

# ECONOMETRÍA. GADE

## Prácticas

### Tema 6

### Ejercicios resueltos

1. Se tiene el siguiente modelo sobre datos de una empresa aseguradora durante los últimos 38 años, donde  $y$  son las pólizas contratadas,  $x$  es el gasto en publicidad y  $z$  el número de comerciales.

$$\hat{y} = \begin{matrix} 0,989+ & 0,534x_t+ & 0,183z_t \\ (1,387) & (0,147) & (0,136) \end{matrix}$$

$$R^2 = 0,537$$

Contraste la existencia de autocorrelación en las perturbaciones en el modelo, sabiendo que  $e_t = 0,327e_{t-1}$ . (Sol.  $DW = 1,346$ ). *Ejercicio seleccionado de [1].*

A partir de la relación  $e_t = 0,327e_{t-1}$  se sabe que el coeficiente de correlación es 0,327, por lo que se puede estimar el valor de D-W como:

$$DW \simeq 2(1 - \rho) = 2(1 - 0,327) = 1,346$$

Dado que  $n = 38$  y  $k^* = 2$ , se obtiene de las tablas estadísticas de Durbin-Watson que  $d_L = 1,373$  y  $d_U = 1,594$ , por lo que el valor del estadístico DW se sitúa en la zona en la que se rechaza la hipótesis nula de no existencia de autocorrelación concluyendo con la existencia de autocorrelación positiva.

2. A partir de los siguientes datos contrastar la posible existencia de autocorrelación en el siguiente modelo estimado por MCO:

$$\hat{Y}_t = \begin{matrix} 1'3 & + & 0'97 \cdot Y_{t-1} & + & 2'31 \cdot X_t & n = 21 & d = 1'21 \\ (0'8) & & (0'07) & & (1'2) \end{matrix}$$

A partir de la  $h$  de Durbin:

$$h = 0'394 \cdot \sqrt{\frac{21}{1 - 21 \cdot 0'0049}} = 0'395 \cdot 4'83826 = 1'911113,$$

donde  $\rho \simeq 1 - \frac{d}{2} = 1 - \frac{1'21}{2} = 0'395$  y  $var = 0'07^2 = 0'0049$ , se tiene que no se rechaza la hipótesis nula de incorrelación ya que  $|h| \not> 1'96$ . Luego no existe autocorrelación en el modelo.

3. El número de pequeños accidentes,  $Y$ , ocurridos en las calles de una ciudad y el número de coches que han sido matriculados,  $X$ , en la misma durante 10 años están recogidos en la Tabla 1. Dado el modelo  $Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + u_t$ , se pide:

a) Contraste la hipótesis de no autocorrelación por medio de Durbin-Watson.

- b) En caso de detectar problemas de autocorrelación, obtenga una estimación aplicando MCG.

Cuadro 1: Datos iniciales

$Y$	$X$
25	510
27	520
28	528
32	540
33	590
36	650
38	700
40	760
41	800
45	870

Primero estimamos el modelo  $Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + u_t$  empleando el método de mínimos cuadrados ordinarios.

$$\hat{Y}_t = 2,56755 + 0,0493699X_t$$

con  $R^2 = 0,942095$ .

Cuadro 2: Estimación y residuos

$Y$	$\hat{Y}$	$e_t$	$e_{t-1}$	$(e_t - e_{t-1})^2$	$e_t^2$
25	27.7462	-2.7462			7.5416
27	28.2399	-1.2399	-2.7462	2.2689	1.5374
28	28.6349	-0.6349	-1.2399	0.3661	0.4030
32	29.2273	2.7727	-0.6349	11.6115	7.6879
33	31.6958	1.3042	2.7727	2.1565	1.7010
36	34.6580	1.3420	1.3042	0.0014	1.8010
38	37.1265	0.8735	1.3420	0.2195	0.7630
40	40.0887	-0.0887	0.8735	0.9258	0.0079
41	42.0635	-1.0635	-0.0887	0.9502	1.1310
45	45.5194	-0.5194	-1.0635	0.2961	0.2697
				18.7960	22.8435

Utilizando la información de la Tabla 3, el estadístico de Durbin-Watson es

$$DW = \frac{\sum_{t=2}^n (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n e_t^2} = \frac{18,7960}{22,8435} = 0,8228 \quad (1)$$

Empleando la tabla de Durbin-Watson se tiene que como  $k^* = 2 - 1 = 1$  y  $n = 10$ , los límites inferior y superior, al 5 % de significación, son  $d_L = 0,879$  y  $d_U = 1,320$ . Como  $DW < d_L$  entonces se concluye a un nivel de significación del 5 % que existe autocorrelación positiva.

