

ECONOMETRÍA. GADE

Prácticas

Tema 5

Ejercicios propuestos

1. Dados los siguientes datos contrastar la existencia de heterocedasticidad con el contraste de Goldfeld-Quandt, Breusch-Pagan y Glesjer con $h = 1$ y $h = 2$:

Y	2	3	7	6	15	8	22
X	-3	-2	-1	0	1	2	3

Especifique la matriz de transformación necesario para obtener estimadores eficientes. Sol. (GQ: $F_{exp} = 49$; BP: $\chi^2 = \frac{5,56}{2}$; Glesjer: $t_{exp}(h = 1) = 3,64$ y $t_{exp}(h = 2) = 0,2711$)

2. Suponiendo que existe heteroscedasticidad en un modelo lineal, $V_i = \beta_0 + \beta_1 P_i + u_i$, que estudia las ventas en función del precio y que la relación entre la varianza de las perturbaciones aleatorias y el precio es cuadrática, indique como transformaría el modelo para que sea homocedástico. (Sol. $Var(u_i) = E(u_i^2) = \sigma^2 \cdot P_i^2$; $P^{-1} = \frac{1}{P_i}$)

Ejercicio seleccionado de [1].

3. En un modelo lineal para estimar el consumo (C) en función de la renta (R) se han ordenado los datos de menor a mayor y se han obtenido las siguientes regresiones:

$$\hat{C}_i = 1,1 + 1,5 \cdot R_i, \quad \sum_{i=1}^{10} e_i^2 = 230,$$

$$\hat{C}_i = 20,1 + 0,5 \cdot R_i, \quad \sum_{i=21}^{30} e_i^2 = 43230.$$

Analice la presencia de heteroscedasticidad en el modelo. (Sol. $F_{exp} = 187,956 > 3,4381$)

Ejercicio seleccionado de [1].

4. Se tiene el siguiente modelo sobre datos de una empresa aseguradora durante los últimos 38 años, donde y son las pólizas contratadas, x es el gasto en publicidad y z el número de comerciales.

$$\hat{y} = \begin{matrix} 0,989+ & 0,534x_t+ & 0,183z_t \\ (1,387) & (0,147) & (0,136) \end{matrix}$$

$$R^2 = 0,537$$

- a) Si consideramos que $\sigma_u^2 = \sigma^2(x_t z_t)$, ¿Cuál sería la matriz de transformación necesaria para corregir el problema de la heterocedasticidad? (Sol. $P = \frac{1}{\sqrt{x_t z_t}}$)

- b) Considerando que los datos para la primera observación son $y_1 = 4$, $x_1 = 11$ y $z_1 = 2$ realice la transformación de esa observación. (Sol. $y^*_1 = 0,8525$; $x^*_1 = 2,3452$; $z^*_1 = 0,4264$).

Ejercicio seleccionado de [1].

5. Se dispone de datos anuales para el periodo 1985-2014 de consumo agregado, Y_t , y renta disponible agregada, X_t . Se considera el siguiente modelo de consumo para la economía española:

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + u_t$$

Teniendo en cuenta que X_t no ha dejado de crecer durante todo el periodo 1985-2014, se ha estimado el modelo para los periodos de 1985-1994 y 2005-2014, obteniéndose los siguientes resultados:

$$\begin{array}{lll} \hat{y}_t = 3,341,27 + 0,8X_t & R^2 = 0,985 & \sum_{t=1985}^{1994} (Y_t - \bar{Y})^2 = 148,456,17 \\ \hat{y}_t = 23,182,01 + 0,955X_t & R^2 = 0,305 & \sum_{t=2005}^{2014} (Y_t - \bar{Y})^2 = 21,418,47 \end{array}$$

Utiliza la información disponible para contrastar la hipótesis nula de que la varianza de las perturbaciones se ha mantenido constante en el tiempo desde 1985 hasta 2014. (Sol. $F_{exp} = 6,68$). *Ejercicio seleccionado de [1].*

6. Se tienen los siguientes datos para el empleo en el sector turístico (Y) en las distintas comunidades españolas para el año 2005 así como del número de viajeros (X_1) y la estancia media (X_2). Se pide:

