

Instituto Tecnológico de Aeronáutica

CT-213

Laboratório 5 – Estratégias Evolutivas

Aluno: Pedro Elardenberg Sousa e Souza

Professor: Marcos Ricardo Omena de Albuquerque Maximo

Conteúdo

1	Resumo	1
2	Introdução	2
2.1	Estratégia Evolutiva	2
2.2	CMA-ES	2
3	Análise dos Resultados	3
4	Conclusão	7

1 Resumo

Neste Laboratório, foi implementada uma estratégia evolutiva simples e comparado seu desempenho com a *Covariance Matrix Adaptation Evolution Strategy (CMA-ES)* em funções usadas como *benchmark* para algoritmos de otimização, através de simulações de Monte Carlo. A Figura 1 ilustra uma estratégia evolutiva sendo aplicada para otimizar a função de Rastrigin, definida por:

$$f(x, y) = An + \sum_{i=1}^n [x_i^2 - A \cos(2\pi x_i)] \quad (1)$$

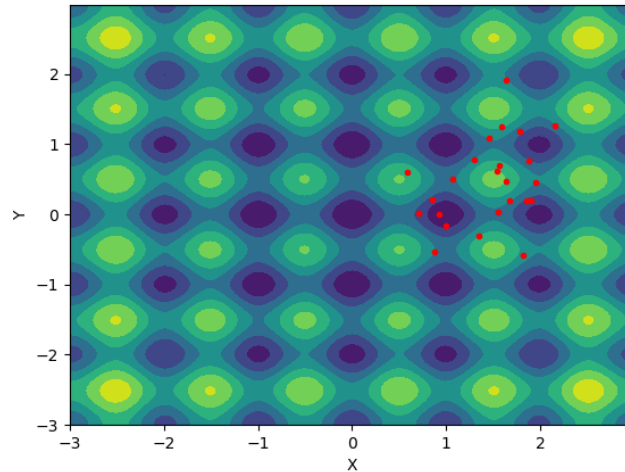


Figura 1: Otimização da função de Rastrigin usando estratégia evolutiva. As amostras são os pontos vermelhos

Os resultados foram mostrados e discutidos neste relatório.

2 Introdução

O problema a ser resolvido é a otimização de funções benchmark através de estratégias evolutivas. A saber, as seguintes funções serão usadas:

Translated Sphere (com centro em (1,2)):

$$f(x_1, x_2) = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 2)^2 \quad (2)$$

Ackley:

$$f(x_1, x_2) = -20e^{-0.2\sqrt{-0.5(x_1^2+x_2^2)}} - e^{0.5(\cos(2\pi x_1+2\pi x_2))} + e + 20 \quad (3)$$

Rastrigin

$$f(x, y) = 20 + \sum_{i=1}^2 [x_i^2 - 10\cos(2\pi x_i)] \quad (4)$$

2.1 Estratégia Evolutiva

A estratégia evolutiva implementada evolui a média \mathbf{m} e a covariância \mathbf{C} de uma distribuição gaussiana através das seguintes equações:

$$m^{(g+1)} = \frac{1}{\mu} \sum_{i=1}^{\mu} x_{i:\lambda}^{(g+1)} \quad (5)$$

$$C^{(g+1)} = \frac{1}{\mu} \sum_{i=1}^{\mu} (x_{i:\lambda}^{(g+1)} - m^{(g)})(x_{i:\lambda}^{(g+1)} - m^{(g)})^T \quad (6)$$

Em que g é a geração ou iteração do cálculo da média, λ é o tamanho da população, μ é o número de melhores amostras escolhidas, $x_{i:\lambda}^{(g)}$ é o i -ésimo melhor ponto dentre as λ amostras da geração g [1].

2.2 CMA-ES

Covariance Matrix Adaptation Evolution Strategy (CMA-ES) é uma estratégia evolutiva para otimização numérica. É utilizada para problemas complexos, isto é, para função de ativação não-linear, não-quadrática, não-convexa, não-suave, descontínua, multimodal, ruidosa, com muitos parâmetros e com parâmetros não-separáveis. Baseia-se em ideias de muitas estratégias mais simples, combinando-as com resultados obtidos experimentalmente.

