Inteligencia Artificial Avanzada para ciencia de datos

Actividad 2. Transformaciones e Inferencia Estadística

Carlos Alberto Sánchez Villanueva

23 de agosto del 2024

Problema 1

Una pequeña empresa de manufactura estableció un sistema de incentivos para sus empleados basado en diferentes variables tanto de desempeño como de costo para la empresa. La empresa desea conocer cuál sería el ranking de los empleados tomando en cuenta todas las variables. A continuación, se presenta una tabla con los resultados obtenidos por cada empleado en cada uno de los rubros y si "más es mejor" o "menos es mejor"

	Menos	Menos	Más	Más	Más	Menos
	Salario	Costo de Capacitación	Producción Generada	Satisfacción del Cliente Interna	Ventas Generadas	Ausentismo
Empleado 1	4620	354	10001	7	80014	5
Empleado 2	5100	499	9800	8	75000	6
Empleado 3	4550	450	9500	6	69000	4
Empleado 4	4751	470	9999	9	71000	3
Empleado 5	4848	380	9750	7	76500	2
Empleado 6	4932	370	9680	6	79814	5
Empleado 7	5040	330	9786	8	77658	4
Empleado 8	4671	350	9650	5	78500	2
Empleado 9	4699	415	10100	9	73000	2
Empleado 10	4914	394	10050	10	74000	3

Previamente, y con apoyo de la junta directiva, se aplicó la metodología AHP para definir los pesos de cada una de las variables y se obtuvieron los siguientes porcentajes:

	Salario	Costo de Capacitación	Producción Generada	Satisfacción del Cliente Interna	Ventas Generadas	Ausentismo
Importancia	6%	3%	16%	25%	40%	10%

a) Haga un análisis exploratorio de estos datos:

a. Calcular e interpretar estadísticas descriptivas de los datos: media, mediana, moda, desviación estándar, coeficiente de variación.

Statistics

Variable	Mean	StDev	CoefVar	Median	Mode
Salario	4812.5	183.5	3.81	4799.5	*
Costo de Capacitación	401.2	56.0	13.97	387.0	*
Producción Generada	9831.6	197.8	2.01	9793.0	*
Satisfacción del Cliente Intern	7.500	1.581	21.08	7.500	6, 7, 8, 9
Ventas Generadas	75449	3725	4.94	75750	*
Ausentismo	3.600	1.430	39.72	3.500	2

Usando el software "minitab"

b.

b. ¿Cuál de las variables tiene mayor variabilidad? ¿Cuál tiene menor variabilidad? Explique, ¿cuáles estadísticas
son relevantes para ello? y ¿por qué?

Mayor variabilidad: *Ausentismo y satisfacción del Cliente Interna.*
Menor Variabilidad: *Producción generada y Salario.*
Argumentación: *La variabilidad se determina utilizando el coeficiente de variación, que*

es relevante porque no tiene unidades, ya que se expresa como un porcentaje. Este coeficiente se calcula dividiendo la desviación estándar entre la media y multiplicando el resultado por 100. De este modo, nos indica cuánta dispersión hay en los datos en relación con su media.

(b) Utilizando la Técnica de Análisis Multifactorial, obtener cuál debería ser el ranking de cada uno de los empleados para poder definir el reparto de los incentivos.

1. *Primero, identificamos el valor más pequeño o grande para cada columna, según lo que sea más favorable para cada una de ellas, como se indica arriba de cada columna con "Menos" o "Más".*

	Menos	Menos	Más	Más	Más	Menos
	Salario	**Costo de Capacitación**	**Producción Generada**	**Satisfacción del Cliente Interna**	**Ventas Generadas**	**Ausentismo**
Empleado 1	4620	354	10001	7	80014	5
Empleado 2	5100	499	9800	8	75000	6
Empleado 3	4550	450	9500	6	69000	4
Empleado 4	4751	470	9999	9	71000	3
Empleado 5	4848	380	9750	7	76500	2
Empleado 6	4932	370	9680	6	79814	5
Empleado 7	5040	330	9786	8	77658	4
Empleado 8	4671	350	9650	5	78500	2
Empleado 9	4699	415	10100	9	73000	2
Empleado 10	4914	394	10050	10	74000	3

