Digitale Signalverarbeitung, WS 2019/20

Fürst Bernhard, k0442418
Sebastian Ortner k01607533
Gruppe 34

2. Übung

Komplexe Zahlen, Fourier-Analyse, LTI Systeme und Abtastung

1. Aufgabe

a) • c_5

$$c_1 = -3 + j5$$
$$c_2 = \sqrt{2} \exp^{-j\frac{3\pi}{4}}$$
$$c_2 = |c2| \cos \frac{-3\pi}{4} + j|c2| \sin \frac{-3\pi}{4}$$
$$c_2 = \sqrt{2} * \frac{-1}{\sqrt{2}} + j * \sqrt{2}\frac{-1}{\sqrt{2}}$$
$$c_2 = -1 - j$$
$$c_5 = c_1 + c_2$$
$$c_5 = (-3 + 5j) + (-1 - j)$$
$$c_5 = (-3 + j5) + (-1 - j)$$
$$c_5 = -4 + 4j$$

• c_6

$$c_6 = c_1 - c_2$$
$$c_6 = (-3 + 5j) - (-1 - j)$$
$$c_6 = -2 + 6j$$

• c_7

$$c_7 = c_1 * c_2$$
$$c_1 = \sqrt{(-3^2 + 5^2)} \exp^{\arctan\frac{5}{3}*j}$$
$$c_1 = \sqrt{34}e^{j121^\circ} * \sqrt{2}e^{-j135^\circ}$$
$$c_7 = \sqrt{78} \exp^{-j14^\circ} \implies \sqrt{78} \exp^{j346^\circ}$$

• c_8

$$c_8 = |c_2| \implies \sqrt{2}$$

- c_9

$$
\begin{aligned}
c_9 &= |c_3|^2 \\
c_9 &= \sqrt{(\frac{1}{\sqrt{2}^2}) + (\frac{1}{\sqrt{2}^2})}^2 \\
c_9 &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \\
c_9 &= 1
\end{aligned}
$$

