FACULTAD DE CIENCIAS
ECONÓMICAS Y EMPRESARIALES

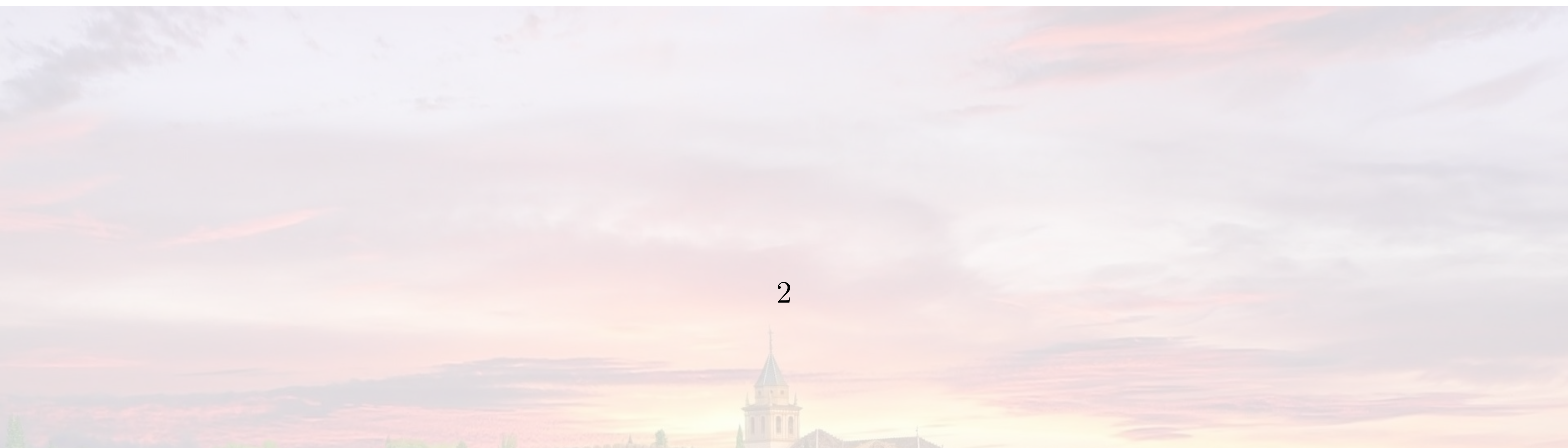
Ingeniería Informática + ADE

Universidad de Granada (UGR)

Autor: Ismael Sallami Moreno

Asignatura: Econometría: Ejercicios Propuestos Solucionados

Índice



1 Tema 2

1.1. Ejercicio 1

Enunciado

1. Detalle el orden de las matrices y vectores de un modelo econométrico con 3 variables explicativas más el termino constante y 50 observaciones.

Solución

Para ello vamos a suponer que la variable explicada es Y_t, si denotamos a las demás varibales explicativas con la simbología β_i, siendo i el índice de la variable explicativa, podemos nombra a la matriz de variables explicativas como X y a la matriz de coeficientes como β, y nos queda la siguiente ecuación:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{1t} + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + \beta_4 X_{4t} + u_t \tag{1}$$

De manera más sintética, nos quedaría:

$$\vec{y} = X\vec{\beta} + \vec{u} \tag{2}$$

Por lo que podemos decir:

- Orden de la matriz $\vec{y} = (50x1)$
- Orden de la matriz $X = (50x4)$
- Orden de la matriz $\vec{\beta} = (4x1)$
- Orden de la matriz $\vec{u} = (50x1)$

1.2. Ejercicio 2

Enunciado

2. Ponga un ejemplo de una matriz X con un término constante y tres variables explicativas de manera que el modelo no cumpla la condición del rango completo por columnas.

Solución

Una matriz X con un término constante y tres variables explicativas que no cumpla la condición del rango completo por columnas es aquella en la cual al menos una de las columnas es una combinación lineal de las demás. Por ejemplo:

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 6 \\ 1 & 4 & 5 & 9 \\ 1 & 7 & 8 & 15 \end{pmatrix}$$

En este ejemplo, la cuarta columna es la suma de la segunda y la tercera columnas, lo que significa que el rango de la matriz no es completo.