2. *Dividiremos cada columna por el valor seleccionado como el menor o el mayor. Si el valor elegido es el mínimo, será el divisor; si es el máximo, será el dividendo.*

	Menos	Menos	Más	Más	Más	Menos
	Salario	**Costo de Capacitación**	**Producción Generada**	**Satisfacción del Cliente Interna**	**Ventas Generadas**	**Ausentismo**
Empleado 1	4550/4620	330/354	10001/10100	7/10	80014/80014	2/5
Empleado 2	4550/5100	330/499	9800/10100	8/10	75000/80014	2/6
Empleado 3	4550/4550	330/450	9500/10100	6/10	69000/80014	2/4
Empleado 4	4550/4751	330/470	9999/10100	9/10	71000/80014	2/3
Empleado 5	4550/4848	330/380	9750/10100	7/10	76500/80014	2/2
Empleado 6	4550/4932	330/370	9680/10100	6/10	79814/80014	2/5
Empleado 7	4550/5040	330/330	9786/10100	8/10	77658/80014	2/4
Empleado 8	4550/4671	330/350	9650/10100	5/10	78500/80014	2/2
Empleado 9	4550/4699	330/415	10100/10100	9/10	73000/80014	2/2
Empleado 10	4550/4914	330/394	10050/10100	10/10	74000/80014	2/3

3. *Mostramos los resultados de las divisiones y luego sumamos los valores de cada columna.*

	Menos	Menos	Más	Más	Más	Menos
	Salario	Costo de Capacitación	Producción Generada	Satisfacción del Cliente Interna	Ventas Generadas	Ausentismo
Empleado 1	0.984848485	0.93220339	0.99019802	0.7	1	0.4
Empleado 2	8/9	0.661322645	0.97029703	0.8	0.937335966	0.333333333
Empleado 3	1	0.733333333	0.940594059	0.6	0.862349089	0.5
Empleado 4	0.957693117	0.70212766	0.99	0.9	0.887344715	0.666666667
Empleado 5	0.938531353	0.868421053	0.965346535	0.7	0.956082686	1
Empleado 6	0.922546634	0.891891892	0.958415842	0.6	0.997500437	0.4
Empleado 7	0.902777778	1	0.968910891	0.8	0.970555153	0.5
Empleado 8	0.974095483	0.942857143	0.955445545	0.5	0.981078311	1
Empleado 9	0.968291126	0.795180723	1	0.9	0.91234034	1
Empleado 10	0.925925926	0.837563452	0.995049505	1	0.924838153	0.666666667
Suma	9.466866764	8.36490129	9.734257426	7.5	9.429424851	6.466666667

4. *Utilizaremos los valores obtenidos previamente de la suma de cada columna para dividir cada valor en su respectiva columna. Si esto se hace correctamente, la suma de cada columna resultará ser 1.*

	Menos	Menos	Más	Más	Más	Menos
	Salario	Costo de Capacitación	Producción Generada	Satisfacción del Cliente Interna	Ventas Generadas	Ausentismo
Empleado 1	0.1040	0.1114	0.1017	0.1	0.1061	0.0619
Empleado 2	0.0942	0.0791	0.0997	0.1	0.0994	0.0515
Empleado 3	0.1056	0.0877	0.0966	0.1	0.0915	0.0773
Empleado 4	0.1012	0.0839	0.1017	0.1	0.0941	0.1031
Empleado 5	0.0991	0.1038	0.0992	0.1	0.1014	0.1546
Empleado 6	0.0975	0.1066	0.0985	0.1	0.1058	0.0619
Empleado 7	0.0954	0.1195	0.0995	0.1	0.1029	0.0773
Empleado 8	0.1029	0.1127	0.0982	0.1	0.1040	0.1546
Empleado 9	0.1023	0.0951	0.1027	0.1	0.0968	0.1546
Empleado 10	0.0978	0.1001	0.1022	0.1	0.0981	0.1031
Suma	1.0000	1.0000	1.0000	1.0	1.0000	1.0000

5. *Multiplicaremos cada columna por el peso de importancia correspondiente que fue definido por la junta directiva.*

