Parcial 3 - Señales y Sistemas

Diego Alejandro Arboleda Cuero
CC: 1087834396

Punto 1

El sistema masa, resorte amortiguador se puede modelar a partir de la conservación de fuerzas:

$$f_S(t) + f_f(t) + f_I(t) = f_E(t)$$

donde $f_S(t) = k y(t)$, $f_f(t) = c \frac{dy(t)}{dt}$, $f_I(t) = m \frac{d^2 y(t)}{dt^2}$

Por consiguiente

$$m \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + c \frac{dy(t)}{dt} + k y(t) = f_E(t) = x(t)$$

Aplicando la transformada de laplace $\mathcal{L}\left\{ \frac{d^m x(t)}{dt} \right\} = s^n X(s)$

tenemos que $m s^2 Y(s) + c s Y(s) + k Y(s) = X(s)$

entonces $H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{ms^2 + cs + k}$

Procedemos a encontrar la funcion de transferencia para el circuito RLC:

- Hacemos un paralelo entre la resistencia y el capacitor

$R \parallel C$

$$R \| C \to \frac{(R)\left(\frac{1}{CS}\right)}{CS\frac{R}{CS} + \frac{1}{CS}} \Rightarrow \frac{R}{CSR+1}$$

Hacemos un divisor entre el equivalente que encontramos y el inductor para encontrar Vo

$$V_o = V_i \cdot \left[\frac{\frac{R}{CSR+1}}{\frac{R}{CSR+1} + \frac{LS\,(CSR+1)}{CSR+1}} \right] \to \frac{R\,(CSR+1)}{(CSR+1)(R + LS(CSR+1))}$$

$$\frac{R}{R + S^2CRL + LS} \to \frac{R/R}{\frac{S^2CLR}{R} + \frac{LS}{R} + \frac{R}{R}} \to \frac{1}{S^2CL + \frac{L}{R}S + 1}$$

$$H(S) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{S^2CL + \frac{L}{R}S + 1}$$

Revisamos la equivalencia entre funciones y tenemos

Circuito RLC	Pendulo
CL	m
L/R	C
1	K

Teniendo en cuenta la forma canonica tenemos que

$$H(S) = \frac{1}{a_2 S^2 + a_1 S + a_0} \to H(S) = K \frac{\omega_n^2}{S^2 + 2\xi\omega_n S + \omega_n^2}$$

tenemos que nuestra funcion de transferencia es

$$\frac{1}{m\left(\frac{cs}{m}+\frac{k}{m}+s^2\right)}$$

~~Para un~~

Tenemos que: Para un sistema sub amortiguado

$$0<\mathcal{E}<1 \rightarrow 0<\frac{c}{2\sqrt{km}}<1$$

$$c=1=\frac{L}{R}$$

$L=1$, $R=1$ entonces $k=1$ y $m=4=cL$

$c=4$ por ende $\mathcal{E}=\frac{1}{4}=0.25$; y teniendo que $w_n^2=\frac{a_0}{a_2} \rightarrow w_n^2=0.50$

Definimos $\mathcal{E}=\frac{a_1}{2\sqrt{a_0 a_2}}$, $k=\frac{1}{a_0}$, $w_n^2=\frac{a_0}{a_2}$

Para un sistema sobre amortiguado

$m=2$ $c=4$ $k=1$ $\rightarrow$ usamos las formulas anteriores. $w_n=0.70$ $\rightarrow$ $\mathcal{E}=1.412$

Para un sistema criticamente amortiguado

$c=2$ $k=1$ $m=10$ $\rightarrow$ $\mathcal{E}=1$ $w_n=1$