

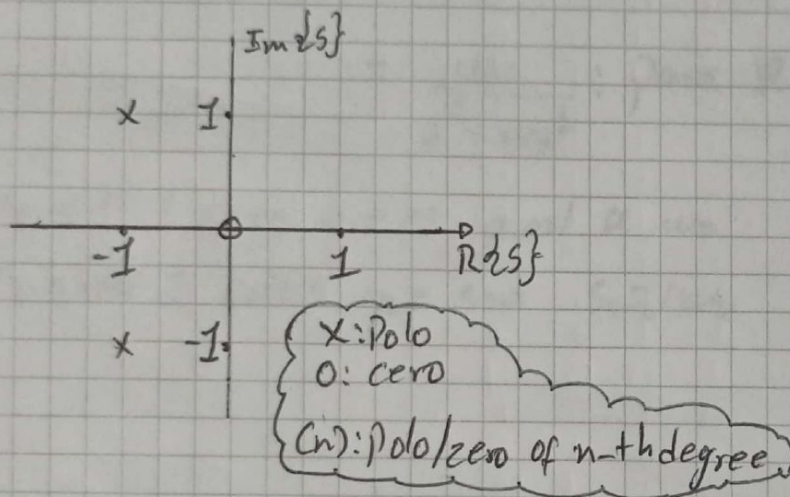
Transformada de Laplace

Diego Alejandro Arboleda Cuero

- Cuaderno 1

Ejercicio:

Obtenga $X(s)$ junto con su ROC a partir de la grafica de polos y ceros



Hay 2 ceros que son igual a cero
hay 2 polos que son: $-1 + j$
 $-1 - j$

$$X(s) = \frac{2(s-0)}{(s-(-1+j))(s-(-1-j))}; \text{ para } \text{Im}\{s\} > -1$$

Ejercicio 2.

Ejercicio:

Determina los polos y ceros de la transformada de Laplace $\mathcal{L}\{e(t) \cdot \sin(\omega_0 t)\}$ mediante el cálculo manual y extendiendo el ejemplo anterior. ¿Qué simetría muestran los polos y los ceros en el plano s ?

$$\begin{aligned}\mathcal{L}\{e(t) \cdot \sin(\omega_0 t)\} &= \frac{1}{2j} \left(\frac{1}{s - j\omega_0} - \frac{1}{s + j\omega_0} \right) \\ &= \frac{\omega_0}{s^2 + \omega_0^2} : \text{ para } \operatorname{Re}\{s\} > 0\end{aligned}$$

Existe 1 cero, que es igual a ω_0

Existen 2 polos que son $s_1 = j\omega_0$ $s_2 = -j\omega_0$

Cuaderno 4

Ejercicio:

obtener la transformada inversa de Laplace de

$$X(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)^2} \quad \text{for } \operatorname{Re}\{s\} < -1.$$

Solucion

$$\mathcal{L}^{-1} \left(\frac{1}{(s+1)(s+2)^2} \right) = \mathcal{L}^{-1} \left(\frac{A}{(s+1)} + \frac{B_1 + B_2 s}{(s+2)^2} \right)$$

$$\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{A}{s+1} + \frac{B_1 + B_2 s}{s^2 + 4s + 4} \right\}$$

$$1 = A(s^2 + 4s + 4) + (B_1 + B_2 s)(s+1)$$

$$1 = A(s^2 + 4s + 4) + B_1(s+1) + B_2 s(s+1)$$

$$1 = s^2(A + B_2) + s(4A + B_1 + B_2) + 4A + B_1$$

$$4A + B_1 = 1$$

$$4A + B_1 + B_2 = 0$$

$$A + B_2 = 0 \rightarrow A = -B_2 \rightarrow -A = B_2 \rightarrow B_2 = -A$$

$$4A + B_1 + B_2 = 0$$

$$3A + B_1 = 0$$

$$4A + B_1 = 1$$

$$C = 1 - 4A \rightarrow C = 1 - 4 \rightarrow C = -3$$

$$3A + 1 - 4A = 0$$

$$-1A = -1$$

$$A = 1$$

$$\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s+1} - \frac{s-3}{(s+2)^2} \right\}$$

$$\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s+1} \right\} - \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{s-3}{(s+2)^2} \right\}$$