Importancia	0.06	0.03	0.16	0.25	0.4	0.1
	Menos	Menos	Más	Más	Más	Menos
	Salario	Costo de Capacitación	Producción Generada	Satisfacción del Cliente Interna	Ventas Generadas	Ausentismo
Empleado 1	0.0062	0.0033	0.0163	0.023	0.0424	0.0062
Empleado 2	0.0057	0.0024	0.0159	0.027	0.0398	0.0052
Empleado 3	0.0063	0.0026	0.0155	0.020	0.0366	0.0077
Empleado 4	0.0061	0.0025	0.0163	0.030	0.0376	0.0103
Empleado 5	0.0059	0.0031	0.0159	0.023	0.0406	0.0155
Empleado 6	0.0058	0.0032	0.0158	0.020	0.0423	0.0062
Empleado 7	0.0057	0.0036	0.0159	0.027	0.0412	0.0077
Empleado 8	0.0062	0.0034	0.0157	0.017	0.0416	0.0155
Empleado 9	0.0061	0.0029	0.0164	0.030	0.0387	0.0155
Empleado 10	0.0059	0.0030	0.0164	0.033	0.0392	0.0103
Suma	0.0600	0.0300	0.1600	0.2500	0.4000	0.1000

6. *Después de realizar las multiplicaciones, creamos la columna "Promedio Ponderado", donde se suman los valores de cada fila. Luego, filtramos esta columna para ordenarla de mayor a menor y así obtener el ranking de empleados.*

	Salario	Costo de Capacitación	Producción Generada	Satisfacción del Cliente Interna	Ventas Generadas	Ausentismo	Promedio Ponderado
Empleado 9	0.0061	0.0029	0.0164	0.030	0.0387	0.0155	0.1096
Empleado 10	0.0059	0.0030	0.0164	0.033	0.0392	0.0103	0.1081
Empleado 5	0.0059	0.0031	0.0159	0.023	0.0406	0.0155	0.1043
Empleado 4	0.0061	0.0025	0.0163	0.030	0.0376	0.0103	0.1028
Empleado 7	0.0057	0.0036	0.0159	0.027	0.0412	0.0077	0.1008
Empleado 8	0.0062	0.0034	0.0157	0.017	0.0416	0.0155	0.0990
Empleado 1	0.0062	0.0033	0.0163	0.023	0.0424	0.0062	0.0978
Empleado 2	0.0057	0.0024	0.0159	0.027	0.0398	0.0052	0.0956
Empleado 6	0.0058	0.0032	0.0158	0.020	0.0423	0.0062	0.0933
Empleado 3	0.0063	0.0026	0.0155	0.020	0.0366	0.0077	0.0887

(c) Suponga que se quiere utilizar los datos proporcionados y una regresión lineal para predecir cuáles serían las ventas generadas por 3 empleados nuevos con los siguientes valores:

Empleados Nuevos	Salario	Costo de Capacitación	Producción Generada	Satisfacción del Cliente Interna	Ventas Generadas	Ausentismo
Empleado 11	4700	420	9800	8	?	3
Empleado 12	4900	450	9600	7	?	5
Empleado 13	4850	380	10000	8	?	4

Tip 1: Utilizar la transformación MinMax Scaler para las variables predictoras antes de realizarla regresión.

Tip 2: Transformar los datos de los nuevos empleados con los mismos parámetros de las variables originales para después meterlos en la ecuación de regresión.

```
# REGRESIÓN

# Escalamos las variables del dataset inicial
x = df[['Salario', 'Costo de Capacitación', 'Producción Generada', 'Satisfacción del Cliente Interna', 'Ausentismo']]
y = df['Ventas Generadas']
scaler = MinMaxScaler()
x_scaled = scaler.fit_transform(x)

# Escalamos las variables del dataset con los nuevos empleados
x_new = df_NewEmployes[['Salario', 'Costo de Capacitación', 'Producción Generada', 'Satisfacción del Cliente Interna', 'Ausentismo']]
x_new_scaled = scaler.transform(x_new)

# Modelo de regresión
from sklearn.linear_model import LinearRegression
model = LinearRegression()
model.fit(x_scaled, y)

# Predicción de Ventas Generadas para los Nuevos empleados
y_prediction = model.predict(x_new_scaled)
y_prediction
```

