近的 4 个点的像素值算出该点的像素值

如下图，已知 Q 求 P，先算 R1，R2，再用 R1R2 算 P



$$f(R_1) \approx \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} f(Q_{11}) + \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} f(Q_{21})$$

$$f(R_2) \approx \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} f(Q_{12}) + \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} f(Q_{22})$$

$$f(P) \approx \frac{y_2 - y}{y_2 - y_1} f(R_1) + \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} f(R_2)$$

利用 1 中方法求插入点于原图的位置，注意当 x, y 取得整数时的特殊情况

3. 双三次插值法 (bicubic)

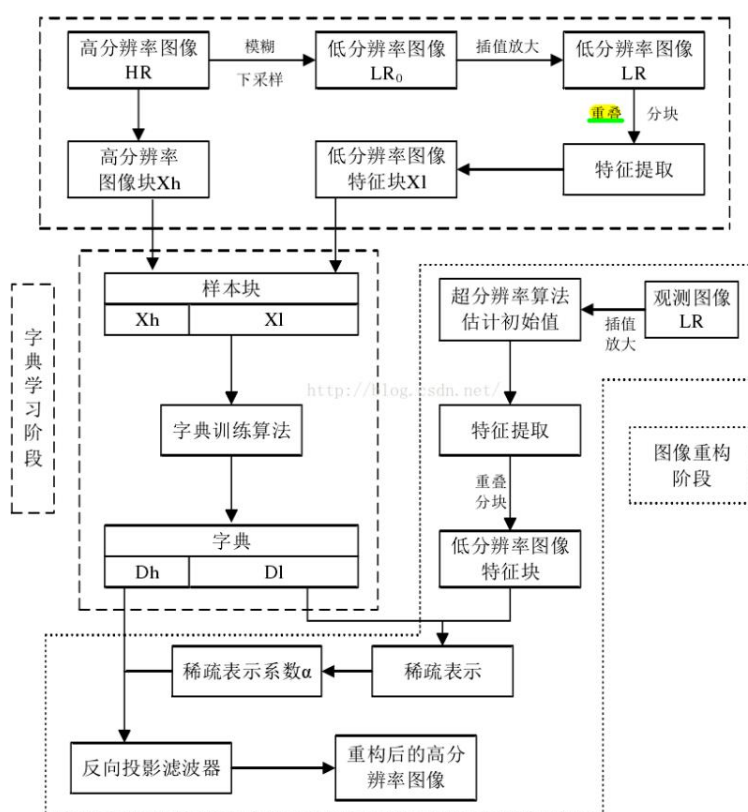
定义：利用邻近的 4×4 的点求出权重后插值

a 值一般取值为 -0.5 或 -1 ， $W(x)$ 中 x 为与 P 点的距离

$$B(X, Y) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 a_{ij} \times W(i) \times W(j)$$

$$W(x) = \begin{cases} (a+2)|x|^3 - (a+3)|x|^2 + 1 & |x| \leq 1 \\ a|x|^3 - 5a|x|^2 + 8a|x| - 4a & 1 < |x| < 2 \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

4.基于字典的超分辨率重建



相关公式

设高分辨图像块展开成一位数列 $x \in \mathbb{R}^n$ 可以由一组K个基元 (atom) 的过完备字典 $D \in \mathbb{R}^{n \times K}$ 线性稀疏表示。其中 $\alpha_0 \in \mathbb{R}^K$ 是表征向量

$$x = D\alpha_0$$

每个图像块减去均值，字典表示图像的纹理，重建阶段将低分辨率的均值直接作为高分辨图像的均值。字典学习问题可以构建为

$$\min_{\alpha} \|F D_l \alpha - F y\|_2^2 + \lambda \|\alpha\|_1,$$

其中 F 是特征提取操作， λ 是拉格朗日乘子。利用高低分辨表征统一的假设，将问题改写为

$$\min_{\alpha} \|\tilde{D} \alpha - \tilde{y}\|_2^2 + \lambda \|\alpha\|_1,$$

将问题转化为 QP 问题求解，上式变为

$$\min_{\alpha} \frac{1}{2} \alpha^T A \alpha + b' \alpha + \lambda |\alpha|$$

其中 $A = D_l' * D_l$, $b = -D_l' * Fy$ (此处 D_l 为归一化后的)

实验流程：本次实验字典部分已提供，同学们需完成重构部分的操作

- 1) 载入字典获取 D_l , D_h , 以及低分辨率图 Y , 对 D_l 归一化
- 2) 获取特征块大小 `patch_size(sqrt(Dh(size,1)))`, 自定义重叠域 `overlap`(也可以理解为步长), 超分系数 `lambda` (这里我们取 0.2)
- 3) 利用插值法, 把低分辨率图变大 (与目标高分辨率图大小一致), 可用 `imresize`
- 4) 提取 `resize` 后的低分辨率图特征 (有 4 层, 1, 2 层为一阶导, 3, 4 层为 2 阶导), 与 `sobel` 算子卷积类似, 但是算子格式不一样, 4 个算子如下
一阶导算子 `[-1,0,1]` 和 `[-1,0,1]T`, 二阶导算子 `[1,0,-2,0,1]` 和 `[1,0,-2,0,1]T`
- 5) 对每个特征块求最优高分辨率块 (循环)
 1. 计算 `resize` 后低分辨率图像块 (5*5) 均值 m
 2. 找到对应位置的特征 (5*5*4) 向量, 展开为一维向量 (100*1), 并且归一化, 得到 Fy
 3. 利用 D_l , Fy , 求得 A , b , 代入函数求得该块的最优稀疏系数 a

4. 生成高分辨率图块 $x = D_h * a$ ，并将 $x+m$ 加入高分辨率图像 X （相加之前记得 reshape，保证 D_h 大小与 patch_size 一致），且新建一个数组用于记录该像素格作加法的次数（flag，参数自定）

5. 对像素值的处理，flag 小于 1 的使其等于 1，然后 $X./flag$ （解决过亮问题）

6) 输出最终图像 X

相关函数：

$a = L1QP(\lambda, A, b)$ ：求解最优方程，返回超分表征向量 a

$rgb2ycbcr()$ ：将彩色图由 rgb 转换为 Y Cb Cr 彩色域，超分操作只需对 Y 域处理

示例：

```
im_l_ycbcr = rgb2ycbcr(im_l);
im_l_y = im_l_ycbcr(:, :, 1);
im_l_cb = im_l_ycbcr(:, :, 2);
im_l_cr = im_l_ycbcr(:, :, 3);

[nrow, ncol] = size(im_h_y);
im_h_cb = imresize(im_l_cb, [nrow, ncol], 'bicubic');
im_h_cr = imresize(im_l_cr, [nrow, ncol], 'bicubic');

im_h_ycbcr = zeros([nrow, ncol, 3]);
im_h_ycbcr(:, :, 1) = im_h_y;
im_h_ycbcr(:, :, 2) = im_h_cb;
im_h_ycbcr(:, :, 3) = im_h_cr;
im_h = ycbcr2rgb(uint8(im_h_ycbcr));
```

图中标亮的为已经超分重建后的图，最后用 $ycrcb2rgb$ 转回 rgb 域

关于归一化

$Norm = \sqrt{\sum (D_i^2)}$

$Norm_D_i = D_i / Norm$

关于字典，已在压缩包内提供如下文件，内有 D_l 与 D_h 数组



D_1024_0.15_5

请同学运用 load 指令读入

```
% load dictionary  
load('D_1024_0.15_5.mat');
```