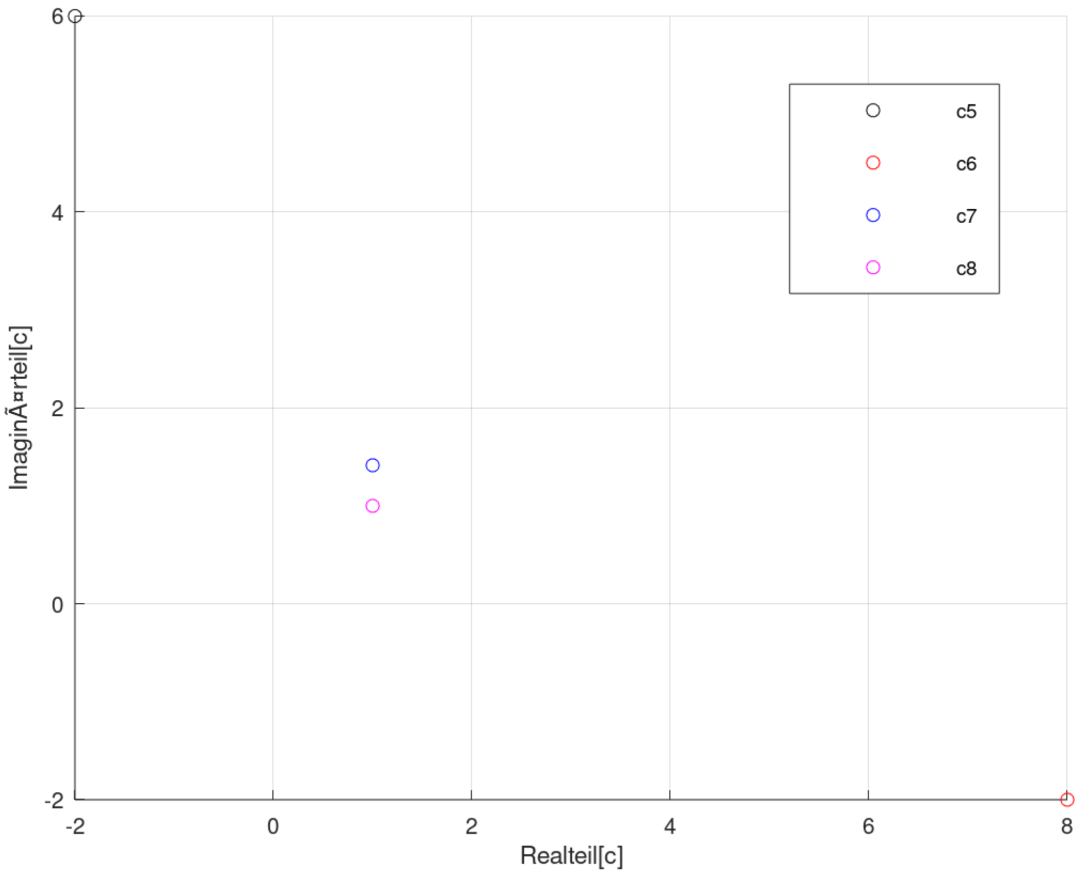
- c_{10}

$$c_{10} = \arctan(\frac{3}{1}) = 71.57°$$

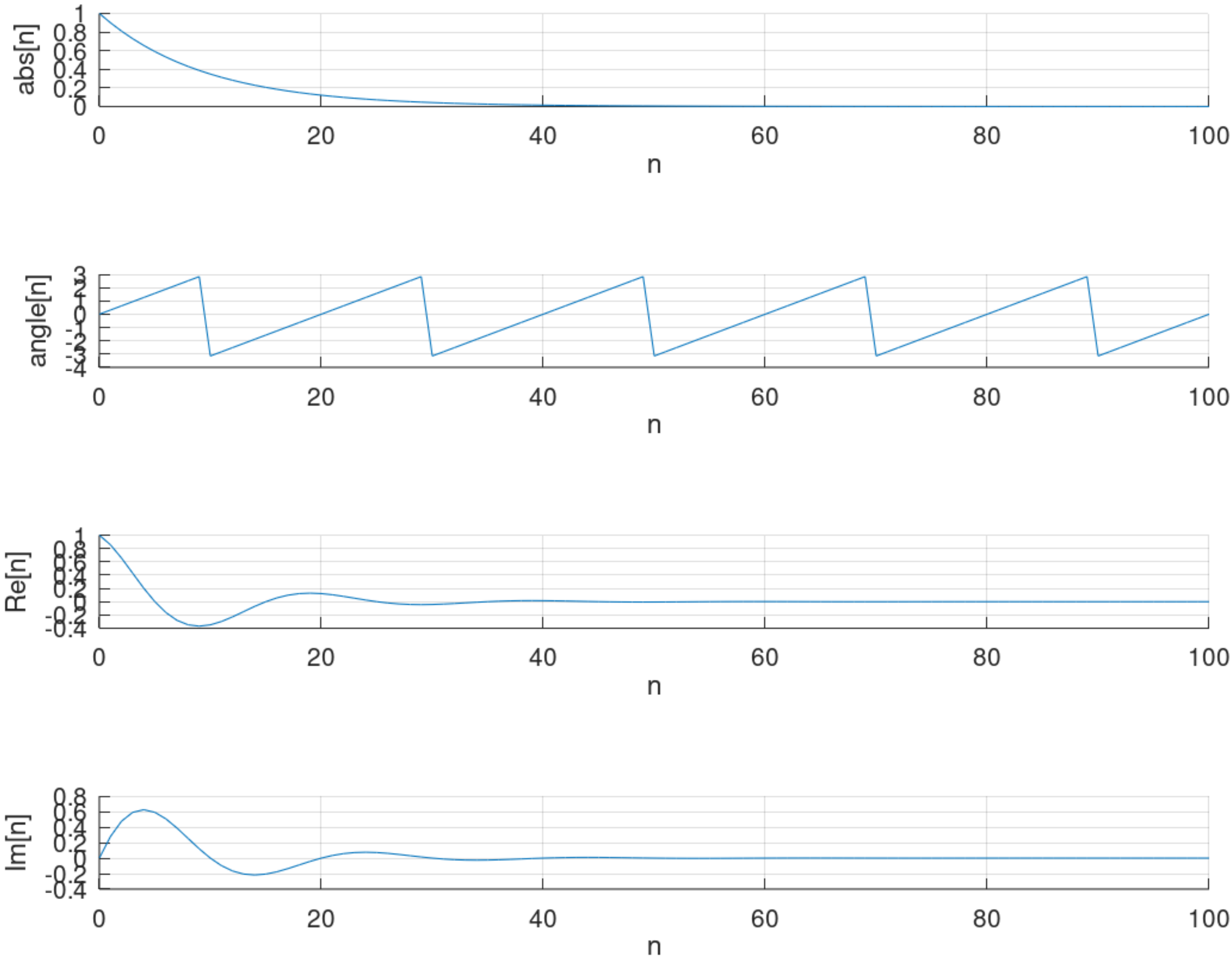
- c_{11}

$$
\begin{aligned}
c_{11} &= \frac{-3+5j}{-1-j} \\
c_{11} &= \frac{-3(-1)+(5)(-1)}{(-1)^2+(-1)^2} + j\frac{5(-1)-(-3(-1))}{(-1)^2+((-1)^2)} \\
c_{11} &= \frac{3-5}{2} + j\frac{-5-3}{2} \\
c_{11} &= -1 + (-4j)