✓ 0.0s Python

```
array([71178.64979568, 72703.54387486, 78412.09611517])
```

Usando Linear regresión del Sklearn en Python

Empleado 11: *71178.6497*
Empleado 12: *72703.5438*
Empleado 13: *78412.0961*

Problema 2

En la elaboración de envases de plástico es necesario garantizar que cierto tipo de botella en posición vertical tenga una resistencia mínima de 20kg de fuerza. Para garantizar esto, se aplica fuerza a la botella hasta que ésta cede, y el equipo registra la resistencia que alcanzó la botella. Se obtuvieron los siguientes datos de la resistencia máxima alcanzada de cada botella mediante pruebas destructivas:

28.3	26.8	26.6	26.5	28.1	24.8	27.4	26.2	29.4	28.6	24.9	25.2	30.4	27.7	27.0	26.1	28.1
26.9	28.0	27.6	25.6	29.5	27.6	27.3	26.2	27.7	27.2	25.9	26.5	28.3	26.5	29.1	23.7	29.7
26.8	29.5	28.4	26.3	28.1	28.7	27.0	25.5	26.9	27.2	27.6	25.5	28.3	27.4	28.8	25.0	25.3
27.7	25.2	28.6	27.9	28.7												

(a) ¿Qué tipo de variable se está midiendo? ¿Discreta o continua? Explique

Explicación: *Son variables discretas porque se pueden enumerar o listar. Si fueran continuas, sería imposible enumerarlas por completo.*

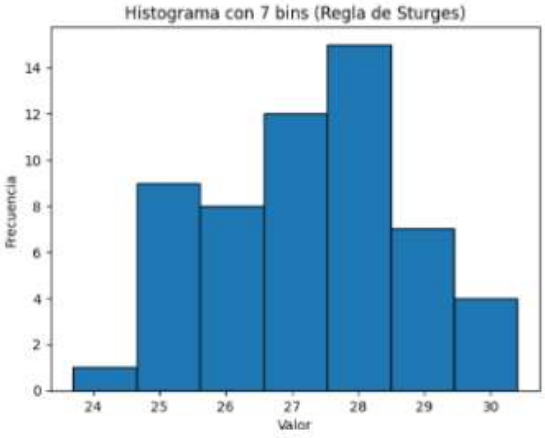
(b) Haga un análisis exploratorio de estos datos.

a) Realice un histograma con al menos 2 reglas para definir el número de clases (No utilizar regla empírica). Describa la forma y analice el comportamiento de los datos.

La regla de Sturges es una fórmula empleada para calcular el número óptimo de bins (intervalos) que se deben utilizar en un histograma.

$$K = 1 + log2(n)$$

```
df2 = pd.read_csv('DF Problema2.csv')

# Aplicar la regla de Sturges
n = len(df2)
k = int(np.ceil(1 + np.log2(n)))  # número de bins según la regla de Sturges

# Crear el histograma
plt.hist(df2, bins=k, edgecolor='black')
plt.title(f'Histograma con {k} bins (Regla de Sturges)')
plt.xlabel('Valor')
plt.ylabel('Frecuencia')
plt.show()
```

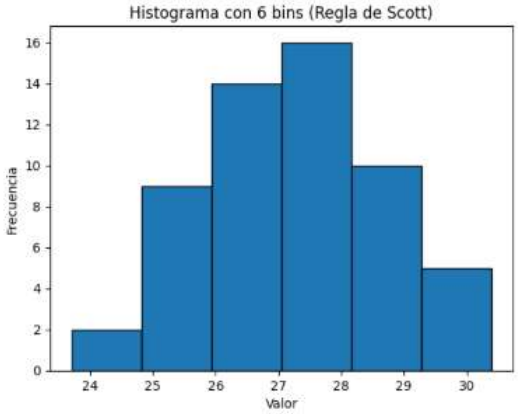


La regla de Scott determina el ancho óptimo de cada bin en un histograma basándose en la desviación estándar de los datos y el tamaño de la muestra.