Provincias	Empleo	Viajeros	Estancia
Andalucía	28,4	11.902	3,1
Aragón	3,6	1.848	2,1
Asturias	2,4	1.088	2,3
Baleares	25,9	6.716	7,2
Canarias	27,2	4.875	7,8
Cantabria	2	933	2,4
Castilla y León	6,2	3647	1,7
Castilla Mancha	2,8	1805	1,7
Cataluña	23,5	10.771	3,4
Valencia	13,4	5.579	3,9
Extremadura	2,2	1000	1,7
Galicia	6,3	3.040	2,1
Madrid	10,7	5.748	2,1
Murcia	2	882	3
Navarra	1,1	557	2
Pais Vasco	3,2	1.540	1,9
La Rioja	0,7	446	1,8

Se pide:

- a) Estimar el modelo e interpretar los coeficientes. (Sol. $\hat{\beta}_0 = -5,7358$; $\hat{\beta}_1 = 0,0019873$; $\hat{\beta}_2 = 2,69218$)
- b) Obtener el coeficiente de determinación. (Sol. $R^2 = 0,9836$)
- c) Contrastar la existencia de heterocedasticidad mediante el contraste de Goldfeld-Quandt. (Sol. $F_{exp} = 1358,36278$)
- d) Contrastar la existencia de heterocedasticidad mediante el test de Glesjer para $h = 1; 2; -1; 1/2$.

$$|\hat{e}_i| = 0,589 + 0,00010X_{1i}; t_{exp} = 2,07526; R^2 = 0,223$$

$$|\hat{e}_i| = 0,7654 + 8,87696 \cdot 10^{-09} X_{1i}^2; t_{exp} = 1,988; R^2 = 0,208572$$

$$|\hat{e}_i| = 1,22 - 348,03X_{1i}^{-1}; t_{exp} = -1,079; R^2 = 0,0720$$

$$|\hat{e}_i| = 0,2671 + 0,0132X_{1i}^{1/2}; t_{exp} = 1,9469; R^2 = 0,2017$$

- e) A la vista de los resultados anteriores qué solución propondría para resolver la heterocedasticidad.

Ejercicio seleccionado de [1].

7. En una estación agrícola se desea ensayar el efecto de un determinado fertilizante sobre la producción de trigo. Para ello se han elegido veintidós parcelas de terreno de igual superficie y se ha planteado un modelo sobre la producción total (Y) en función de la cantidad de fertilizante (CF), que ha dado lugar a los siguientes resultados:

$$\hat{Y}_i = \begin{matrix} 136,9029 + & 0,666648CF_i \\ (567,3311) & (0,006312) \end{matrix}$$

$$R^2 = 0,99821$$

- a) ¿Influye de forma significativa la cantidad de fertilizantes en la explicación de la variable dependiente?
- b) Reordenando todas las variables de la regresión original de menor a mayor de acuerdo con la variable cantidad de fertilizantes, se ajustan dos regresiones por separado, una para los siete primeros datos y otra para los siete últimos, con el siguiente resultado:

$$\hat{Y}_i = \begin{matrix} -49,20379 & +0,718676CF_i \\ (115,8282) & (0,007438) \end{matrix}$$

$$\hat{\sigma}_u^2 = 251,2505$$

$$\hat{Y}_i = \begin{matrix} 847,984 & +0,670859CF_i \\ (1301,311) & (0,006854) \end{matrix}$$

$$SCR = 397588,8$$

Contrastar, utilizando toda la información disponible, la presencia de heteroscedasticidad. Sol. $F_{exp} = 316,48$.