1.3. Ejercicio 3

Enunciado

3. Razone qué componentes del modelo econométrico tienen carácter estocástico (aleatorio) y cuáles tienen carácter determinista (fijo).

Solución

En un modelo econométrico típico, hay tanto componentes deterministas como estocásticos.

- **Componentes deterministas (fijos):**

- **Término constante**: Este es el intercepto del modelo, representado generalmente como β_0, y es fijo.
- **Coeficientes de las variables explicativas**: Representados como $\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_k$, son los parámetros del modelo que permanecen fijos una vez estimados.

- **Componentes estocásticos (aleatorios):**

- **Término de error**: Representado como ϵ_i o u_i, este componente capta la variabilidad no explicada por el modelo y es aleatorio.

Por ejemplo, en el modelo lineal clásico:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \ldots + \beta_k X_{ik} + \epsilon_i$$

Los componentes deterministas son $\beta_0, \beta_1, \ldots, \beta_k$ y los componentes estocásticos son los ϵ_i.

1.4. Ejercicio 4

Enunciado

Ponga un ejemplo de una matriz de varianzas-covarianzas de las perturbaciones de un modelo con heterocedasticidad.

Solución

En un modelo con heterocedasticidad, la varianza de los errores no es constante a lo largo de las observaciones. Un ejemplo de matriz de varianzas-covarianzas de las perturbaciones podría ser:

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3^2 \end{pmatrix}$$

donde σ_1^2, σ_2^2 y σ_3^2 son las varianzas de los errores en las diferentes observaciones y son diferentes entre sí, reflejando la presencia de heterocedasticidad.

Por ejemplo:

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 16 \end{pmatrix}$$

En este caso, $\sigma_1^2 = 4$, $\sigma_2^2 = 9$, y $\sigma_3^2 = 16$, lo cual indica que las perturbaciones tienen varianzas distintas.

1.5. Ejercicio 5

Enunciado

Ponga un ejemplo de una matriz de varianzas-covarianzas de las perturbaciones de un modelo con autocorrelación.

Solución

En un modelo con autocorrelación, la matriz de varianzas-covarianzas de las perturbaciones podría tener la siguiente forma:

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma^2 & \rho\sigma^2 & \rho^2\sigma^2 \\ \rho\sigma^2 & \sigma^2 & \rho\sigma^2 \\ \rho^2\sigma^2 & \rho\sigma^2 & \sigma^2 \end{pmatrix}$$

donde σ^2 es la varianza de los errores y ρ es el coeficiente de autocorrelación.

Un ejemplo específico podría ser:

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 1 & 0{,}5 & 0{,}25 \\ 0{,}5 & 1 & 0{,}5 \\ 0{,}25 & 0{,}5 & 1 \end{pmatrix}$$

En este caso, $\sigma^2 = 1$ y $\rho = 0{,}5$. Esto muestra que las perturbaciones están correlacionadas entre sí, reflejando la presencia de autocorrelación en el modelo.

1.6. Ejercicio 6

Enunciado

6. Se considera la posibilidad de introducir nuevas variables explicativas en el modelo de la curva de Phillips (EJERCICIO 1 de la relación de ejercicios resueltos) y para ello se recoge información sobre la renta nacional disponible neta a precios de mercado por habitante (X_2) y la renta nacional disponible neta (X_3).

Años	X_2	X_3
2006	18614	825737
2007	19403	877724
2008	19492	896295
2009	18719	867972
2010	18706	871015
2011	18229	851948
2012	17822	833445
2013	17691	824821
2014	18029	837556
2015	18828	873766

Se pide:

a) Estimar el modelo incluyendo la variable X_2. (**Sol.** $\hat{y} = 165,78 - 1,48X_1 - 0,0077X_2$)

b) Estimar el modelo incluyendo las variables X_2 y X_3. (**Sol.** $\hat{y} = 120,97 - 0,77X_1 - 0,017X_2 + 0,00025X_3$)

c) Comparar ambos modelos. (**Sol.** $R_1^2 = 0,7097 < R_2^2 = 0,96; AIC_1 = 2,83 > AIC_2 = 0,8920$)

Solución

- **Modelo incluyendo la variable X_2:**

$$\hat{y} = 165,78 - 1,48X_1 - 0,0077X_2$$

Para estimar este modelo, hemos utilizado una regresión lineal múltiple donde X_1 es la variable original del modelo de la curva de Phillips y X_2 es la nueva variable explicativa añadida (renta nacional disponible neta a precios de mercado por habitante). Los coeficientes $165,78$ (intercepto), $-1,48$ (coeficiente de X_1), y $-0,0077$ (coeficiente de X_2) han sido estimados a partir de los datos proporcionados usando el método de mínimos cuadrados ordinarios (MCO).