$$h = 3.49\sigma n^{-\frac{1}{3}}$$

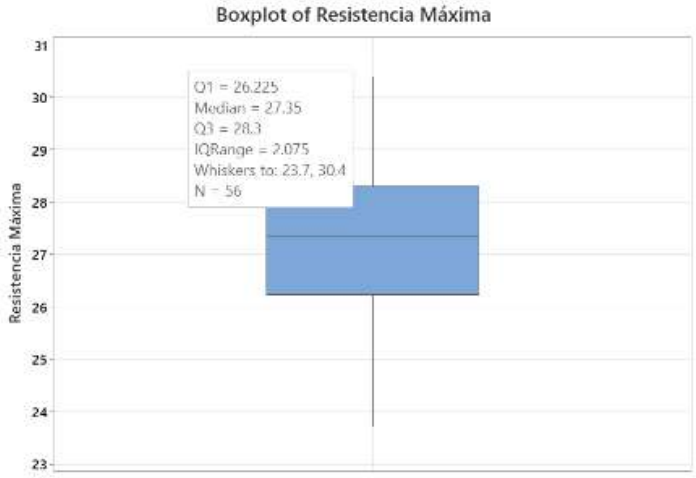
```python
# Calcular la desviación estándar y el tamaño de la muestra
n = len(df2)
sigma = np.std(df2)

# Aplicar la regla de Scott
bin_width = 3.49 * sigma / (n ** (1/3))

# Calcular el número de bins
range_min, range_max = np.min(df2), np.max(df2)
num_bins = int(np.ceil((range_max - range_min) / bin_width))

# Crear el histograma
plt.hist(df2, bins=num_bins, edgecolor='black')
plt.title(f'Histograma con {num_bins} bins (Regla de Scott)')
plt.xlabel('Valor')
plt.ylabel('Frecuencia')
plt.show()
```

✓ 0.1s



Explicación: *Observamos que el histograma basado en la regla de Sturges no sigue una distribución normal y muestra una asimetría hacia la izquierda. En contraste, el histograma utilizando la regla de Scott con un intervalo menos muestra una distribución más centrada, aunque aún no es perfectamente normal.*

b) *Realice un diagrama de caja y bigotes. Analice el comportamiento de los datos. ¿Existen datos atípicos? ¿Qué se debería hacer al respecto?*



Usando el software "minitab"

Explicación: *En el diagrama no se observan datos atípicos, por lo que no hay acciones que tomar al respecto. En cuanto al comportamiento de los datos, se nota que tienen una distribución equilibrada y tienden a ser simétricos, aunque no de manera perfecta.*

(d) Antes del estudio se suponía que la resistencia promedio era de 25kg. Dada la evidencia de los datos, ¿tal supuesto es correcto? ¿Qué tipo de prueba estadística se debe realizar? Planteé las hipótesis correspondientes y concluya adecuadamente.

Explicación: *El supuesto inicial es incorrecto ya que está fuera del intervalo de la resistencia promedio. La prueba estadística utilizada para verificar esto fue la prueba t, debido a que no conocemos la varianza de la población.*

(e) Estime, con una confianza de 94 %, ¿cuál sería la resistencia promedio de los envases?

Descriptive Statistics

N	Mean	StDev	SE Mean	94% CI for μ
56	27.246	1.430	0.191	(26.879, 27.614)

μ: population mean of Resistencia Máxima

Explicación: *El intervalo de confianza de la desviación estándar es (26.788, 27.704)*

Problema 3

En un laboratorio bajo condiciones controladas, se evaluó, para 10 hombres y 10 mujeres, la temperatura que cada persona encontró más confortable. Los resultados en grados Fahrenheit fueron los siguientes:

Mujer	75	77	78	79	77	73	78	79	78	80
Hombre	74	72	77	76	76	73	75	73	74	75

(a) *¿Las muestras son dependientes o independientes? Explique.*
Explicación: *Independientes, ya que la temperatura de uno no le afecta en absoluto al otro.*

(b) *¿La temperatura promedio más confortable es igual para hombre que para mujeres? ¿Qué tipo de prueba estadística se debe realizar? Planteé las hipótesis correspondientes y concluya adecuadamente.*

El tipo de prueba estadística que debemos realizar es la prueba t de 2 medias.

Planteamiento de hipótesis:
H0 : μ1 = μ2
Ha : μ1/= μ2

Descriptive Statistics

Sample	N	Mean	StDev	SE Mean
Mujer	10	77.40	2.07	0.65
Hombre	10	74.50	1.58	0.50

μ1: population mean of Mujer
μ2:: population mean of Hombre

Estimation for Difference

Difference	95% CI for Difference
2.900	(1.156, 4.644)

Test

Null hypothesis $H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$
Alternative hypothesis $H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$

T-Value	DF	P-Value
3.53	16	0.003

Explicación: *Dado que el valor p es menor que α\alphaα, rechazamos la hipótesis nula (H0H_0H0). Esto indica que la temperatura promedio entre hombres y mujeres no es igual.*

(c) *¿Los datos poseen la misma variabilidad? ¿Qué tipo de prueba estadística se debe realizar? Planteé las hipótesis correspondientes y concluya adecuadamente*

El tipo de prueba estadística que se realizaría en este caso es la prueba f de desviación estándar.