c) Nuevos estudios han dado como resultado las siguientes regresiones adicionales

$$e_i^2 = \begin{matrix} 2405525+ & 80,51248CF_i \\ (3846351) & (42,7965) \end{matrix}$$

$$R^2 = 0,662736$$

$$e_i^2 = \begin{matrix} -1407812+ & 57939,85CF_i^2 \\ (4113921) & (21466,97) \end{matrix}$$

$$R^2 = 0,266898$$

$$e_i^2 = \begin{matrix} 4521,236+ & 0,000104\sqrt{CF_i} \\ (3949,677) & (0,000149) \end{matrix}$$

$$R^2 = 0,023942$$

$$e_i^2 = \begin{matrix} 15252876 & -4,65\frac{1}{CF_i} \\ (6159339) & (2,20) \end{matrix}$$

$$R^2 = 0,159635$$

Utilizando la nueva información: ¿existen problemas de heteroscedasticidad. En caso afirmativo, ¿cómo se estimarían los parámetros del modelo de forma eficiente? Especificar la matriz de transformación. Sol. $P^{-1} = \frac{1}{CF_i}$ *Ejercicio adaptado a partir de [2].*

8. Ante la próxima reunión de la Comisión de la Unión Europea sobre la concesión de subvenciones para la explotación agraria dedicadas a verduras y hortalizas, se ha establecido un modelo que explica la producción de verduras y hortalizas (Y) en función de la superficie cultivada medida en hectáreas (X) obteniendo el siguiente modelo estimado:

$$\hat{y}_i = 302,7623 + 0,171795x_i$$

Se ha obtenido la estimación máximo verosímil de la varianza de la perturbación $\hat{\sigma}_{MV}^2 = 2924222,58824$ y se han obtenido los residuos estandarizados al cuadrado (g_i). De la regresión auxiliar en la que se explica g_i en función de la variable explicativa x_i se ha obtenido $SCR = 21,42911$ y $R^2 = 0,271035$. Use el contraste de Breusch-Pagan para contrastar la posible existencia de heteroscedasticidad al 95 % de confianza. (Sol. $\chi^2 = 3,9837$)

Ejercicio adaptado a partir de [2].

9. Una empresa desea realizar un estudio sobre la relación entre el número de sucursales (S) y el número de licencias comerciales (L) estimando la siguiente ecuación sobre una muestra de 50 observaciones:

$$\hat{S} = \begin{matrix} 5,88+ & 0,2L_t \\ (2,3) & (0,02) \end{matrix}$$

$$R^2 = 0,58$$

- a) Tras ordenar la muestra en función de los valores de la variable L se han estimado dos regresiones de la forma $S_t = \beta_0 + \beta_1 L_t + u_t$ con las primeras y últimas 12 observaciones obteniéndose $SCR_1=1,58$ y $SCR_2=2,47$ respectivamente. Contrasta la posible existencia de heterocedasticidad. Explica lo que haces y por qué lo haces. Sol. $F_{exp} = 1,5632$
- b) Si suponemos que $E(uu') = \sigma^2 L_t$ escribe el modelo transformado en el que las perturbaciones sean homocedásticas.

10. (Septiembre, 2015) Se han analizado 11 producciones de Hollywood para relacionar el impacto que suponen los gastos de promoción (en millones de dolares) sobre las ganancias (en millones de dolares) el primer año de la película. Utilizando el método de mínimos cuadrados ordinarios se obtuvo el siguiente modelo:

$$GANAN_i = 33,35 + 9,91GASTOSPROM_i$$

donde se utilizaron los siguientes datos y se obtuvieron los siguientes residuos:

$GANAN_i$	30	50	90	50	82	85	90	105	120	80	130
$GASTOSPROM_i$	1	2	8	3	4	5	5	6	8	3	10
e_i	-13.26	-3.17	-22.63	-13.08	9.01	2.1	7.1	12.19	7.37	16.92	-2.45

- a) Aplicar el test de Goldfeld-Quandt obviando 3 observaciones en el análisis. Comentar los resultados obtenidos.
- b) ¿Coinciden las conclusiones del apartado anterior con las que se obtienen aplicando el test de Breuch y Pagan? (Regresión auxiliar con $SCR = 12,5871$ y $\bar{R}^2 = -0,109768$).
11. Se quiere analizar la dependencia de las comisiones de los agentes de seguros en base a los años que lleva trabajando en la aseguradora (X_1), el número de pólizas contratadas de media al año (X_2), los siniestros medios por año (X_3) y los nuevos clientes captados el año anterior (X_4). Se tienen datos de 50 agentes. Utilizando el método de mínimos cuadrados ordinarios se obtuvo el siguiente modelo:

$$COMISION_i = 1182,18 - 1,94X_{1i} + 2,71X_{2i} - 0,27X_{3i} + 54,72X_{4i}$$

$$R^2 = 0,69$$

Con la siguiente información, y suponiendo que no existe autocorrelación en la perturbación aleatoria del modelo, ¿es eficiente la estimación anterior?