\end{aligned}
$$

b) Siehe dsv2_1.m



c) Siehe dsv2_1.m



d)

$$\alpha_1 = 45\circ = \frac{45 * \pi}{180} = 25\circ = \frac{\pi}{4} =$$

$$\alpha_2 = -90\circ = \frac{(360 - 90) * \pi}{180} = \frac{270 * \pi}{180} = \frac{3\pi}{2} rad$$

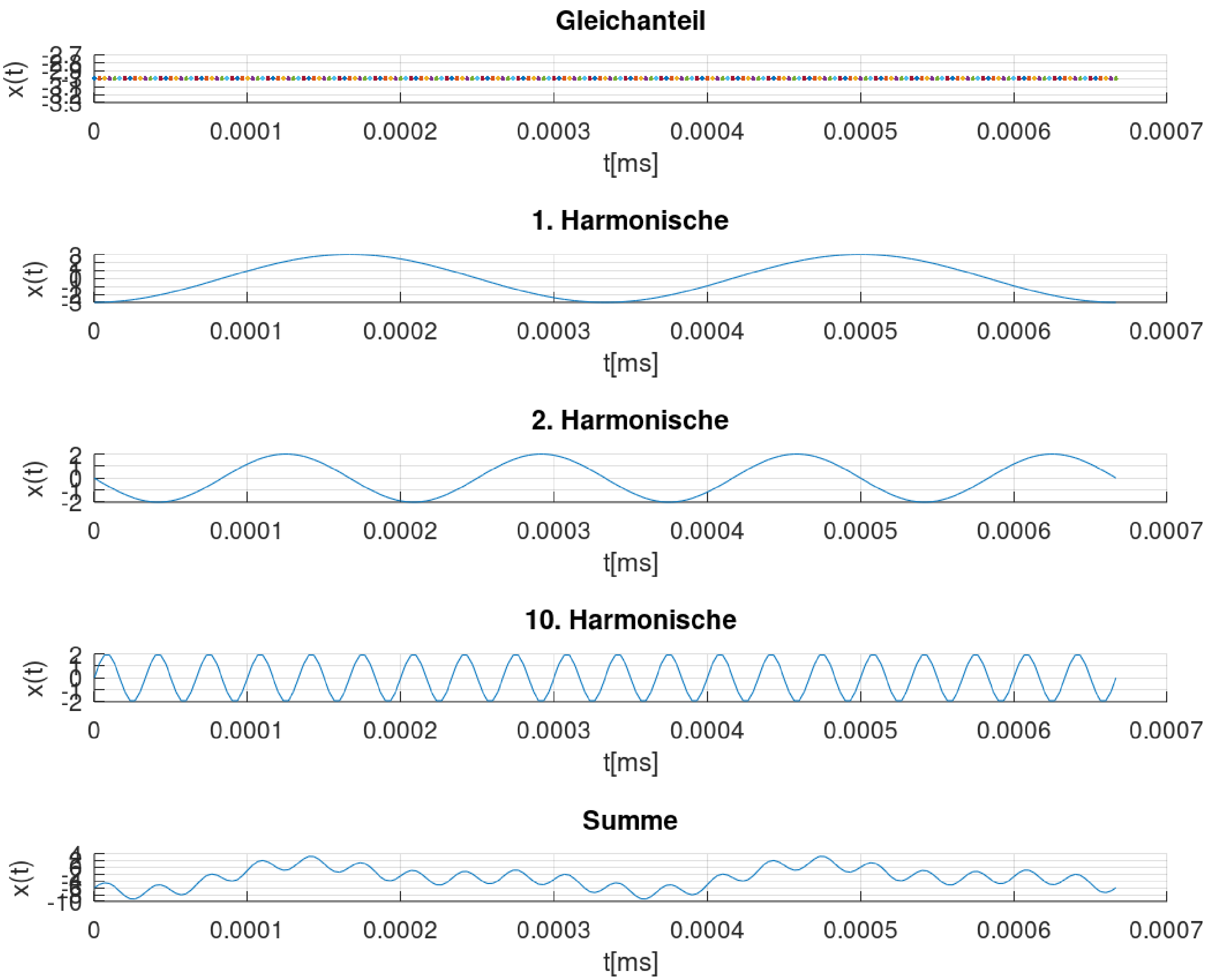
$$\alpha_3 = \frac{\pi}{4} = \frac{180\circ}{4} = 45\circ$$