Planteamiento de hipótesis:
H0 : σ1/σ2 = 1
Ha : σ1/σ2/= 1

Descriptive Statistics

Variable	N	StDev	Variance	95% CI for σ
Mujer	10	2.066	4.267	(1.064, 4.986)
Hombre	10	1.581	2.500	(1.120, 2.776)

σ1: standard deviation of Mujer
σ2:: standard deviation of Hombre
Ratio : σ1/σ2

Ratio of Standard Deviations

Estimated Ratio	95% CI for Ratio using Bonett	95% CI for Ratio using Levene
1.30639	(0.401, 2.560)	(0.264, 2.308)

Test

Null hypothesis	$H_0: \sigma_1 / \sigma_2 = 1$
Alternative hypothesis	$H_1: \sigma_1 / \sigma_2 \neq 1$
Significance level	$\alpha = 0.05$

Method	Test Statistic	DF1	DF2	P-Value
Bonett	0.39	1		0.530
Levene	0.03	1	18	0.860

Explicación: *El radio es 1.3, lo que implica que se puede considerar prácticamente como 1. Además, los valores p de ambos métodos son mayores que α=0.05\alpha = 0.05α=0.05. Por lo tanto, no hay suficiente evidencia para rechazar la hipótesis nula (H0H_0H0), y se concluye que ambas varianzas son iguales.*

Problema 4

La prueba actual de un solo disco se tarda 2 minutos. Se supone un nuevo método de prueba que consiste en medir solamente los radios 24 y 57, donde casi es seguro que estará el valor mínimo buscado.
Si el método nuevo resulta igual de efectivo que el método actual se podrá reducir en 60 % el tiempo de prueba. Se plantea un experimento donde se mide la densidad mínima de metal en 18 discos usando tanto el método actual como el método nuevo. Los resultados están ordenados horizontalmente por disco. Así 1.88 y 1.87 es el resultado para el primer disco con ambos métodos.

Método Actual	1.88	1.84	1.83	1.90	2.19	1.89	2.27	2.03	1.96	1.98	2.00	1.92	1.83	1.94	1.94	1.95	1.93	2.01
Método Nuevo	1.87	1.90	1.85	1.88	2.18	1.87	2.23	1.97	2.00	1.98	1.99	1.89	1.78	1.92	2.02	2.00	1.95	2.05

(a) ¿Las muestras son dependientes o independientes? Explique.
Explicación: *Las observaciones son dependientes porque se utilizan los mismos discos al mismo tiempo. Si se hubieran utilizado 36 discos diferentes para las pruebas, las observaciones serían independientes.*

(b) ¿Qué tipo de prueba estadística se debe realizar? Planteé las hipótesis correspondientes y concluya adecuadamente.

Como prueba estadística de realizaría una prueba t pareada.

Planteamiento de hipótesis:
μ : population mean of (Método Actual - Método Nuevo)

H0 : μ = 0
Ha : μ≠ 0

Descriptive Statistics

Sample	N	Mean	StDev	SE Mean
Método Actual	18	1.9606	0.1150	0.0271
Método Nuevo	18	1.9628	0.1124	0.0265

Estimation for Paired Difference

Mean	StDev	SE Mean	95% CI for μ_difference
-0.00222	0.03949	0.00931	(-0.02186, 0.01742)

μ_difference: population mean of (Método Actual - Método Nuevo)

Test

Null hypothesis H_0: μ_difference = 0
Alternative hypothesis H_1: μ_difference ≠ 0

T-Value	P-Value
-0.24	0.814

Explicación: *Dado que el valor P>α, no rechazamos la hipótesis alternativa (Ha). Esto indica que, en promedio, los dos métodos son iguales.*

(c) ¿Recomienda la adopción del nuevo método? Argumente su respuesta.
Explicación: *No hay una diferencia significativa entre el método actual y el nuevo; por lo tanto, cualquiera de los dos métodos es adecuado.*