Para ello:

- Debemos de calcular los siguiente valores:

$$\sum_{i=1}^{10} X_{1_i}$$
$$\sum_{i=1}^{10} X_{1_i}^2$$
$$\sum_{i=1}^{10} X_{2_i}$$
$$\sum_{i=1}^{10} X_{2_i}^2$$
$$\sum_{i=1}^{10} X_{1_i} Y_t$$
$$\sum_{i=1}^{10} X_{2_i} Y_t$$
$$\sum_{i=1}^{10} Y_t$$

- Con estos valores calculamos la siguiente matriz:

$$X'X = \begin{pmatrix} n & \sum_{i=1}^{10} X_{1_i} & \sum_{i=1}^{10} X_{2_i} \\ \sum_{i=1}^{10} X_{1_i} & \sum_{i=1}^{10} X_{1_i}^2 & \sum_{i=1}^{10} X_{1_i} X_{2_i} \\ \sum_{i=1}^{10} X_{2_i} & \sum_{i=1}^{10} X_{1_i} X_{2_i} & \sum_{i=1}^{10} X_{2_i}^2 \end{pmatrix}$$

- Y calculamos de manera análoga la siguiente matriz:

$$X'Y = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^{10} Y_t \\ \sum_{i=1}^{10} X_{1_i} Y_t \\ \sum_{i=1}^{10} X_{2_i} Y_t \end{pmatrix}$$

- Por último, calculamos la matriz del estimador, aplicando el estimador de MCO:

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1} X'Y$$

- **Modelo incluyendo las variables X_2 y X_3**:

$$\hat{y} = 120,97 - 0,77X_1 - 0,017X_2 + 0,00025X_3$$

De manera similar, para este modelo se ha llevado a cabo una regresión lineal múltiple incluyendo ahora tanto X_2 como X_3 (renta nacional disponible neta total). Los coeficientes $120,97$ (intercepto), $-0,77$ (coeficiente de X_1), $-0,017$ (coeficiente de X_2), y $0,00025$ (coeficiente de X_3) han sido obtenidos mediante el método de MCO.

- **Comparación de ambos modelos**:

- Coeficiente de determinación ajustado (R^2):

$$R_1^2 = 0,7097 \quad \text{(modelo con } X_2 \text{ solamente)} < R_2^2 = 0,96 \quad \text{(modelo con } X_2 \text{ y } X_3\text{)}$$

  El coeficiente de determinación ajustado (R^2) indica el porcentaje de variabilidad en la variable dependiente que es explicado por las variables independientes. En este caso, el modelo que incluye X_2 y X_3 explica el 96 % de la variabilidad en Y, mientras que el modelo con sólo X_2 explica el 70, 97 %.

- Criterio de Información de Akaike (AIC):

$$AIC_1 = 2,83 \quad \text{(modelo con } X_2 \text{ solamente)} > AIC_2 = 0,8920 \quad \text{(modelo con } X_2 \text{ y } X_3\text{)}$$

  El AIC es una medida de la calidad del modelo relativo a otros modelos. Un menor AIC indica un mejor ajuste del modelo. En este caso, el modelo con X_2 y X_3 tiene un AIC menor (0,8920) comparado con el modelo que incluye sólo X_2 (2,83), indicando que el modelo con ambas variables explicativas X_2 y X_3 es superior en términos de ajuste.

