Temario Métodos Cuantitativos

Ismael Sallami Moreno

`ism350zsallami@correo.ugr.es`

`https://ismael-sallami.github.io/`

`https://elblogdeismael.github.io/`

Universidad de Granada

2025

Índice general

Capítulo 1

Algoritmo Simplex. Dualidad. Análisis de Sensibilidad. Programación Entera.

1.1. Ejercicios

9. Resolver utilizando el método de las dos fases:

a) Min. $20x_1 + 25x_2$

$$\begin{aligned} \text{s.a.} \quad & 2x_1 + 3x_2 \geq 18 \\ & x_1 + 3x_2 \geq 12 \\ & 4x_1 + 3x_2 \geq 24 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

b) Max. $4x_1 + 3x_2$

$$\begin{aligned} \text{s.a.} \quad & 3x_1 + 4x_2 \leq 12 \\ & x_1 + x_2 \geq 4 \\ & 4x_1 + 2x_2 \leq 8 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

c) Max. $x_1 - 2x_2 + 3x_3$

$$\begin{aligned} \text{s.a.} \quad & x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ & x_3 \leq 2 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Pasamos a forma estándar:

$$\begin{aligned} Max. \quad & x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 0s_1 - Mt_1 \\ \text{s.a.} \quad & x_1 + x_2 + x_3 + t_1 = 6 \\ & x_3 + s_1 = 2 \\ & x_1, x_2, x_3, s_1, t_1 \geq 0 \end{aligned}$$

Fase 1

Paso 1. La función artificial es:

$$z^0 = 0x_1 + 0x_2 + 0x_3 + 0s_1 - t_1$$

Paso 2. Aplicar el método simplex al programa construido:

		0	0	0	0	-1	
	VB	x_1	x_2	x_3	s_1	t_1	XB
-1	t_1	1	1	1	0	1	6
0	s_1	0	0	1	1	0	2
	$z_j - c_j$	-1	-1	-1	0	0	-6

Ahora debemos de coger la más negativa, pero al ser todos con valor -1, da igual cual cojamos, cogemos la primera, es decir, la de x_1.

$$F_p = F_1$$
$$F2N = F2(\text{Ya tiene un 0})$$

		0	0	0	0	-1	
	VB	x_1	x_2	x_3	s_1	t_1	XB
0	x_1	1	1	1	0	1	6
0	s_1	0	0	1	1	0	2
	$z_j - c_j$	0	0	0	0	1	0

En este punto no podemos continuar ya que todos los valores de la fila $z_j - c_j$ son positivos, por lo que debemos de pasar a la fase 2.

Fase 2

Ahora debemos de eliminar las variables artificiales y continuar con el problema original.

		1	-2	3	0	
	VB	x_1	x_2	x_3	s_1	XB
1	x_1	1	1	1	0	6
0	s_1	0	0	1	1	2
	$z_j - c_j$	0	3	-2	0	6

Cogemos la fila más negativa, en este caso la de x_3, con valor -2.

$$F_p = F_2$$
$$F1N = F1 - F_p$$

		1	-2	3	0	
	VB	x_1	x_2	x_3	s_1	XB
1	x_1	1	1	0	-1	4
3	x_3	0	0	1	1	2
	$z_j - c_j$	0	3	0	2	10

Como todos los valores de la fila $z_j - c_j$ son positivos, hemos llegado a la solución óptima.

d) Max. $x_1 + x_2 + 10x_3$

$$\begin{aligned} \text{s.a.} \quad & x_2 + 4x_3 = 2 \\ & -2x_1 + x_2 - 6x_3 = 2 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Pasamos a forma estándar:

$$\begin{aligned} Max. \quad & x_1 + x_2 + 10x_3 - t_1 - t_2 \\ \text{s.a.} \quad & x_2 + 4x_3 + t_1 = 2 \\ & -2x_1 + x_2 - 6x_3 + t_2 = 2 \\ & x_1, x_2, x_3, s_1, t_1 \geq 0 \end{aligned}$$

Fase 1

Paso 1. La función artificial es:

$$z^0 = 0x_1 + 0x_2 + 0x_3 - t_1 - t_2$$

Paso 2. Aplicar el método simplex al programa construido:

		0	0	0	-1	-1	
	VB	x_1	x_2	x_3	t_1	t_2	XB
-1	t_1	0	1	4	1	0	2
-1	t_2	-2	1	-6	0	1	2
	$z_j - c_j$	2	-2	2	0	0	0

Cogemos la columna más negativa, en este caso la de x_2.

$$F_p = F_1$$
$$F2N = F_p - F_2$$

		0	0	0	-1	-1	
	VB	x_1	x_2	x_3	t_1	t_2	XB
0	x_2	0	1	4	1	0	2
-1	t_2	2	0	10	1	-1	0
	$z_j - c_j$	-2	0	-10	0	2	0

Cogemos la columna más negativa, en este caso la de x_3.

$$F_p = F_2$$
$$F2N = F2/10$$
$$F1N = F_1 - 4F_p$$

		0	0	0	-1	-1	
	VB	x_1	x_2	x_3	t_1	t_2	XB
0	x_2	0.8	1	0	0.6	0.4	2
0	x_3	0.2	0	1	0.1	-0.1	0
	$z_j - c_j$	0	0	0	1	1	0

En este punto no podemos continuar ya que todos los valores de la fila $z_j - c_j$ son positivos, por lo que debemos de pasar a la fase 2.

Fase 2

Ahora debemos de eliminar las variables artificiales y continuar con el problema original.

		1	1	10	
	VB	x_1	x_2	x_3	XB
1	x_2	0.8	1	0	2
10	x_3	0.2	0	1	0
	$z_j - c_j$	1.8	0	0	2

Como todos los valores de la fila $z_j - c_j$ son positivos, hemos llegado a la solución óptima.

e) Max. $x_1 + 2x_2$

$$\begin{aligned} \text{s.a.}\quad & x_1 + x_2 = 4 \\ & 2x_1 - 3x_2 = 3 \\ & 3x_1 - x_2 = 8 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Bibliografía

[1] Ismael Sallami Moreno, **Estudiante del Doble Grado en Ingeniería Informática + ADE**, Universidad de Granada, 2025.