

# Formulario de ISE

Ismael Sallami Moreno

Universidad de Granada  
Doble Grado en Ingeniería Informática y ADE

## Optimización del Rendimiento

*Todas las variables operacionales deducidas que se usan en este apartado son valores medios.*

- $W$ : waiting time, tiempo de espera en la cola.
- $S$ : service time, tiempo de servicio.
- $R$ : response time, tiempo de respuesta.

$$R = W + S$$

### Variables y leyes operacionales:

- $N_0$ : número de trabajos en el servidor.
- $N_z$ : número de clientes en reflexión (esperando a que los clientes vuelvan a introducirlos en el servidor).
- $T$ : duración del periodo de media para el que se extrae el modelo.
- $A_i$ : número de trabajos solicitados a la estación (**arrivals**).
- $B_i$ : tiempo que el dispositivo ha estado en uso (**busy**).
- $C_i$ : número de trabajos completados en el periodo (**completed**).
- $S_i$ : tiempo medio de servicio (**service**). Se mide en  $\frac{\text{segundos}}{\text{trabajo}}$  o bien en segundos.
- $W_i$ : tiempo medio de espera en la cola (**waiting**). Se mide en segundos [/trabajo].
- $R_i$ : tiempo medio de respuesta (**response**). Se mide en segundos [/trabajo].

$$S_i = \frac{B_i}{C_i} \quad R_i = W_i + S_i$$

- $\lambda_i$ : tasa media de llegada (**arrival rate**). Unidades  $\frac{\text{trabajos}}{\text{segundos}}$ .
- $X_i$ : Productividad media (**throughput**). Unidades  $\frac{\text{trabajos}}{\text{segundos}}$ .
- $U_i$ : Utilización media (**utilization**). Unidades %, pero no suele tener. Valor máx =  $U_{i,max} = 1 \rightarrow 100\%$

$$U_i = \frac{B_i}{T} \quad \lambda_i = \frac{A_i}{T} \quad S_i = \frac{B_i}{C_i} \quad X_i = \frac{C_i}{T}$$

#### Haciendo referencia al número de trabajos en la estación de servicio:

- $N_i$ : Número de trabajos en la estación de servicio.
- $Q_i$ : Número medio de trabajos en la cola de espera.
- $U_i$ : Número medio de trabajos siendo servidos por el dispositivo.

$$U_i = N_i - Q_i \quad \text{Coincide numéricamente con la Utilización Media}$$

#### Variables operacionales de un servidor:

- Básicas:
  - $A_0$ : número de trabajos solicitados al servidor.
  - $C_0$ : número de trabajos completados en el servidor.
- Deducidas:
  - $\lambda_0$ : tasa media de llegada al servidor.
  - $X_0$ : Productividad media del servidor.
  - $N_0$ : Número medio de trabajos en el servidor.
  - $R_0$ : Tiempo medio de respuesta del servidor.

$$\lambda_0 = \frac{A_0}{T} \quad X_i = \frac{C_0}{T}$$

**Razón de visita y demanda de servicio:**

- Razón media de visita al servidor:  $V_i$  (**visit ratio**).
- Demanda de servicio:  $D_i$  (**service demand**).

$$V_i = \frac{C_i}{C_0} \quad D_i = \frac{B_i}{C_0} = V_i \times S_i$$

**Ley del flujo forzado**

$$\forall i = 1, \dots, K \quad X_i = X_0 \times V_i = \lambda_0 \times V_i = \lambda_i \quad \text{Si hay equilibrio de flujo}$$

**Relación Utilización-demanda de servicio**

$$\forall i = 1, \dots, K \quad U_i = X_0 \times D_i = \lambda_0 \times D_i \quad \text{Si hay equilibrio de flujo}$$

**Ley de Little**

- Aplicada a un servidor:

$$N_0 = \lambda_0 \times R_0 = X_0 \times R_0$$

- Aplicada a toda una estación de servicio:

$$N_i = \lambda_i \times R_i = X_i \times R_i$$

- Aplicada a una cola de una estación de servicio:

$$Q_i = \lambda_i \times W_i = X_i \times W_i$$

**Ley general del tiempo de respuesta**

$$R_0 = \sum_{i=1}^K V_i \times R_i$$

**Ley del tiempo de respuesta interactivo**

$$R_0 = \frac{N_T}{X_0} - Z$$

**Identificación del cuello de botella**

- $b$  (bottleneck): índice del dispositivo cuello de botella

$$D_b = \max_{i=1,\dots,K} D_i = V_b \times S_b$$

$$U_b = \max_{i=1,\dots,K} U_i = X_0 \times D_b$$

**Saturación del servidor**

- El saturación, el cuello de botella está al máximo de su productividad.

$$1 = U_b = X_b \times S_b \Rightarrow X_b = \frac{1}{S_b}$$

**Límites optimistas: redes abiertas**

$$R_0 \xRightarrow{\text{optimista} = \min} R_0^{min} = \sum_{i=1}^K V_i \times S_i = \sum_{i=1}^K D_i \equiv D$$

$$\text{Si } U_b = 1 \Rightarrow X_0^{max} = \frac{1}{D_b}$$

Cuando  $\lambda_0 \leq X_0^{max}$  estamos en equilibrio de flujo

**Límites optimistas: redes cerradas**

- Valores de carga altos

Cuando esta cerca de la saturación: Si  $U_b = 1 \Rightarrow X_0^{max} = \frac{1}{D_b}$

Valor optimista de respuesta medio:  $R_0 = \left( \frac{N_T}{X_0^{max}} \right) - Z = D_b \times N_T - Z$

- Valores de carga bajos

Valor optimista de respuesta medio:  $R_0^{min} = \sum_{i=1}^K V_i \times S_i = \sum_{i=1}^K D_i \equiv D$

Valor optimista de productividad media:  $X_0 = \frac{N_T}{R_0^{min} + Z} = \frac{N_T}{D + Z}$

**Punto teórico de saturación**

$$D = D_b \times N_T^* - Z \Rightarrow N_T^* = \frac{D + Z}{D_b}$$