Para realizar el apartado c), hemos usado estan funciones:

$$R^2 = \frac{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} \left(\hat{Y}_i - \bar{Y}\right)^2}{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} \left(Y_i - \bar{Y}\right)^2} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left(\hat{Y}_i - \bar{Y}\right)^2}{\sum_{i=1}^{n} \left(Y_i - \bar{Y}\right)^2} = \frac{SCE}{SCT} \tag{3}$$

$$SCE = \hat{\beta}^T \cdot X'Y - 10 \cdot \left(\frac{\sum_{i=1}^{10} Y}{n}\right)^2 \tag{4}$$

Y para el cálculo de AIC:

$$AIC = ln(\frac{SCR}{n}) \cdot \frac{2k}{n} \tag{5}$$

Siendo k el número de variables explicativas y n el número de observaciones. Para encontrar los calculos pincha aquí y visualiza el archivo en formato .xlsx

1.7. Ejercicio 7

Enunciado

En la siguiente tabla se recogen las ventas de seis empresas informáticas en función del número de comerciales:

v_t	109	111	132	140	169	180
c_t	12	15	17	18	19	20

Se pide:

a) Plantear el modelo econométrico y estimar los coeficientes por mínimos cuadrados ordinarios. Interpretación de los coeficientes estimados. (Sol. $\hat{v}_t = -13,56 + 9,132c_t$)

b) Calcular el coeficiente de determinación e interpretarlo. ($R^2 = 0,8294$)

c) Se estima un modelo alternativo añadiendo como variable explicativa el gasto en publicidad de cada empresa, obteniendo un coeficiente de determinación igual a 0,93363. Concluya de forma razonada si este modelo es mejor que el anterior. (Sol. $\bar{R}_1^2 = 0,78675 < \bar{R}_2^2 = 0,8893$)

Solución

Para ello debemos de realizar los mismo pasos que en el ejercicio anterior para la resolución del apartado a y b, y para el c basta con calcular el coeficiente de determinación ajustado y compararlos (Usando las fórmulas expuestas anteriormente).

1.8. Ejercicio 8

Enunciado

Se tiene la siguiente información correspondiente al curso 2010/2011 sobre el número de becarios en la enseñanza universitaria (Y), el alumnado matriculado en estudios de 1er. y 2º ciclo y de grado (X_1) y el importe en miles de euros de las becas (X_2). Se pide:

CCAA	Y	X_1	X_2
Andalucía	97.105	234.851	266.222,60
Aragón	9.294	31.063	19.648,80
Asturias	6.882	23.746	16.048,00
Baleares	4.251	15.488	8.224,60
Canarias	19.125	41.546	45.084,30
Cantabria	4.078	8.157	5.011,80
Castilla y León	27.307	78.694	75.124,10
Castilla - La Mancha	8.380	30.856	20.717,00
Cataluña	51.965	179.637	138.077,10
Valencia	49.805	148.671	115.219,30
Extremadura	12.088	22.747	35.506,00
Galicia	24.500	64.262	66.019,40
Madrid	64.563	239.389	134.341,50
Murcia	15.549	42.573	37.177,90
Navarra	4.669	14.705	10.372,50
País Vasco	15.322	53.419	26.789,40
Rioja, La	1.761	8.119	3.345,10
A distancia	20.557	212.021	16.491,60

a) Estimar los parámetros. (Sol. $\hat{y} = 528,077 + 0,09X_1 + 0,2936X_2$)
b) Obtener el coeficiente de determinación. (Sol. $R^2 = 0,994$)
c) Obtener el coeficiente de determinación corregido. (Sol. $\bar{R}^2 = 0,993$)
d) Calcular el criterio de Akaike. (Sol. $AIC = 328,9392$)

Solucion

Similar a los ejercicios anteriores en cuanto al cálculo de AIC y BIC basta con aplicar las fórmulas expuestas en la teoría.

$$AIC = ln(\frac{SCR}{n}) + \frac{2k}{n} \tag{6}$$

$$BIC = ln(\frac{SCR}{n}) + \frac{k}{n} \cdot ln(n) \tag{7}$$

1.9. Resto de ejercicios

Para la resolución del resto de ejercicios basta con seguir la misma lógica que en los ejercicios anteriores, aplicando las fórmulas expuestas en la teoría. Puede servirse de la hoja de cálculo que se ha proporcionado en el apartado anterior para realizar los cálculos de manera más sencilla.

2 Tema 3