$$oder siehe\ \alpha_1$$

$$\alpha_4 = \frac{7\pi}{3} = \frac{\frac{7\pi}{3}180}{\pi} = \frac{7 * 180}{3} = 440\circ$$

2. Aufgabe

a)



b) Die Koeffizienten a_k und b_k skalieren die Kosinus (a_k) bzw. die Sinusanteile der k-ten Harmonischen Schwingung einer durch eine Fourierreihe dargestellten Schwingung.

Die Koeffizienten sind in der gegebenen Gleichung ablesbar. Die Gleichung hat die allgemeine Form:

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + a_{k_1} * \cos(2\pi k_1 f_0 t) + a_{k2} * \cos(2\pi k_2 f_0 t) + a_{k3} * \cos(2\pi k_3 f_0 t)...$$

Wir können also anhand des ganzzahligen Faktors im Argument des Kosinus das k auf das sich der jeweilige Faktor a_k bezieht, feststellen, indem wir mit 2 dividieren da 2π ja erhalten bleiben muss.

Die so festgestelleten Faktoren lauten demnach :

$$a_0 = -6$$
$$a_1 = -3$$
$$b_2 = -2$$
$$b_{10} = 2$$

c) Die komplexe Form der Fourierreihe ist auch hier endlich und wir können die einzelnen Faktoren der Reihe mit den Formeln :

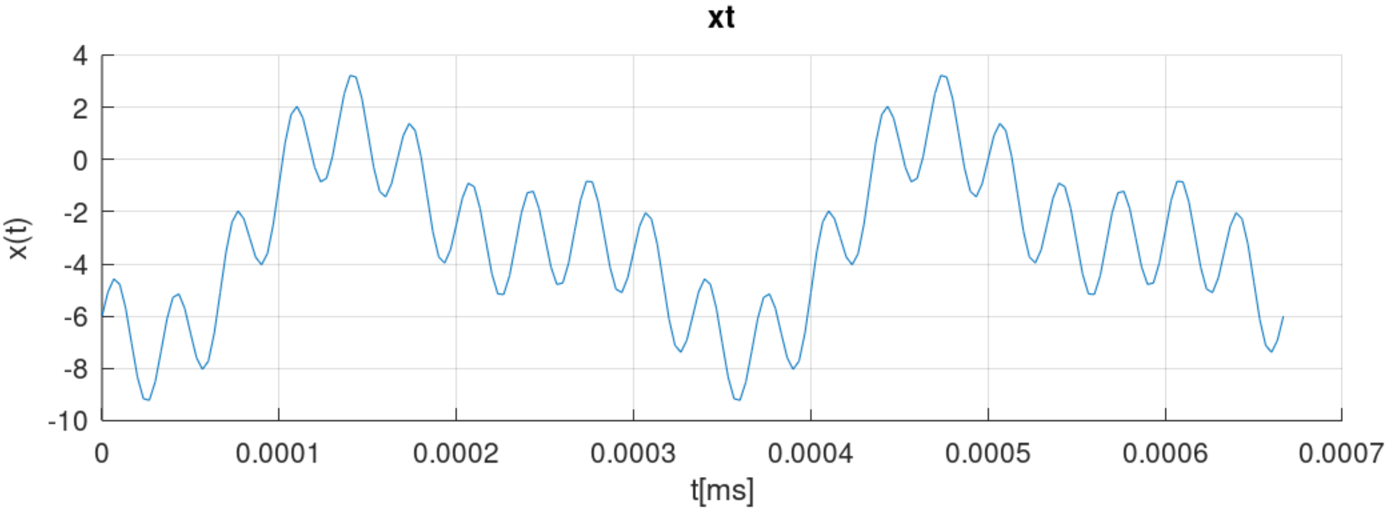
$$c_0 = \frac{a_0}{2}$$
$$c_k = \frac{a_k - i * b_k}{2}$$
$$c_{-k} = \frac{a_k + i * b_k}{2}$$