$$|\hat{e}_i| = \begin{matrix} 1590,59+ \\ (111,09) \end{matrix} \begin{matrix} 146209 \frac{1}{\sqrt{X_{3i}}} \\ (66777,01) \end{matrix} ; SCR = 24239$$

$$|\hat{e}_i| = \begin{matrix} 1483,10+ \\ (244,79) \end{matrix} \begin{matrix} 18633,43 \frac{1}{X_{3i}} \\ (8607,97) \end{matrix} ; SCR = 23935$$

$$|\hat{e}_i| = \begin{matrix} 330,47+ \\ (195,76) \end{matrix} \begin{matrix} 0,059X_{3i} \\ (0,07) \end{matrix} ; SCR = 74323$$

$$|\hat{e}_i| = \begin{matrix} 1556,22+ & 2,25\sqrt{X_{3i}} \\ (542,55) & (10,76) \end{matrix}; SCR = 24515$$

Justifica la respuesta y menciona el método utilizado. En caso de no ser eficiente, ¿cómo realizarías la estimación de los coeficientes para que sí lo fuera?

12. (Parcial 2, 2018) Dado el modelo $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + u_i$ donde $\hat{var}(u_i) = \sigma^2 X_i^2$ y $E(u_i u_j) = 0$ se tiene la siguiente información acerca de una muestra de 800 observaciones:

$$\sum X_i = 330; \sum X_i^2 = 144; \sum \frac{1}{X_i} = 2058; \sum \frac{1}{X_i^2} = 5683$$

$$\sum Y_i = 2672; \sum Y_i^2 = 9576; \sum \frac{Y_i}{X_i} = 6835; \sum \frac{Y_i}{X_i^2} = 18755$$

Se pide transformar el modelo y estimar el modelo para obtener estimadores eficientes. Sol. (3.014; 0.7879)

13. Se tiene información sobre la relación del consumo anual (C_i medido en miles de euros) de 81 familias granadinas cuyo ingreso principal procede del sector turístico con el nivel de dichos ingresos (I_i medido en miles de euros) y el número de personas (P_i) que constituyen la unidad familiar, obteniéndose el siguiente modelo:

$$\hat{C}_i = \begin{matrix} 6,759+ & 0,422I_i & +2,637P_i \\ (3,23) & (0,095) & (0,947) \end{matrix}$$

- Sabiendo que el coeficiente de determinación es igual a 0,3532, contrastar la significación global del modelo. Sol. ($F_{exp} = 21,2968$)
- Usando un intervalo de confianza razone si es posible que el aumento de una persona a la unidad familiar aumente en 5.000 euros el consumo de la familia. Sol. ($IC(95\%)(0,75247; 4,5215)$)
- Razone a partir de las siguientes regresiones si el modelo presenta heterocedasticidad y cómo se podrían obtener estimadores eficientes.

$$|\hat{e}|_i = \begin{matrix} 2,69+ & 1,35I_i \\ (0,19) & (0,33) \end{matrix}; SCR = 16,25$$

$$|\hat{e}|_i = \begin{matrix} 4,32+ & 2,65I_i^2 \\ (0,26) & (0,51) \end{matrix}; SCR = 12,38$$

Referencias

- [1] García, C.B., Sánchez, J.M. y Salmerón, R. (2017) Econometría básica para la economía y la empresa. Ed. Fleming.
- [2] Pena, B., Estavillo, J., Galindo, E., Leceta, M. y Zamora, M. (1999). Cien ejercicios de econometría. Ed. Pirámide.