Relación 3: Teoría de Juegos

Ejercicio 3.1

Considérese los siguientes juegos en forma estratégica. Determinar los equilibrios de Nash en estrategias puras:

		J2		
		I	C	D
	A	(7, 6)	(4, 8)	(3, 4)
J1	M	(4, 1)	(3, 6)	(4, 2)
	B	(5, 4)	(6, 5)	(3, 1)

		J2		
		I	C	D
	A	(3, 3)	(2, 6)	(3, 1)
J1	M	(2, 4)	(2, 4)	(0, 4)
	B	(1, 5)	(2, 3)	(5, 0)

		J2		
		I	C	D
	A	(3, 2)	(1, 4)	(2, 2)
J1	M	(1, 4)	(3, 2)	(2, 3)
	B	(2, 3)	(1, 3)	(2, 3)

Ejercicio 3.2

Considérense cada uno de los siguientes juegos en forma estratégica. Averigüe, en función del parámetro a, bajo qué circunstancias existe un único equilibrio de Nash en estrategias puras.

		J2	
		Izquierda	Derecha
J1	Alta	(4, 4)	(a, a)
	Baja	(2-a, 1)	(1, 3)

		J2		
		Izquierda	Centro	Derecha
J1	Alta	(4, a)	(3, 1)	(2, 2)
	Baja	(2, 0)	(1, -3)	(a, 1)

Ejercicio 3.3

Consideremos el siguiente juego:

		J2	
		Izquierda	Centro
	A	(3, 2)	(1, 4)
J1	B	(1, 3)	(2, 1)
	C	(2, 2)	(2, 0)

Dadas las estrategias mixtas $x = \left(\frac{2}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{6}\right)$ e $y = \left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$, obtener el pago esperado de ambos jugadores.

Ejercicio 3.4

Dos personas van a jugar a “pares o nones” solamente con la posibilidad de sacar uno o dos dedos cada uno. Si la suma de ambos es par el jugador A pagará un euro al jugador B. En caso contrario sería B el que pague a A. ¿Qué estrategia utilizaría el jugador A?

Ejercicio 3.5

Dos personas juegan a "piedra, papel o tijera", de forma que el que gana obtiene 1€ del otro jugador y si empatan no hay recompensa (ni pago) para ninguno. Determinar si hay estrategias puras para el juego, y en caso contrario, plantear el problema de programación lineal que da lugar a las estrategias mixtas óptimas de cada uno de los jugadores.

Ejercicio 3.6

Encuentre el equilibrio de Nash mediante la eliminación de estrategias dominadas en los siguientes juegos:

		J2	
		Izquierda	Derecha
J1	Alta	(4, 2)	(0, 1)
	Media	(1, 2)	(2, 4)
	Baja	(3, 3)	(4, 2)

		J2		
		Izquierda	Centro	Derecha
J1	A	(3, 1)	(4, 2)	(1, 1)
	B	(2, 4)	(3, 5)	(4, 0)
	C	(1, 0)	(2, 1)	(0, 3)

Ejercicio 3.7

Considerar el siguiente juego cooperativo con tres jugadores:

$$\nu(\emptyset) = \nu(\{1\}) = \nu(\{2\}) = \nu(\{3\}) = 0$$
$$\nu(\{1,2\}) = 2$$
$$\nu(\{1,3\}) = 3$$
$$\nu(\{2,3\}) = 2$$
$$\nu(\{1,2,3\}) = 5$$

(a) Describir las condiciones que deben cumplir las imputaciones.

(b) Obtener el valor de Shapley.

Sol: a) $x_1 + x_2 + x_5 = 5$, $x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$, $x_3 \geq 0$. b) $(1.83, 1.33, 1.83)$

Ejercicio 3.8

Una finca rustica está valorada por su actual propietario en 350.000 euros. Un empresario le ofrece acondicionarla para su utilización como polígono industrial, con lo que su valor de mercado alcanzaría los 700.000 euros. Una empresa constructora le ofrece urbanizar la finca para su posible subdivisión en parcelar destinadas a viviendas unifamiliares. Con esta urbanización el valor de la finca sería 775.000 euros. Obtener el valor Shapley del juego.

Sol: $x = (620833.333, 58333.333, 95833.333)$

Ejercicio 3.9

En un departamento hay tres investigadores consolidados que trabajan en la misma línea de investigación. Se disponen a presentar solicitudes para optar a financiación de proyectos de investigación. Han preguntado a una persona de confianza que tiene toda la información sobre criterios y candidatos y les ha comentado lo que es previsible que ocurra con la resolución acerca de las posibles solicitudes, a la vista del historial y méritos de los candidatos. Si el doctor Clapés presenta de manera individual la solicitud, lo previsible es que le concedan treinta mil euros, el doctor Salmo no conseguirá nada si va solo, mientras que la doctora Luján conseguiría individualmente cincuenta mil euros. Si los doctores Clapés y Salmo presentan un proyecto conjunto obtendrán una financiación de 50, Clapés y Luján obtendrían 80, y Salmo y Lujan obtendrían también 80 (siempre en miles de euros). Si los tres investigadores solicitan el proyecto de manera conjunta, previsiblemente obtendrían 100. Cada investigador solo puede figurar en una solicitud. Obtener el valor Shapley del juego.

Sol: $x = (30, 15, 55)$

Ejercicio 3.10

Una familia posee una antigüedad que no tiene valor para ésta. Un amigo del padre aficionado a las antigüedades le dice que él podría venderla utilizando sus contactos por 500€. Sin embargo, la madre, que no se fía, ha decidido consultar entre sus vecinas, y una de ellas le ofrece 750€. Si utilizando los dos contactos, la familia podría obtener hasta 1000€. ¿cómo deberían repartirse los beneficios obtenidos de la venta de la antigüedad entre la familia, el amigo del padre y la vecina según el valor de Shapley?

Sol: $x = (541.667, 166.667, 291.667)$

Ejercicio 3.11

Cuatro amigos de la carrera han creado una empresa y pretenden repartirse los beneficios obtenidos el primer año. De los cuatro amigos, hay uno sin el cual no hubiera sido posible obtener beneficios. Estando éste en el equipo, se hubieran obtenido 1000, 2000, 3000 ó 4000 €, dependiendo de si los subgrupos tienen 1, 2, 3 ó 4 miembros, respectivamente. ¿Qué beneficio debería llevarse el jugador imprescindible en este reparto según el valor de Shapley?