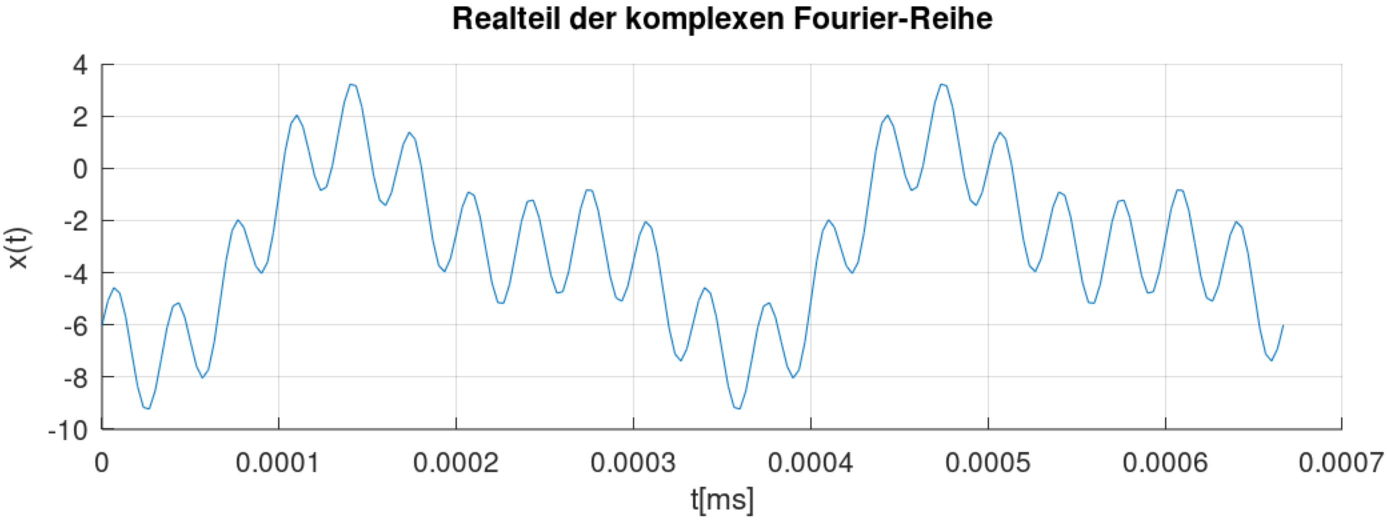
feststellen. Bei fehlendem a_k zu einem vorhandenen b_k muss der fehlende Faktor 0 sein damit der Term in der endlichen Darstellung der Fourierreihe wegfällt et vice versa.

Die errechneten komplexen Fourierkoeffizienten lauten :

$$c_0 = -3$$
$$c_1 = -1.5$$
$$c_{-1} = -1.5$$
$$c_2 = i$$
$$c_{-2} = -i$$
$$c_{10} = -i$$
$$c_{-10} = i$$

Visualisiert nach den Vorgaben der Angabe ergibt sich folgendes Bild :





d) Die Frequenz hat keinen Einfluss auf a_k und b_k und somit auch keine Einfluss auf die entsprechenden c_k/c_{-k}.