Una vez obtenida la estimación del modelo por MCO, se estima la regresión  $e_t = \rho e_{t-1} + \varepsilon_t$  se puede estimar:

$$\hat{\rho} = \frac{\sum e_t \cdot e_{t-1}}{\sum e_{t-1}^2}$$

Empleando los residuos de la Tabla 3 se tiene

$$\hat{e}_t = 0,4226e_{t-1}$$

luego  $\hat{\rho} = 0,4226$ . Como el tamaño de la muestra es pequeño utilizamos la Modificación Prais-Winsten realizando la transformación comentada anteriormente sobre las variables en estudio

$$\begin{aligned} Y^* &= \begin{cases} \sqrt{1 - (0,4226)^2} Y_t & t = 1 \\ Y_t - 0,4226 Y_{t-1} & t > 1 \end{cases} \\ Cte_t^* &= \begin{cases} \sqrt{1 - (0,4226)^2} Cte_t & t = 1 \\ Cte_t - 0,4226 Cte_{t-1} & t > 1 \end{cases} \\ X_t^* &= \begin{cases} \sqrt{1 - (0,4226)^2} X_t & t = 1 \\ X_t - 0,4226 X_{t-1} & t > 1 \end{cases} \end{aligned} \quad (2)$$

Cuadro 3: Estimación y residuos

$Y^*$	$cte^*$	$X^*$
22.6587	0.9063	462.2198
16.4348	0.5773	304.4708
16.5896	0.5773	308.2447
20.1670	0.5773	316.8638
19.4765	0.5773	361.7926
22.0539	0.5773	400.6622
22.7861	0.5773	425.3059
23.9409	0.5773	464.1756
24.0957	0.5773	478.8192
27.6731	0.5773	531.9148

A partir de los nuevos datos se obtiene que la estimación del modelo  $Y_t^* = \beta_3 + \beta_4 X_t^* + u_t^*$  es  $\hat{Y}^* = 2,1071 + 0,04975 X^*$ .

**NOTA:** Como el valor de  $\rho$  ha sido estimado deberíamos realizar el proceso de forma iterativa hasta que converjan los valores de los coeficientes de autocorrelación estimados.

Otra alternativa es calcular de nuevo, con el modelo estimado utilizando las variables transformadas, el estadístico de Durbin-Watson y comprobar si se ha eliminado el problema de autocorrelación. Si optamos por esta opción se tiene que  $DW = 1,5226$ , indicando pues que la autocorrelación ha desaparecido.

4. A partir de los siguientes datos para las ventas en millones de euros ( $Y$ ) y el numero de anuncios en television ( $X$ ) para el periodo 2000-2008, se pide:

$Y$	$X$
2	16
3	16
3	18
3,2	20
4	19
4	25
5	26
5,5	29
6	30

- a) Estimar el modelo. (Sol.  $\hat{\beta}_1 = -1,04$ ;  $\hat{\beta}_2 = 0,2266$ )  
b) Contrastar autocorrelación (Sol.  $DW = 3,02$ )  
c) Estimar el modelo para corregir la autocorrelación. (Sol.  $\hat{\beta}_{*1} = -1,0601$ ;  $\hat{\beta}_{*2} = 0,2280$ )  
d) Comprobar que se ha resuelto la autocorrelación. (Sol.  $DW = 2,4671$ )

*Ejercicio seleccionado de [1]. Resuelto en Excel.*

## Referencias

- [1] García, C.B., Sánchez, J.M. y Salmerón, R. (2017) Econometría básica para la economía y la empresa. Ed. Fleming.  
[2] Pena, B., Estavillo, J., Galindo, E., Leceta, M. y Zamora, M. (1999). Cien ejercicios de econometría. Ed. Pirámide.