

Projet 4A SAGI Polytech - Deux étudiants

Capteur quantique optimal

Lors de l'utilisation d'un canal quantique, plusieurs choix peuvent être effectuées pour minimiser les erreurs de transmission. En effet, pour un canal donné, du bruit peut perturber les signaux transmis. Dans ce contexte d'optimisation, on peut par exemple bien choisir le codage en entrée ou bien optimiser le choix de capteur en sortie.

En théorie classique du traitement du signal, cette optimisation peut aussi s'appuyer sur des hypothèses portant sur le type de bruit. Dans le cas quantique, la situation est un peu plus compliquée puisque la mesure des états fait intrinsèquement intervenir les probabilités.

Le problème de la conception d'un détecteur pour minimiser la probabilité d'une erreur de détection lors de la distinction parmi une collection d'états quantiques, représentée par un ensemble d'opérations de densité a déjà été regardé par Eldar¹.

Quantiquement, étant donné une famille d'opérateurs densité $\rho = \{\rho_j, 1 \leq j \leq m\}$ avec des probabilités, a priori p_j , on cherche une famille d'opérateurs de mesure $\Pi = \{\Pi_i, 1 \leq i \leq n\}$ qui maximise l'information mutuelle $H(\Pi, \rho)$ (La probabilité de mesurer i si le système quantique est dans l'état j est donnée par $\text{Tr}(\rho_j \Pi_i)$). Formellement, on cherche à résoudre le problème d'optimisation sous contraintes (1) :

$$\begin{aligned} \max_{\Pi \in \mathcal{B}} \quad & H(\Pi, \rho) \\ \text{tel que} \quad & \sum_{i=1}^n \Pi_i = \text{Id}, \\ & \Pi_i \succeq 0. \end{aligned} \tag{1}$$

où \mathcal{B} dénote l'ensemble des matrices hermitiennes.

Le problème (1) est classiquement considéré comme difficile car non linéaire. Pour résoudre (1), une méthode d'optimisation globale s'appuyant sur le calcul par intervalles a été proposée. Ces approches algorithmiques convergent de façon garantie vers la solution optimale. Le critère d'optimalité ici considéré est plus en adéquation avec la théorie de l'information.

L'objectif de ce projet est de continuer à développer une application permettant d'optimiser ce capteur. L'enseignant se rendra disponible afin de combler les éventuelles lacunes des étudiants en optimisation.

Nicolas Delanoue.

1. Designing optimal quantum detectors via semidefinite programming, Transactions on Information Theory, 2003