3 Análise dos Resultados

A estratégia evolutiva utilizada foi a evolução da média e da covariância, conforme equações 5 e 6. No código *simple_evolution_strategy.py*, esse procedimento é dado pela função *tell()*, conforme transcrito:

```
self.fitnesses = fitnesses
self.indices = np.argsort(self.fitnesses)
self.fitnesses = self.fitnesses[self.indices[0:self.mu]]
self.parents = self.samples[self.indices[0:self.mu], :]
self.C = np.zeros([2, 2])
for i in range(self.mu):
    self.C_g = (self.parents[i] - self.m)[np.newaxis]
    self.C += self.C_g * self.C_g.T
self.C /= self.mu
self.m = [np.mean(self.parents[:, 0]), np.mean(self.parents[:, 1])]
self.samples = np.random.multivariate_normal(self.m, self.C,
                                              self.population_size)
```

Das equações citadas, temos que, nesse código, $\mu = self.mu$ e $\lambda = self.population_size$. Para cada uma das funções de *benchmark* citadas nas equações 2 a 4, foi executada a estratégia evolutiva simples para 3 casos, $\mu = 3$, $\lambda = 6$ (caso 1), $\mu = 6$, $\lambda = 12$ (caso 2) e $\mu = 12$, $\lambda = 24$ (caso 3), enquanto que a CMA-ES foi executada com $\mu = 3$, $\lambda = 6$.

Para a função *Translated Sphere*, equação 2:

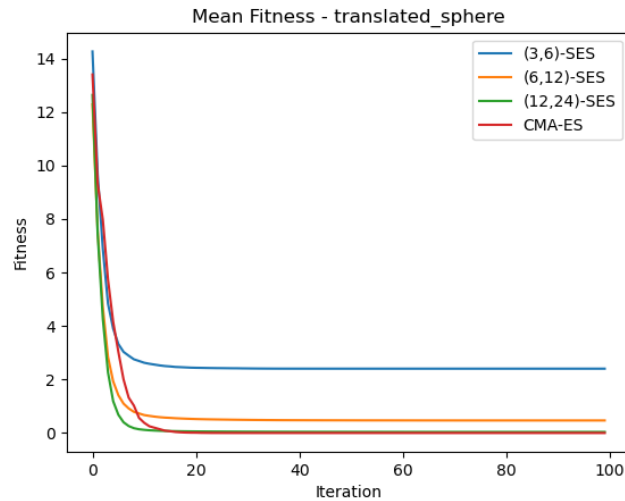


Figura 2: Evolução da média da função de custo para a esfera transladada

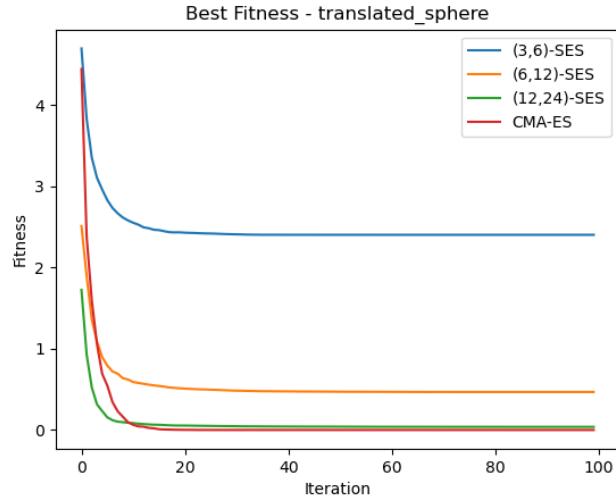


Figura 3: Evolução da função de custo para o melhor caso da equação da esfera transladada

Para esse caso, dado sua simplicidade, o algoritmo convergiu relativamente rápido para um valor muito próximo do CMA-ES, que é um algoritmo capaz de otimizar funções muito mais complexas, com um custo muito parecido ao dele para os casos 2 e 3, além de convergirem mais rápido do que o CMA-ES, o que é esperado, dado que a estratégia evolutiva simples envolve menos processamento de parâmetros.

Para a função *Ackley*, equação, 3, tem-se:

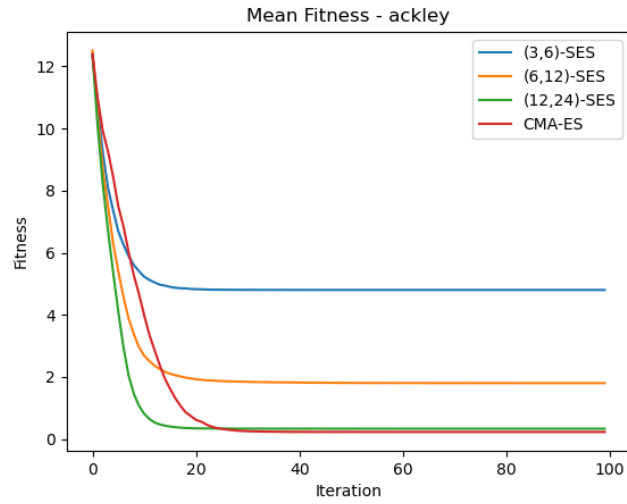


Figura 4: Evolução da média da função de custo para a função ackley

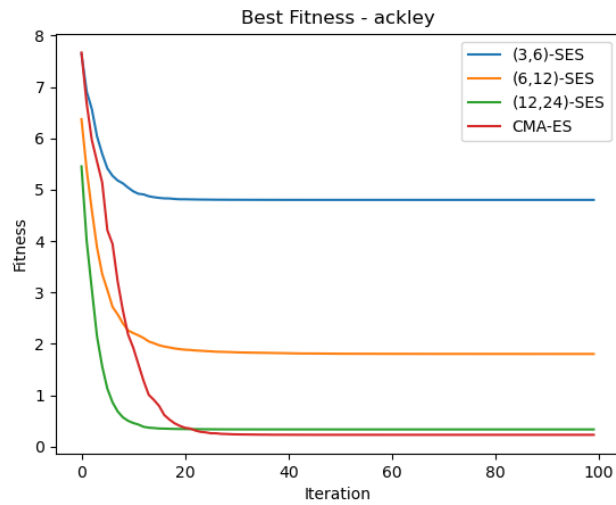


Figura 5: Evolução da função de custo para o melhor caso da função ackley

Para este caso, que a função é um pouco mais complicada que a anterior, vê-se que apenas o caso 3 converge para um valor próximo ao da CMA-ES. Por ser um algoritmo que lida com estocasticidade e descontinuidade, o gráfico "*Best fitness*" da CMA-ES apresenta ruído na curva de decaimento do custo por iteração.

Para a função *Rastrigin*, equação, 4, tem-se:

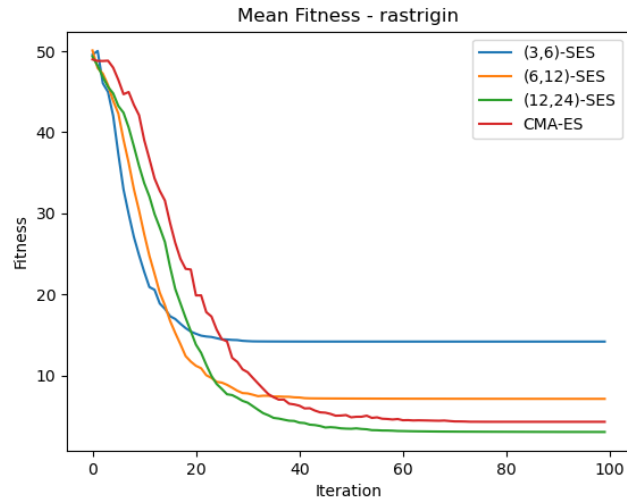


Figura 6: Evolução da média da função de custo para a função rastrigin

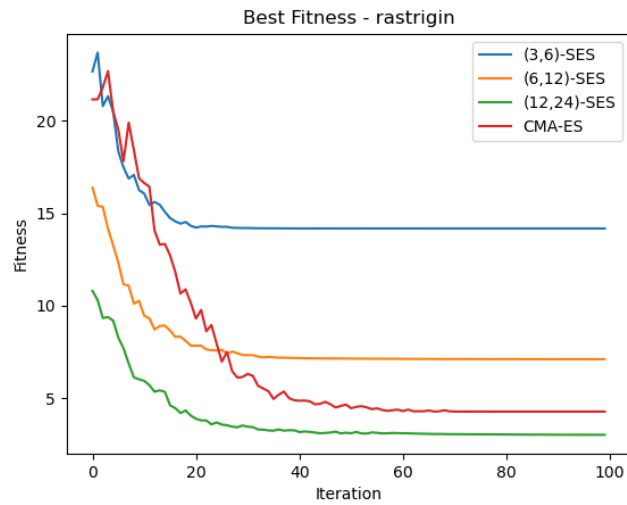


Figura 7: Evolução da função de custo para o melhor caso da função rastrigin

Neste caso, por ser uma equação ainda mais complexa e por ter vários mínimos locais, as estratégias evolutivas apresentaram ainda mais ruídos e os casos ficaram mais evidentemente presos em mínimos locais. Entretanto, o caso 3 conseguiu ganhar do CMA-ES. Uma possível explicação é que, para essa função, o tamanho da população e das melhores amostras é fator predominante.

4 Conclusão

O presente laboratório mostrou-se útil para apresentar as estratégias evolutivas como métodos de otimização de função de custo. Para os casos simples de *benchmark* abordados, estratégias evolutivas simples com evolução de média e covariância mostraram-se efetivas para essa tarefa, embora, para atividades mais complexas, como descrição do movimento de um robô, seria necessários algoritmos mais complexos, como o CMA-ES.

Referências

- [1] Marcos Ricardo Omena de Albuquerque Maximo. Ct-213 - aula 5 - estratégias evolutivas. Apostila, 2020. Curso CT-213 - Inteligência Artificial para Robótica Móvel, Instituto Tecnológico de Aeronáutica.